

طراحی رویتگر رخداد-تحریک در سیستم‌های غیرخطی تحت شبکه

یزدان باتمانی^۱، استادیار

۱- گروه مهندسی برق- دانشکده مهندسی- دانشگاه کردستان- ir.ac.uok@batmani.y

چکیده: در این مقاله، با استفاده از روش طراحی معادلات ریکاتی وابسته به حالت (SDRE)، روشی جدید جهت طراحی رویتگر غیرخطی رخداد-تحریک در کلاس وسیعی از سیستم‌های کنترل تحت شبکه ارائه می‌شود. برای این منظور، یک شرط نامساوی جهت تشخیص زمان لازم ارسال اطلاعات از حسگرها به کنترل‌کننده به دست می‌آید که با بررسی این شرط، ارسال اطلاعات تنها در برخی از زمان‌ها لازم بوده و لذا نرخ استفاده از شبکه کاهش می‌یابد. همگرایی تخمین حاصل از رویتگر به حالت سیستم از قالب یک قضیه بررسی و کارایی روش پیشنهادی از طریق دو مثال (نوسان‌ساز و ندرپیل و سیستم سه تانک) ارزیابی شده است.

واژه‌های کلیدی: سیستم‌های غیرخطی، رخداد-تحریک، کنترل تحت شبکه، رویتگر SDRE.

Event-triggered Observer Design for Nonlinear Networked Control Systems

Yazdan Batmani¹, Assistant Professor

1- Department of Electrical Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran, Email: y.batmani@uok.ac.ir

Abstract: In this paper, based on the state-dependent Riccati equation (SDRE) technique, a new method is proposed to design nonlinear observers in a broad class of networked control systems. Towards this end, an inequality condition is obtained to detect the time-instants of sending messages from the sensors to the controller. In this way, the data transmission is done in some specific instants and therefore, the proposed method can considerably reduce the information exchange between the sensors and the controller in a nonlinear networked control system. It is also proved that the obtained estimation converges to the system state. Two numerical simulations are worked to illustrate the design procedure and the flexibility of the proposed observer.

Keywords: Nonlinear systems, event-triggered, networked control systems, SDRE observer.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۰۶/۲۰

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۶/۰۸/۱۷، ۱۳۹۶/۱۰/۱۸ و ۱۳۹۶/۱۱/۱۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۲/۰۷

نام نویسنده مسئول: یزدان باتمانی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - سنندج - بلوار دانشگاه - دانشگاه کردستان - دانشکده مهندسی.

۱- مقدمه

پیشنهادی، یک شرط نامساوی در تمامی زمان‌ها چک شده و در صورت برآورده‌نشدن آن، اطلاعات جدید از حسگرها به کنترل‌کننده ارسال می‌شود. در نتیجه تنها در برخی از لحظات کانال مخابراتی ارتباط‌دهنده حسگرها و کنترل‌کننده مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به الگوریتم پیشنهادی و نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های انجام‌شده می‌توان ادعا کرد که روینگر رخداد-تحریک ارائه‌شده در این مقاله در عین سادگی توانایی کاهش چشم‌گیر استفاده از شبکه را دارا است. از طرفی با توجه به نحوه پیاده‌سازی روینگر پیشنهادی، امکان وقوع پدیده Zeno یعنی میل کردن فاصله زمانی بین ارسال هر دو نمونه متوالی به صفر وجود نداشته که این موضوع در کنار سایر ویژگی‌های روینگر رخداد-تحریک پیشنهادی که عموماً از روینگرهای SDRE به ارث برده شده‌اند منجر به امکان استفاده مؤثر آن در کلاس وسیعی از سیستم‌های غیرخطی تحت شبکه شده است.

قسمت‌های دیگر این مقاله به‌صورت زیر دسته‌بندی شده است. در بخش ۲، ضمن بیان مسئله اصلی مد نظر این مقاله، بر مبنای روش طراحی روینگر SDRE، یک روش جدید رخداد-تحریک جهت کاهش استفاده از شبکه همراه با اثبات ریاضی لازم ارائه شده است. در بخش ۳، نتایج حاصل از اعمال روش پیشنهادی بر روی دو سیستم غیرخطی (نوسان‌ساز و ندریل و سیستم سه تانک) ارائه شده است. بخش ۴ نیز به نتیجه‌گیری حاصل از این مقاله اختصاص داده شده است.

۲- روینگر رخداد-تحریک پیشنهادی

سیستم غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\dot{x} \quad (1)$$

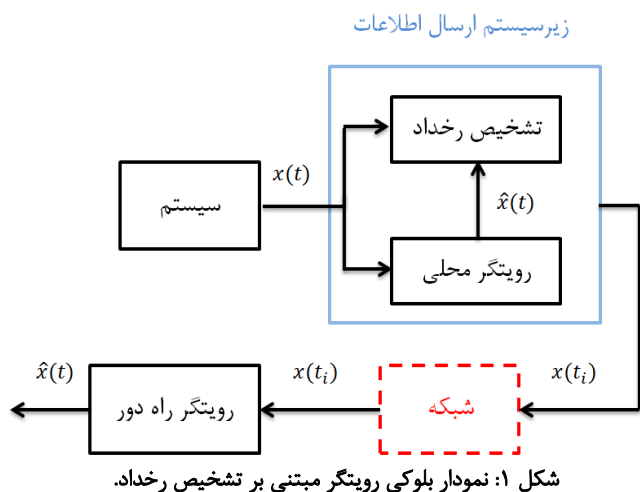
که در آن $x(t) \in \mathbb{R}^n$ متغیر حالت و $f(x(t)): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ تابعی معلوم و پیوسته مشتق‌پذیر است. فرض می‌شود که سیستم تحت کنترل فیدبک حالت بوده و لذا جهت پیاده‌سازی قانون کنترل نیاز به ارسال اطلاعات از حسگرها به کنترل‌کننده وجود دارد. همچنین فرض می‌شود که انتقال این اطلاعات از طریق یک شبکه انجام می‌گیرد و لذا یافتن راهی جهت کاهش ارسال این اطلاعات مطلوب است.

در این بخش، با استفاده از روش طراحی معادلات ریکاتی وابسته به حالت، یک الگوریتم جدید جهت کاهش نرخ ارسال اطلاعات از حسگرها به کنترل‌کننده فیدبک حالت در سیستم‌های غیرخطی تحت شبکه ارائه می‌شود. برای این منظور از یک روینگر SDRE جهت تخمین حالات سیستم بر مبنای اطلاعات ارسال‌شده از شبکه استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که اطلاعات ارسال‌شده از شبکه حالت سیستم در برخی از زمان‌های نمونه‌برداری می‌باشند که با ارسال آن‌ها و استفاده از روش پیشنهادی امکان تخمین حالات سیستم در تمامی زمان‌ها میسر می‌شود. همگرایی تخمین حاصل از روش پیشنهادی به مقادیر واقعی آن‌ها نیز بررسی و نتایج در غالب یک قضیه ارائه می‌شوند.

در سیستم‌های کنترل سنتی، ارسال اطلاعات از حسگرها به کنترل‌کننده و فرمان‌های کنترل از کنترل‌کننده به سیستم به‌صورت همیشگی و در تمامی زمان‌های نمونه‌برداری صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر، این اطلاعات و فرمان‌ها به‌صورت تناوبی با دوره تناوب برابر با زمان نمونه‌برداری بین اجزاء سیستم تحت کنترل (حسگرها، کنترل‌کننده و سیستم) ارسال می‌شوند [۱-۲]. با ظهور سیستم‌های کنترل تحت شبکه و استفاده وسیع آن‌ها در سیستم‌های مدرن پیشرفته، روش‌های سنتی ارسال اطلاعات حسگرها و فرمان‌های کنترل جای خود را به روش‌های پیشرفته‌تر داده است. از جمله مهم‌ترین دلایل تمایل گسترده به استفاده و توسعه این روش‌های ارسال اطلاعات می‌توان به کاهش تأخیرهای ناشی از شبکه، کم‌شدن خطاهای ناشی از محدودیت در پهنای باند شبکه و ... اشاره کرد [۳]. روش‌های رخداد-تحریک^۱ از جمله روش‌های نوظهور در ارسال اطلاعات و فرمان‌ها در سیستم‌های کنترل تحت شبکه می‌باشند. ایده اصلی این روش‌ها، نمونه‌برداری و ارسال اطلاعات و فرمان‌ها تنها در زمان‌های لازم است [۴]. به عبارت دیگر، تنها در زمان‌های به خصوصی اطلاعات و فرمان‌ها بین اجزاء سیستم رد و بدل شده و تا زمان ارسال اطلاعات یا فرمان جدید، از داده‌های قبلی استفاده می‌شود. مسئله مهم در چنین سیستم‌هایی تشخیص صحیح زمان ارسال اطلاعات از حسگرها به کنترل‌کننده و فرمان‌های کنترل از کنترل‌کننده به سیستم است. در مراجع [۵، ۶] برخی از روش‌های تشخیص این موضوع بررسی شده‌اند.

روش‌های طراحی معادلات ریکاتی وابسته به حالت^۲ (SDRE) به‌طور گسترده‌ای در سیستم‌های غیرخطی جهت حل مسائل مختلفی از جمله طراحی سیستم‌های ردیاب [۷]، طراحی روینگر حالت [۸]، طراحی سطح لغزش پایدارساز در کنترل مد لغزشی [۹] و ... مورد استفاده قرار گرفته است. این روش‌ها در کاربردهای مختلفی از جمله طراحی رژیم‌های درمانی در بیماران مبتلا به سرطان [۱۰]، کنترل عمق زیردریایی‌ها [۱۱] و ... مورد استفاده قرار گرفته‌اند. ایده اصلی تمامی این روش‌ها بازنویسی معادلات غیرخطی سیستم به شکل شبه‌خطی است. به‌طور خلاصه مهم‌ترین دلایل محبوبیت این روش‌ها را می‌توان در سادگی در طراحی و پیاده‌سازی، حفظ تمامی ویژگی‌های غیرخطی سیستم و امکان تغییر از پیش تعیین‌شده‌ی عملکرد سیستم با تغییر پارامترهای طراحی خلاصه کرد [۱۲]. بر مبنای روش SDRE، الگوریتم‌های کارآمدی جهت طراحی کنترل‌کننده‌های غیرخطی در سیستم‌های تحت شبکه در هر دو حالت پیوسته و گسسته در زمان پیشنهاد شده‌اند [۱۳-۱۴].

نیاز به کاهش نرخ ارسال اطلاعات از حسگرها به کنترل‌کننده در سیستم‌های غیرخطی تحت شبکه و داشتن ویژگی‌های جذاب روینگرهای SDRE منجر به ارائه الگوریتمی جدید جهت طراحی روینگر رخداد-تحریک در این سیستم‌ها شده است. در الگوریتم



تذکر ۱: با توجه به ساختار ارائه شده در شکل ۱، می توان گفت که در واقع روینگر پیشنهادی یک سیستم درون یاب است که با در دسترس بودن نمونه هایی از حالات سیستم در برخی از زمان ها، تخمینی از حالات سیستم در تمامی زمان ها را در اختیار قرار می دهد.

قضیه ۱: سیستم غیرخطی (۱) را در نظر بگیرید و فرض کنید که نمایش شبه خطی (۲) برای این سیستم موجود است. همچنین فرض کنید که بهره روینگر $L(\hat{x}(t))$ از رابطه $L(\hat{x}(t)) = P(t)V^{-1}$ به دست آید که در آن $V \in \mathbb{R}^{n \times n}$ یک ماتریس مثبت معین تعریف شده توسط طراح و $P(t)$ حل مثبت معین متقارن یکتای معادله دیفرانسیل ریکاتی وابسته به حالت زیر است:

$$\frac{dP(t)}{dt} + A^T(\hat{x}(t))P(t) + P(t)A(\hat{x}(t)) - P(t)V^{-1}P(t) + W = 0, P(\infty) = 0. \quad (4)$$

در معادله فوق $W \in \mathbb{R}^{n \times n}$ یک ماتریس مثبت معین از پیش تعیین شده توسط طراح است. فرض می شود که اطلاعات حسگرها در زمان های t_i از طریق کانال مخابراتی به کنترل کننده ارسال شود. چنانچه زمان ارسال اطلاعات به گونه ای انتخاب شود که همواره شرط

$$[e^T(t) \quad x^T(t) \quad x^T(t_i)] \psi \begin{bmatrix} e(t) \\ x(t) \\ x(t_i) \end{bmatrix} \leq 0 \quad (5)$$

با

$$\psi = \begin{bmatrix} (\sigma - 1)Q(t) & \mu(x(t), \hat{x}(t)) & -P(t)L(\hat{x}(t)) \\ \mu^T(x(t), \hat{x}(t)) & 0 & 0 \\ -L^T(\hat{x}(t))P(t) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

و

$$\mu(x(t), \hat{x}(t)) = P(t)(A(x(t)) - A(\hat{x}(t)) + L(\hat{x}(t))) \quad (7)$$

$0 < \sigma \leq 1$ و $Q(t) = P(t)V^{-1}P(t) + W$ برقرار باشد، آنگاه تخمین $\hat{x}(t)$ به صورت مجانبی به بردار حالت سیستم (۱) همگرا خواهد شد.

اثبات: با تعریف خطای تخمین $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ معادله زیر

حاصل می گردد:

$$\frac{de(t)}{dt} = A(x(t))x(t) - A(\hat{x}(t))\hat{x}(t) - L(\hat{x}(t))(x(t_i) - \hat{x}(t)).$$

سیستم غیرخطی (۱) را در نظر بگیرید. با توجه به فرض پیوسته مشتق پذیر بودن تابع $f(x(t))$ امکان بازنویسی این سیستم به شکل شبه خطی زیر وجود دارد [۱۵]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(x(t))x(t), \quad (2)$$

که در آن $A(x(t)): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ یک تابع ماتریسی است. لازم به ذکر است که در رابطه با سیستم هایی با بیش از یک متغیر حالت ($n \geq 2$) امکان یافتن بی شمار نمایش شبه خطی از سیستم موجود است که از این موضوع می توان در راستای برآورده کردن شرایط لازم جهت طراحی روش پیشنهادی و یا ارتقاء نتایج استفاده نمود. لازم به ذکر است که برخلاف روش خطی سازی متداول (خطی سازی ژاکوبین)، هیچ گونه تقریبی در روش شبه خطی سازی به کار برده نمی شود. در واقع، روش های طراحی مبتنی بر نمایش شبه خطی از دسته روش های غیرخطی به شمار می آیند [۱۵].

در ادامه، فرض می شود که ارسال اطلاعات تنها از طریق یک شبکه در زمان های $t_i, i \in \mathbb{N}$ انجام بگیرد. بنابراین در بازه زمانی $t \in [t_i, t_{i+1}[$ اطلاعات متغیرهای حالت در لحظه t_i جهت استفاده در اختیار کنترل کننده قرار دارد. واضح است که در صورت عدم در نظر گرفتن این موضوع، ممکن است حتی منجر به ناپایداری شدن سیستم حلقه بسته گردد. در این مقاله، برای حل این مشکل، از یک روینگر غیرخطی SDRE استفاده می شود که ورودی آن $x(t_i)$ و خروجی آن تخمین متغیرهای حالت $(\hat{x}(t))$ است. در نتیجه معادلات دینامیکی روینگر در بازه زمانی $t \in [t_i, t_{i+1}[$ به صورت زیر است:

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = A(\hat{x}(t))\hat{x}(t) + L(\hat{x}(t))(x(t_i) - \hat{x}(t)) \quad (3)$$

که در آن $L(\hat{x}(t)): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ بهره روینگر است. در ادامه، یک شرط تحریک جهت محاسبه زمان های ارسال اطلاعات به دست آمده و نشان داده می شود که با استفاده از الگوریتم حاصل، خطای تخمین $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ به صورت مجانبی به صفر میل می کند. شکل ۱ نمودار بلوکی روینگر مبتنی بر تشخیص رخداد را نشان می دهد. با توجه به مشخص بودن ساختار روینگر، انتخاب شرایط تشخیص رخداد و بهره روینگر دو مسئله مهم باقیمانده می باشند که در قضیه زیر بررسی می شوند.

$$[e^T(t) \quad x^T(t) \quad x^T(t_i)]\psi \begin{pmatrix} e(t) \\ x(t) \\ x(t_i) \end{pmatrix} \leq 0, \quad (15)$$

که ماتریس ψ پیشتر تعریف شده است. ■
تذکر ۲: با توجه به شرط تحریک (۵) و نیز تعریف ماتریس (۶) می‌توان نتیجه گرفت که جهت پیاده‌سازی رویتگر پیشنهادی لازم است که اطلاعات تخمین متغیر حالت $x(t)$ یعنی $\hat{x}(t)$ در دسترس باشد. برای این منظور و مطابق شکل (۱)، یک نسخه از رویتگر طراحی شده را در زیرسیستم ارسال اطلاعات تحت نام رویتگر محلی^۳ قرار می‌گیرد. وظیفه این رویتگر، بازتولید اطلاعات رویتگر اصلی یا همان رویتگر راه‌دور^۴ است. چنین ساختاری در مراجع مختلفی جهت طراحی رویتگر رخداد-تحریک پیشنهاد شده است [۱۸-۱۶].

تذکر ۳: مقادیر بزرگتر پارامتر تحریک σ منجر به کاهش بیشتر استفاده از کانال مخابراتی می‌شود که این موضوع با توجه به رابطه (۱۳) قابل توجه بوده و در شبیه‌سازی اول بخش ۳ نیز بررسی شده است. از طرفی این پارامتر می‌تواند به‌صورت تابعی از متغیرهای $x(t)$ و $\hat{x}(t)$ در نظر گرفته شود که مقادیر آن در بازه $[0, 1]$ باشد. این موضوع می‌تواند در افزایش و یا کاهش نرخ ارسال اطلاعات از حسگرها به کنترل‌کننده مورد استفاده قرار گیرد.

تذکر ۴: در رابطه با تأثیر ماتریس‌های وزنی V و W ، می‌توان گفت که افزایش مقادیر عناصر قطری ماتریس W و یا معادلاً کاهش مقادیر عناصر قطری V منجر به افزایش سرعت همگرایی تخمین‌ها می‌گردد [۸]. قابل توجه است که برای رسیدن به همگرایی مناسب همراه با کاهش قابل قبول استفاده از کانال مخابراتی، می‌توان به‌عنوان مثال، پس از تنظیم مقادیر ماتریس‌های وزنی، مقدار پارامتر تحریک σ را جهت ایجاد مطالحه‌ای قابل قبول بین همگرایی تخمین‌ها و نرخ ارسال اطلاعات تنظیم نمود.

تذکر ۵: در این مقاله، به‌منظور حل معادله ریکاتی وابسته به حالت (۴) از روش نقطه به نقطه استفاده شده است [۱۹، ۲۰]. در واقع ابتدا با زمان نمونه‌برداری مشخصی سیستم (۱) گسسته شده و تنها در این زمان‌ها معادله ریکاتی (۴) حل می‌شود. با توجه به این روش جهت پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی، امکان ایجاد پدیده Zeno وجود نداشته و حداقل زمان بین ارسال دو نمونه برابر زمان نمونه‌برداری انتخاب شده است. لازم به ذکر است که زمان لازم جهت انجام محاسبات مربوط به حل معادله ریکاتی وابسته به حالت (۴) منجر به ایجاد تاخیری ناخواسته در سیستم ارسال اطلاعات خواهد شد. در صورتی که زمان انجام محاسبات نسبت به زمان نمونه‌برداری $t_{i+1} - t_i$ کوچک باشد، می‌توان به راحتی از تأخیر مورد بحث صرف نظر کرد. با افزایش روزافزون سرعت پردازنده‌ها، زمان انجام محاسبات کم و کمتر شده و لذا روش پیشنهادی را می‌توان به سیستم‌هایی با دینامیک‌های سریعتر نیز اعمال کرد.

با اضافه و کم کردن $x(t)$ به عبارت داخل پرانتز و نیز $A(\hat{x}(t))x(t)$ به سمت راست معادله فوق، رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{de(t)}{dt} = A(x(t))x(t) - A(\hat{x}(t))x(t) + A(\hat{x}(t))x(t) - A(\hat{x}(t))\hat{x}(t) - L(\hat{x}(t))(x(t_i) - x(t) + x(t) - \hat{x}(t)). \quad (8)$$

معادله فوق را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{de(t)}{dt} = (A(\hat{x}(t)) - L(\hat{x}(t)))e(t) + (A(x(t)) - A(\hat{x}(t)))x(t) + L(\hat{x}(t))(x(t) - x(t_i)). \quad (9)$$

حال تابع کاندید لیاپانوف $V(e(t)) = e^T(t)P(t)e(t)$ را در نظر بگیرد. مشتق این تابع لیاپانوف به‌صورت زیر است:

$$\frac{dV(e(t))}{dt} = \dot{e}^T(t)P(t)e(t) + e^T(t)\dot{P}(t)e(t) + e^T(t)P(t)\dot{e}(t). \quad (10)$$

استفاده از روابط (۹) و (۱۰) منجر به تساوی زیر می‌گردد:

$$\begin{aligned} \frac{dV(e(t))}{dt} = & e^T(t) \left[(A(\hat{x}(t)) - L(\hat{x}(t)))^T P(t) \right. \\ & \left. + P(t) (A(\hat{x}(t)) - L(\hat{x}(t))) + \dot{P}(t) \right] e(t) \\ & + 2x^T(t) (A(x(t)) - A(\hat{x}(t)))^T P(t)e(t) \\ & + 2(x(t) - x(t_i))^T L^T(\hat{x}(t))P(t)e(t). \end{aligned} \quad (11)$$

با توجه به معادله دیفرانسیل ریکاتی وابسته به حالت (۹) و رابطه به‌صورت $L(\hat{x}(t)) = P(t)V^{-1} - P(t)V^{-1}P(t) - W$ با تعریف ماتریس $Q(t) = P(t)V^{-1}P(t) + W$ رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{dV(e(t))}{dt} = & -e^T(t)Q(t)e(t) \\ & + 2x^T(t) (A(x(t)) - A(\hat{x}(t)))^T P(t)e(t) \\ & + 2(x(t) - x(t_i))^T L^T(\hat{x}(t))P(t)e(t). \end{aligned} \quad (12)$$

لازم به ذکر است که ماتریس $Q(t): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ همواره مثبت معین است. در رابطه با رویتگرهای کلاسیک، لازم است منفی بودن مشتق تابع لیاپانوف $V(e(t))$ جهت اثبات پایداری رویتگر بررسی شود. در رویتگر رخداد-تحریک پیشنهادی، شرط منفی بودن مشتق تابع لیاپانوف با شرط زیر جایگزین می‌شود:

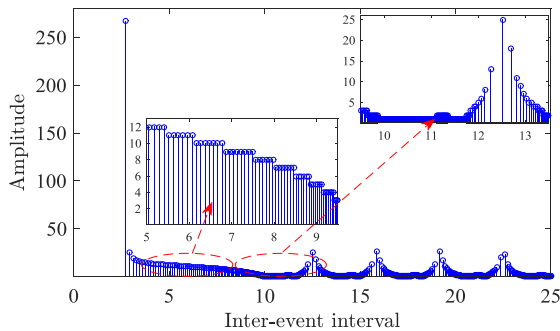
$$\frac{dV(e(t))}{dt} \leq -\sigma e^T(t)Q(t)e(t), \quad (13)$$

که در آن پارامتر $0 < \sigma \leq 1$ پارامتر تحریک می‌باشد. بنابراین، با توجه به روابط (۱۲) و (۱۳)، نامساوی زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned} (\sigma - 1)e^T(t)Q(t)e(t) \\ + 2x^T(t) (A(x(t)) - A(\hat{x}(t)))^T P(t)e(t) \\ + 2(x(t) - x(t_i))^T L^T(\hat{x}(t))P(t)e(t) \leq 0. \end{aligned} \quad (14)$$

بنابراین تا زمانی که شرط (۱۴) برآورده شود، اطلاعات جدیدی از حسگرها به کنترل‌کننده ارسال نخواهد شد و به محض نقض شدن این شرط، ارسال اطلاعات از طریق شبکه صورت خواهد گرفت. با توجه به رابطه (۱۴)، ارسال اطلاعات با نقض شدن شرط زیر انجام می‌شود:

شکل ۳: نمودارهای متغیر حالت $x_2(t)$ تخمین آن $\hat{x}_2(t)$ و اطلاعات ارسال شده از حسگر مربوطه به روینگر $(\tilde{x}_2(t))$ در مثال ۱.



شکل ۴: نمودار تعداد نمونه‌های ارسال نشده پیش از هر دو ارسال متوالی اطلاعات برای مثال ۱.

در رابطه با اثر پارامتر رخداد σ بر روی نتایج می‌توان گفت که برای مقادیر کوچک‌تر σ ، انتظار رسیدن به نرخ کمتر ارسال اطلاعات از حسگرها وجود دارد. البته بهای این استفاده کمتر از شبکه، افزایش خطای تخمین است. به منظور بررسی این موضوع، شبیه‌سازی فوق برای چهار مقدار دیگر پارامتر رخداد σ تکرار شده و نتایج در جدول ۱ باهم آورده شده است. به منظور انجام مقایسه، نرخ کاهش ارسال اطلاعات همراه با درصد میانگین خطای تخمین $(\|x(t) - \hat{x}(t)\|)$ باهم مقایسه شده است. مطابق انتظار، با افزایش مقدار σ ، کاهش استفاده از شبکه همراه با افزایش خطای تخمین مشاهده می‌شود.

جدول ۱: اثر پارامتر رخداد σ بر روی نرخ ارسال اطلاعات و خطای تخمین در مثال ۱.

پارامتر رخداد σ	درصد کاهش ارسال اطلاعات	درصد میانگین خطای تخمین
۰/۲	۶۳/۵۰	۷/۹۵
۰/۴	۶۲/۱۸	۷/۸۲
۰/۶	۶۱/۰۰	۷/۷۲
۰/۸	۶۰/۰۸	۷/۶۳
۰/۹۵	۵۹/۲۳	۷/۵۶

۴-۳ سیستم سه تانک

سیستم سه تانک شکل (۵) را در نظر بگیرید. این سیستم به طور گسترده‌ای در مطالعات مربوط به سیستم‌های کنترل مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۲]. چنانچه $h_1(t)$ ، $h_2(t)$ و $h_3(t)$ به ترتیب ارتفاع مایع در تانک‌های اول، دوم و سوم باشند و با فرض $h_1(t) > h_3(t) > h_2(t)$ مدل ریاضی غیرخطی زیر ارتباط این متغیرها را نشان می‌دهد [۲۲]:

$$\begin{aligned} A_t \frac{dh_1(t)}{dt} &= q_1(t) - q_{13}(t), \\ A_t \frac{dh_3(t)}{dt} &= q_{13}(t) - q_{32}(t), \\ A_t \frac{dh_2(t)}{dt} &= q_2(t) + q_{32}(t) - q_{20}(t), \end{aligned} \quad (18)$$

۳- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج حاصل از اعمال الگوریتم پیشنهادی بر روی دو سیستم غیرخطی (نوسان‌ساز و وندریل و سیستم سه تانک) ارائه می‌شود.

۴-۳ نوسان‌ساز وندریل

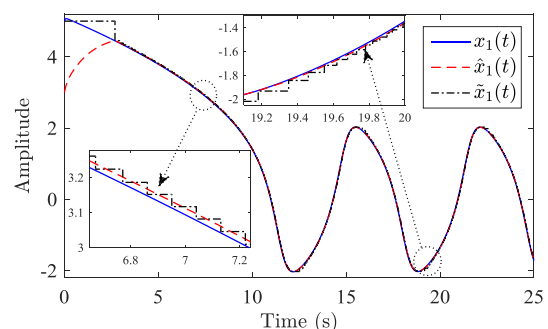
سیستم نوسان‌ساز وندریل زیر را در نظر بگیرید [۲۱]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t) + \alpha(1 - x_1^2(t))x_2(t). \end{aligned} \quad (16)$$

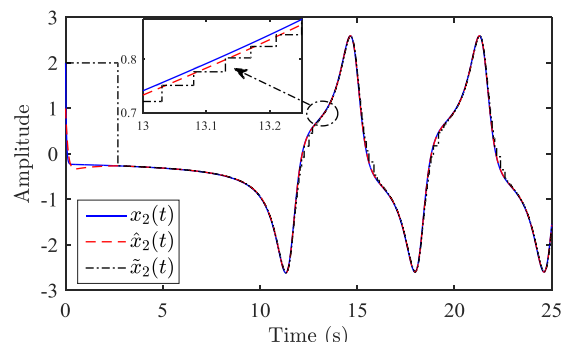
به منظور استفاده از روش پیشنهادی، لازم است ابتدا یک نمایش SDC از سیستم فوق در نظر گرفته شود. در شبیه‌سازی‌های انجام شده، از نمایش شبه‌خطی زیر استفاده شده است:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \alpha(1 - x_1^2(t)) \end{bmatrix} x(t), \quad (17)$$

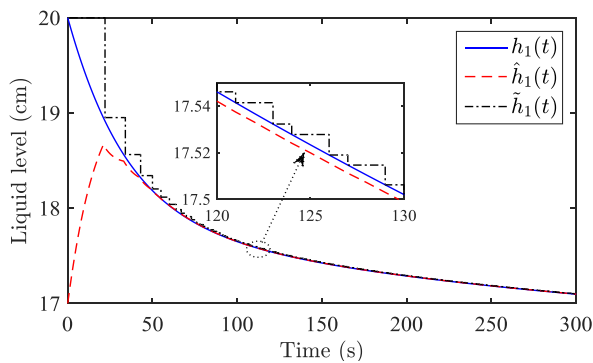
که در آن $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$ است. برای $\alpha = 0.9$ ، شرایط اولیه $x(0) = [5 \ 2]^T$ و $\hat{x}(0) = [3 \ 1]^T$ انتخاب $\sigma = 0.9$ و $V = W = I$ و زمان نمونه‌برداری ۱۰ میلی‌ثانیه، شکل (۲) نمودارهای متغیر حالت $x_1(t)$ تخمین آن $\hat{x}_1(t)$ و نیز اطلاعات ارسال شده از حسگر مربوطه به روینگر $(\tilde{x}_1(t))$ را نمایش می‌دهد. نمودارهای مربوط به متغیر حالت دوم، تخمین آن و اطلاعات ارسال شده مربوط به آن در شکل (۳) آورده شده است. در این حالت، میزان استفاده از شبکه به طور چشمگیری کاهش یافته به گونه‌ای که تنها در ۴۰/۷۷ درصد زمان‌های نمونه‌برداری اطلاعات حسگرها از طریق شبکه به روینگر ارسال شده است. شکل (۴) نمودار مربوط به ارسال اطلاعات را نشان می‌دهد که محور عمودی تعداد نمونه‌های ارسال نشده پیش از هر دو ارسال متوالی اطلاعات است.



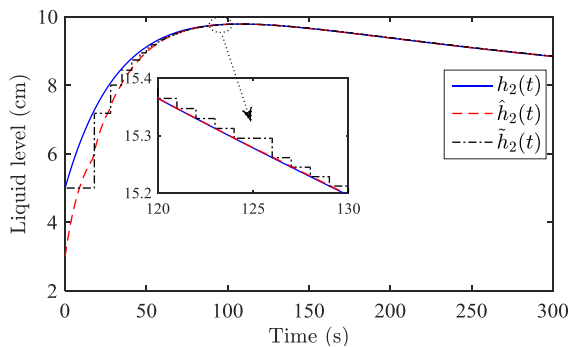
شکل ۲: نمودارهای متغیر حالت $x_1(t)$ تخمین آن $\hat{x}_1(t)$ و اطلاعات ارسال شده از حسگر مربوطه به روینگر $(\tilde{x}_1(t))$ در مثال ۱.



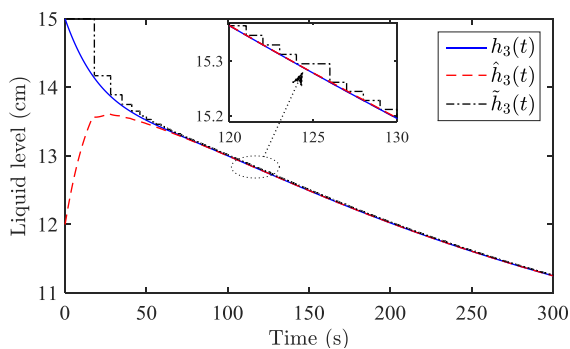
عمودی آن تعداد نمونه‌های ارسال‌نشده پیش از هر دو ارسال متوالی اطلاعات را نشان می‌دهد.



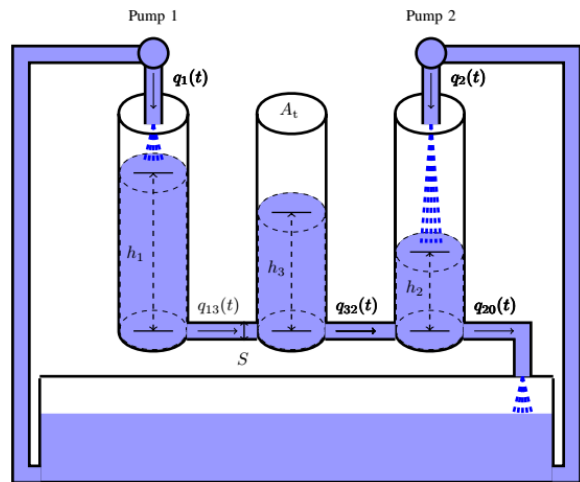
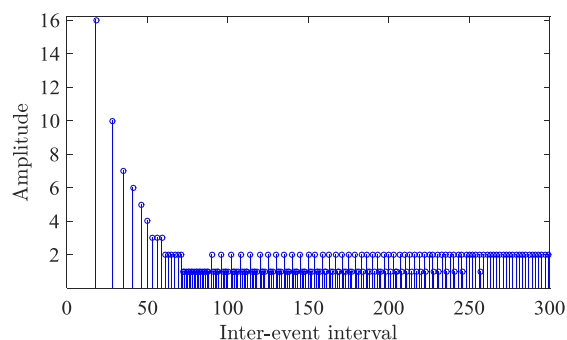
شکل ۶: نمودارهای متغیر حالت $h_1(t)$ ، تخمین آن $\hat{h}_1(t)$ و اطلاعات ارسال‌شده از حسگر مربوطه به رویتگر $\tilde{h}_1(t)$ در مثال ۲.



شکل ۷: نمودارهای متغیر حالت $h_2(t)$ ، تخمین آن $\hat{h}_2(t)$ و اطلاعات ارسال‌شده از حسگر مربوطه به رویتگر $\tilde{h}_2(t)$ در مثال ۲.



شکل ۸: نمودارهای متغیر حالت $h_3(t)$ ، تخمین آن $\hat{h}_3(t)$ و اطلاعات ارسال‌شده از حسگر مربوطه به رویتگر $\tilde{h}_3(t)$ در مثال ۲.



شکل (۹): دیاگرام سیستم سه تانک.

که در آن $q_{ij}(t)$ ، $i, j \in \{1, 2, 3\}$ نرخ شارش آب از تانک نام به تانک زام بر حسب m^3/s ، $q_1(t)$ و $q_2(t)$ به ترتیب نرخ شارش مایع از پمپ ۱ و پمپ ۲ بر حسب m^3/s و A_t و S به ترتیب مساحت سطح استوانه‌ها و لوله‌های ارتباطی بر حسب m^2 است. نرخ‌های شارش فوق از روابط زیر به دست می‌آیند [۲۲]:

$$\begin{aligned} q_{13}(t) &= a_1 S \sqrt{2g} (h_1(t) - h_3(t))^{\frac{1}{2}}, \\ q_{32}(t) &= a_3 S \sqrt{2g} (h_3(t) - h_2(t))^{\frac{1}{2}}, \\ q_{20}(t) &= a_2 S \sqrt{2g} (h_2(t))^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (19)$$

که در آن a_i ($i = 1, 2, 3$) ضرایب ثابت بدون بعد و g شتاب جاذبه زمین بر حسب m/s^2 است. به منظور استفاده از روش پیشنهادی، لازم است یک نمایش SDC از سیستم (۱۸) در نظر گرفته شود که در ادامه، از نمایش شبه‌خطی زیر استفاده شده است:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & -a_{11} \\ -a_{11} & a_{22} & a_{11} - a_{22} \\ 0 & a_{32} & a_{22} \end{bmatrix} x(t), \quad (20)$$

که در آن $x(t) = [h_1(t) \ h_3(t) \ h_2(t)]^T$ و

$$\begin{aligned} a_{11}(x(t)) &= -\frac{a_1 S \sqrt{2g}}{A_t} (h_1(t) - h_3(t))^{-\frac{1}{2}}, \\ a_{22}(x(t)) &= \frac{a_3 S \sqrt{2g}}{A_t} (h_3(t) - h_2(t))^{-\frac{1}{2}}, \\ a_{32}(x(t)) &= -a_{22} - \frac{a_2 S \sqrt{2g}}{A_t} (h_2(t))^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (21)$$

با انتخاب پارامتر تحریک $W = 100I$ ، $V = I$ و زمان نمونه‌برداری ۱ ثانیه، شکل (۶) نمودارهای متغیر حالت $h_1(t)$ ، تخمین آن $\hat{h}_1(t)$ و نیز اطلاعات ارسال‌شده از حسگر مربوطه به رویتگر $\tilde{h}_1(t)$ را نمایش می‌دهد. نمودارهای نظیر مربوط به متغیرهای حالت دوم و سوم به ترتیب در شکل‌های (۷) و (۸) آورده شده‌اند. میزان استفاده از شبکه برابر ۵۹ درصد بوده که معادل کاهش ۴۱ درصدی ارسال اطلاعات است. شکل (۹) نمودار مربوط به ارسال اطلاعات را نشان می‌دهد که محور

- [8] Y. Batmani and H. Khaloozadeh, "On the design of observer for nonlinear time-delay systems," *Asian Journal of Control*, vol. 16, no. 4, pp. 1191–1201, 2014.
- [9] Y. Batmani and H. Khaloozadeh, "On the design of suboptimal sliding manifold for a class of nonlinear uncertain time-delay systems," *International Journal of Systems Science*, vol. 47, no. 11, pp. 2543–2552, 2016.
- [10] Y. Batmani and H. Khaloozadeh, "Optimal chemotherapy in cancer treatment: state dependent Riccati equation control and extended Kalman filter," *Optimal Control Applications and Methods* vol. 34, no. 5, pp. 562–577, 2013.
- [11] M. S. Naik and S. N. Singh, "State-dependent Riccati equation-based robust dive plane control of AUV with control constraints," *Ocean Engineering*, vol. 34, no. 11, pp. 1711–1723, 2007.
- [12] T. Cimen, "Systematic and effective design of nonlinear feedback controllers via the state-dependent Riccati equation (SDRE) method," *Annual Reviews in Control*, vol. 34, no. 1, pp. 32–51, 2010.
- [13] Y. Batmani, "On the design of event-triggered suboptimal controllers for nonlinear systems," *Asian Journal of Control*, vol. 20, no. 5, pp. 1–9, 2018.
- [14] Y. Batmani, M. Davoodi and N. Meskin, "Event-triggered suboptimal tracking controller design for a class of nonlinear discrete-time systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 10, pp. 8079–8087, 2017.
- [15] T. Cimen, "Survey of state-dependent Riccati equation in nonlinear optimal feedback control synthesis," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 35, no. 4, pp. 1025–1047, 2012.
- [16] W. P. M. H. Heemels and M. C. F. Donkers, "Model-based periodic event-triggered control for linear systems," *Automatica*, vol. 49, no.3, pp. 698–711, 2013.
- [17] M. Lemmon, "Event-triggered feedback in control, estimation, and optimization," *Networked Control Systems*, vol. 406, pp.293–358, 2010.
- [18] L. Li, M. Lemmon and X. Wang, "Event-triggered state estimation in vector linear processes," *American Control Conference (ACC)*, pp. 2138–2143, 2010.
- [19] T. Cimen and S. P. Banks, "Nonlinear optimal tracking control with application to super-tankers for autopilot design," *Automatica*, vol. 40, no. 11, pp. 1845–1863, 2004.
- [20] M. H. Korayem and S. R. Nekoo, "Finite-time state-dependent Riccati equation for time-varying nonaffine systems: Rigid and flexible joint manipulator control," *ISA transactions*, vol. 54, pp. 125–144, 2015.
- [21] H. Khalil, *Nonlinear systems*, 3rd ed. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [22] J. J. Rincon-Pasaye, R. Martinez-Guerra and A. Soria-Lopez, "Fault diagnosis in nonlinear systems: An application to a three-tank system," in *American Control Conference (ACC)*, pp. 2136–2141, 2008.

¹ Event-triggered

² State-dependent Riccati equation

³ Local observer

⁴ Remote observer

شکل ۹: نمودار تعداد نمونه‌های ارسال نشده پیش از هر دو ارسال متوالی اطلاعات برای مثال ۲.

۴ نتیجه

با استفاده از یک روش طراحی مبتنی بر معادلات ریکاتی وابسته به حالت، روشی جدید جهت طراحی روینگر رخداد-تحریک در کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی تحت شبکه ارائه شده است. روش پیشنهادی به‌طور چشمگیری میزان ارسال اطلاعات از حسگرها به کنترل‌کننده را کاهش داده که این موضوع منجر به کاهش میزان استفاده از کانال مخابراتی و مشکلات آن می‌گردد. همگرایی تخمین حاصل از روینگر به حالت‌های سیستم نیز از طریق یک قضیه ارزیابی شده است. از جمله مهم‌ترین مزایای روش پیشنهادی می‌توان به سادگی آن و نیز عدم امکان وقوع پدیده Zeno اشاره کرد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی اعمال الگوریتم پیشنهادی بر روی دو سیستم نمونه غیرخطی (نوسان‌ساز و ندرپل و سیستم سه تانک) گواه توانایی آن در کاهش چشمگیر ارسال اطلاعات از حسگرها به کنترل‌کننده است.

مراجع

- [۱] علی کرمی ملانی و احسان رجیبی، «طراحی کنترل‌کننده حالت لغزشی دینامیکی برای سیستم‌های آشوبی با استفاده از روینگر حالت لغزشی» *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۷، شماره ۱، صفحات ۲۳۹–۲۴۸، ۱۳۹۶.
- [۲] بدرالزمان حسینی، مهدی سجودی و عباس چترایی، «طراحی مشاهده‌گر مقاوم و کنترل‌گر فیدبک خروجی برای سیستم‌های چندعاملی دارای تأخیر بازه‌ای و متأثر از نامعینی و اغتشاش» *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحات ۹۹–۱۲۰، ۱۳۹۵.
- [3] W. P. M. H. Heemels, K. H. Johansson and P. Tabuada, "An introduction to event-triggered and self-triggered control," in *IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, pp. 3270–3285, 2012.
- [4] E. Garcia, P. J. Antsaklis and L. A. Montestruque, *Model-based control of networked systems*, Springer, 2014.
- [5] R. A. Gupta and M-Y. Chow, "Networked control system: overview and research trends," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 7, pp. 2527–2535, 2010.
- [6] Q. Liu, Z. Wang, X. He and D. H. Zhou, "A survey of event-based strategies on control and estimation," *Systems Science & Control Engineering*, vol. 2, no. 1, pp. 90–97, 2014.
- [7] Y. Batmani, M. Davoodi and N. Meskin, "Nonlinear suboptimal tracking controller design using state-dependent Riccati equation technique" *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 25, no. 5, pp. 1833–1839, 2017.

زیرنویس‌ها