

## طراحی رُویتگر مقاوم مد لغزشی مبتنی بر مدل فازی TS برای بازسازی عیب عملگر: روش تابع لیاپانوف غیرمربعی

سمیرا اسدی<sup>۱</sup>، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ علیرضا خیاطیان<sup>۱</sup>، استاد؛ مریم دهقانی<sup>۱</sup>، دانشیار؛ نوید وفامند<sup>۱</sup>، دانشجوی دکتری

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه شیراز- شیراز- ایران- khayatia@shirazu.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله، یک رُویتگر مد لغزشی برای بازسازی عیب عملگر در سیستم‌های غیرخطی و در حضور اغتشاش خارجی، ارائه می‌گردد. در روش پیشنهادی، ابتدا سیستم غیرخطی با استفاده از مدل فازی تاکاگی-سوگنو با متغیرهای مقدم غیرقابل اندازه‌گیری، مدل‌سازی می‌شود. سپس، از یک رُویتگر مد لغزشی جهت تخمین متغیرهای حالت و عیب عملگر استفاده می‌شود. در نهایت، با به‌کارگیری تابع لیاپانوف غیرمربعی، پایداری سیستم و رُویتگر اثبات می‌گردد. با اعمال معیار  $H_\infty$ ، تأثیر مخرب اغتشاش خارجی بر روی تخمین حالت‌ها حداقل می‌شود که منجر به تخمین دقیق‌تر عیب می‌گردد. همچنین، در سیستم بدون اغتشاش، تخمین حالت‌ها و عیب به‌صورت مجانبی به مقادیر حقیقی خود همگرا می‌شوند. در روند تحلیل پایداری سیستم و طراحی ضرایب رُویتگر، تغییر مختصات‌هایی مطرح می‌شوند که ماتریس انتقال یکی از آن‌ها، از حل نامساوی‌های ماتریسی خطی به‌دست می‌آید. راهکار پیشنهادی مزایای مختلفی نسبت به روش‌های موجود دارد. اولاً، با به‌کارگیری تابع لیاپانوف غیرمربعی، شرایط نامساوی‌های ماتریس خطی با محافظه‌کاری کمتری به‌دست می‌آیند و در نتیجه، اغتشاش خارجی تأثیر کمتری بر بازسازی عیب خواهد داشت. دوماً، استفاده از رُویتگر مد لغزشی حساسیت بازسازی عیب نسبت به عدم قطعیت و ورودی‌های نامعلوم را از بین می‌برد و علاوه بر تشخیص عیب، ساختار و اندازه آن را تعیین می‌کند. سوماً، با توجه به فرض غیرقابل اندازه‌گیری بودن متغیرهای مقدم، روش پیشنهادی برای دسته گسترده‌تری از سیستم‌های غیرخطی، قابل اعمال است. نهایتاً، جهت نشان‌دادن کارایی روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های اخیر، یک راکتور با تانک همزن پیوسته در نظر گرفته و شبیه‌سازی عددی انجام شده است.

**واژه‌های کلیدی:** سیستم فازی تاکاگی-سوگنو، عیب عملگر، تابع لیاپانوف غیرمربعی، رُویتگر مد لغزشی، نامساوی ماتریسی خطی، بازسازی و آشکارسازی مقاوم عیب، راکتور با تانک همزن پیوسته.

## Robust TS Fuzzy-based Sliding Mode Observer Design for Actuator Fault Reconstruction: Non-quadratic Lyapunov Function Approach

S. Asadi, M.Sc. Student<sup>1</sup>, A. Khayatian, Full Professor<sup>1</sup>, M. Dehghani, Associate Professor<sup>1</sup>, N. Vafamand, Ph.D. Student<sup>1</sup>

1- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, Email: khayatia@shirazu.ac.ir

**Abstract:** This paper proposes a sliding mode observer (SMO) for actuator fault reconstruction of nonlinear systems subjected to external disturbance. In the proposed approach, first, the nonlinear system is modelled by a Takagi-Sugeno fuzzy model with immeasurable premise variables. Then, SMO is used to estimate the states and fault. Finally, by using a non-quadratic Lyapunov function (NQLF), the stability of the error system is proved. By considering  $H_\infty$  performance criteria, the effect of the exogenous disturbance on the state estimations is minimized which provides effective fault estimation. Furthermore, the states and fault estimations asymptotically converge to their actual values for the non-perturbed systems. In the stability analysis and the observer gains design, some change of coordinates are proposed which the transformation matrix of one of them is obtained by solving linear matrix inequalities (LMIs). The proposed approach has some superiority over the existing methods. First, employing the NQLF leads to more relaxed results and better estimation performance. Second, using SMO for fault reconstruction makes the proposed approach insensitive to the uncertainties and unknown inputs and besides detecting the fault, its shape and size are determined. Third, since the premise variables are assumed to be unmeasurable, the presented approach is applicable for a wide class of nonlinear systems. Finally, a continuous stirred tank reactor (CSTR) process is considered and numerical simulation is carried out to illustrate the effectiveness and the accuracy of the proposed approach comparison with the recently published methods.

**Keywords:** Takagi-Sugeno (TS) fuzzy system, Actuator fault, Non-quadratic Lyapunov function (NQLF), Sliding mode observer (SMO), Linear matrix inequality (LMI), Robust fault detection and reconstruction, Continuous stirred tank reactor (CSTR).

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۰۱/۰۴

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۶/۰۶/۲۶ و ۱۳۹۶/۰۷/۲۲

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۰/۱۶

نام نویسنده مسئول: علیرضا خیاطیان

نشانی نویسنده مسئول: ایران- شیراز- دانشگاه شیراز- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر- بخش مهندسی قدرت و کنترل.

## ۱- مقدمه

در بسیاری از مقالات موجود، رؤیتگر مد لغزشی تنها برای کلاس محدودی از سیستم‌های غیرخطی ارائه شده است [۱۳].

با ترکیب روش مد لغزشی و روش TS، می‌توان به یک روش کارآمد در آشکارسازی و بازسازی عیب در سیستم‌های غیرخطی رسید. در این روش، استفاده از مد لغزشی موجب مقاوم شدن رؤیتگر در مقابل عدم قطعیت و اغتشاش می‌شود. همچنین، استفاده از روش TS، موجب سهولت در طراحی رؤیتگر برای کلاس وسیع‌تری از سیستم‌ها می‌گردد. در سال‌های اخیر، استفاده از رؤیتگر مد لغزشی برای آشکارسازی عیب در سیستم‌های غیرخطی فازی TS زمان-پیوسته [۱۴] و یا زمان-گسسته [۱۵] بسیار مورد توجه قرار گرفته است. اگرچه در این مقالات، فرض شده است که متغیرهای مقدم مدل فازی TS قابل اندازه‌گیری هستند. این فرض موجب کاهش قابلیت و کاربرد روش‌های پیشنهاد شده در این مراجع می‌شود. برای رفع این مشکل، مقاله‌هایی مانند [۱۶]، روشی را جهت اثبات پایداری رؤیتگر مد لغزشی مناسب برای سیستم‌های فازی TS با متغیر مقدم غیرقابل اندازه‌گیری ارائه دادند. در این روش، فرض بر لپ شیتز بودن اختلاف متغیرهای مقدم سیستم و رؤیتگر است. در مرجع [۱۷] با به‌کارگیری رؤیتگر مد لغزشی و اعمال معیار کارایی  $H_{\infty}$  برای یک سیستم غیرخطی فازی TS، اثر اغتشاش خارجی و عدم قطعیت بر روی بازسازی عیب حداقل شده است. اما در این مرجع، از تابع لیاپانوف مربعی<sup>۱۱</sup> جهت ارائه شرایط کافی طراحی تخمینگر استفاده شده است.

استفاده از تابع لیاپانوف مربعی در طراحی کنترل‌کننده و تخمینگر برای سیستم‌های فازی با تعداد زیاد قواعد فازی ممکن است سبب عملکرد نامطلوب و یا عدم طراحی رؤیتگر شود. این اشکال و نقصان ما را تشویق می‌کند که در روند طراحی رؤیتگر مد لغزشی برای بازسازی عیب در سیستم فازی TS، از یک تابع لیاپانوف پیچیده‌تر استفاده کنیم.

اخیراً، به‌منظور رسیدن به شرایط پایداری با محافظه‌کاری کمتر، استفاده از تابع لیاپانوف غیرمربعی<sup>۱۱</sup> در طراحی رؤیتگر غیرخطی مبتنی بر TS مورد توجه قرار گرفته است [۱۸، ۱۹]. تابع لیاپانوف غیرمربعی، ترکیب فازی از تعدادی تابع لیاپانوف مربعی است. با بررسی مقالات موجود برای بازسازی عیب در سیستم‌های فازی TS بر اساس رؤیتگر مد لغزشی، مشخص می‌گردد که تا به امروز، تنها از تابع لیاپانوف مربعی در طراحی و اثبات پایداری چنین رؤیتگرهایی استفاده شده است [۱۷، ۲۰، ۲۱]. به‌عبارتی، در هیچ مرجعی از تابع لیاپانوف غیرمربعی در طراحی رؤیتگر مد لغزشی مبتنی بر مدل فازی TS برای بازسازی عیب عملکرد استفاده نشده است. برای نمونه، مقاله [۲۲]، یک روش مد لغزشی مبتنی بر مدل فازی TS برای سیستم توربین بادی زمان پیوسته ارائه شده است. ابتدا، مدل غیرخطی با یک نمایش فازی TS مدل‌سازی شده و سپس با فرض در دسترس بودن متغیرهای مقدم سیستم فازی، عیب سیستم بازسازی شده است. همچنین، در مقاله [۲۳]، عیب سیستم‌های فازی زمان گسسته با تکنیک مد لغزشی

از دهه‌های گذشته تاکنون، طراحی کنترل‌کننده تحمل‌پذیر عیب<sup>۱</sup> یک مسئله مهم جهت تضمین ایمنی و قابلیت اطمینان سیستم‌های عملی [۱، ۲] به‌شمار می‌آید. روش‌های کنترلی تحمل‌پذیر عیب به دو دسته کلی فعال<sup>۲</sup> و غیرفعال<sup>۳</sup> تقسیم می‌شوند [۳]. کنترل‌کننده‌های تحمل‌پذیر عیب فعال با استفاده از اطلاعات به‌دست‌آمده از یک آشکارساز و ایزوله‌ساز عیب<sup>۴</sup>، به عیب موجود واکنش نشان می‌دهند. بنابراین، عملکرد مناسب کنترل‌کننده تحمل‌پذیر عیب فعال، وابسته به مقاوم بودن آشکارساز و ایزوله‌ساز عیب است [۴]. در نتیجه، آشکارسازی و ایزوله‌سازی عیب به یک معیار مهم در زمینه طراحی کنترل‌کننده تبدیل شده است و مقالات زیادی به بررسی و تحلیل آن در سیستم‌های عملی پرداخته‌اند [۵، ۶]. مدل آشکارساز و ایزوله‌ساز عیب دو هدف اساسی دارد. اولاً، تولید یک هشدار زمانی که عیب رخ می‌دهد (آشکارسازی عیب)، ثانیاً مشخص کردن مکان وقوع عیب با استفاده از ارزیابی علایم موجود (ایزوله‌سازی عیب).

یکی از پرکاربردترین روش‌های آشکارسازی عیب، استفاده از رؤیتگر<sup>۵</sup> مبتنی بر مدل است. فیلتر کالمن، رؤیتگر ورودی نامعلوم<sup>۶</sup>، رؤیتگر مبتنی بر مدل فازی TS و رؤیتگر مد لغزشی نمونه‌هایی از رؤیتگرهای کاربردی جهت آشکارسازی عیب هستند. به‌طور کلی، روش‌های آشکارسازی مبتنی بر فیلترهای کالمن، قادر به اثبات همگرایی و پایداری سیستم خطا و بازسازی عیب نیستند. در رؤیتگر ورودی نامعلوم [۷]، با تعریف یک تابع ارزیابی مانده<sup>۷</sup> و مقایسه آن با مقدار آستانه<sup>۸</sup> که از قبل تعریف شده است، می‌توان وقوع و یا عدم وقوع عیب را تشخیص داد. در روش رؤیتگر مبتنی بر TS، با در نظر گرفتن عیب سیستم به‌عنوان متغیر حالت، بازسازی عیب به‌صورت مجانبی انجام می‌شود. اما روش‌های موجود مبتنی بر TS در مقابل عدم قطعیت مقاوم نیستند. رؤیتگر مد لغزشی<sup>۹</sup> به‌دلیل غیرحساس بودن به عدم قطعیت‌های مدل و یا اغتشاش خارجی و توانایی بازسازی مستقیم عیب، بسیار مورد توجه و استفاده قرار گرفته است [۸]. با مقایسه روش‌های بیان‌شده، می‌توان نتیجه گرفت که رؤیتگر مد لغزشی نسبت به دیگر روش‌های آشکارسازی مبتنی بر رؤیتگر، جهت بازسازی مستقیم عیب در حضور اغتشاش، دارای مزایایی است [۹]. لازم است اضافه شود که در سال‌های اخیر، مد لغزشی نه‌تنها به‌عنوان رؤیتگر، بلکه در بحث کنترل‌کننده هم کاربردهای زیادی داشته و بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۱۰-۱۲].

ابتدا، از رؤیتگرهای مد لغزشی، جهت آشکارسازی و تخمین عیب در سیستم‌های خطی استفاده شد و ضرایب ترم‌های غیرپیوسته آن با روش‌های عددی طراحی شد [۸].

با پیشرفت کاربردهای تئوری غیرخطی، محققان درصدد توسعه نتایج و روش‌های موجود برای سیستم‌های خطی به سیستم‌های غیرخطی برآمدند [۱۳]؛ اگرچه در حالت کلی، طراحی رؤیتگر مد لغزشی برای سیستم‌های غیرخطی پیچیده است. این در حالی است که

اصلی مقاله شامل طراحی رباتیک مد لغزشی و ارائه شرایط مناسب جهت پایداری مجانبی خطای تخمین برای سیستم بدون اغتشاش و کارایی نامی  $H_\infty$  خطای تخمین برای سیستم در حضور اغتشاش، مطرح می‌شوند. در بخش ۴، روند بازسازی عیب عملگر مطرح می‌گردد. در بخش ۵ نتایج شبیه‌سازی عملی مطرح شده و در نهایت، در بخش ۶ نتیجه‌گیری آمده است.

## ۲- بیان مسئله و مفاهیم اولیه

یک سیستم غیرخطی زمان-پیوسته که تحت تأثیر عیب عملگر و اغتشاش کران‌دار قرار گرفته را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \Psi(x(t), u(t), f(t), \xi(x(t), u(t), t)) \\ y(t) = \Xi(x(t)) \end{cases} \quad (1)$$

که در آن  $x(t) \in R^n$  بردار حالت،  $u(t) \in R^m$  بردار ورودی کنترلی،  $f(t) \in R^q$  بردار عیب عملگر،  $\xi(x(t), u(t), t) \in R^l$  بردار ورودی اغتشاش و عدم قطعیت‌های سیستم و  $y(t) \in R^p$  بردار خروجی هستند. همچنین  $\Psi$  و  $\Xi$  توابع هموار غیرخطی می‌باشند. با استفاده از ریاضیات فازی، می‌توان سیستم غیرخطی (۱) را به مدل تبدیل کرده و به فرم زیر نمایش داد:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) \left\{ \begin{matrix} A_i x(t) + B_i u(t) + M_i f(t) \\ + D_i \xi(x(t), u(t), t) \end{matrix} \right\} \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2)$$

که در آن  $r$  بیانگر تعداد مدل‌های خطی محلی است.  $z(t)$  بردار متغیر مقدم غیرقابل اندازه‌گیری بوده و تابعی از متغیرهای حالت سیستم می‌باشد.  $A_i, B_i, M_i, D_i, C$  ماتریس‌های حقیقی با ابعاد مناسب هستند. بدون کم‌شدن از کلیت، فرض می‌شود که زوج  $(A_i, C)$  آشکارپذیر بوده و ماتریس‌های  $C$  و  $M_i$  مرتبه کامل هستند)  $rank(M_i) = q$  و  $rank(C) = p$ . توابع عضویت مدل فازی TS و دارای خاصیت جمعی محدب<sup>۱۵</sup> زیر هستند:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1, \\ 0 \leq h_i(z(t)) \leq 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, r\} \end{cases} \quad (3)$$

**علامت‌گذاری:** جهت مختصرنویسی،  $(t)$  در  $x(t), u(t), y(t)$  و  $f(t)$  حذف می‌شود. همچنین  $\xi, \hat{h}_i$  و  $h_i$  به ترتیب نمایشگر  $\xi(x(t), u(t), t)$  و  $h_i(z(t))$  هستند. علاوه بر آن، علامت (\*)، عنصرهای ترانهاده یک ماتریس متقارن را نشان می‌دهد. با تعریف:

$$\phi(x, \hat{x}) := \sum_{i=1}^r (h_i - \hat{h}_i) \{A_i x + B_i u + M_i f + D_i \xi\} \quad (4)$$

که در آن  $\hat{h}_i = h_i(\hat{x})$  و  $\hat{x}$  تخمین  $x$  است، سیستم فازی (۲) را می‌توان به شکل زیر بازنویسی کرد:

و نامساوی ماتریسی خطی بازسازی گردیده است. در این مقاله نیز فرض شده است که متغیرهای مقدم قابل اندازه‌گیری هستند. علاوه بر این، در هر دو روش از تابع لیاپانوف مربعی در طراحی رباتیک و بازیابی عیب استفاده شده است. استفاده از تابع لیاپانوف مربعی موجب تسهیل در طراحی قانون مد لغزشی و ارائه شرایط به فرم LMI می‌شود و در مقابل، محافظه‌کاری شرایط افزایش یافته و ضریب لیپ شیتز کوچک‌تر و معیار  $H_\infty$  بزرگ‌تری را به دست می‌دهد.

در مقاله پیشنهادی، فرض بر در دسترس بودن متغیرهای مقدم حذف شده (متغیرهای مقدم غیر قابل اندازه‌گیری) است و در نتیجه روش پیشنهادی به کلاس وسیع‌تری از سیستم‌های غیرخطی قابل اعمال است. همچنین، بجای استفاده از تابع لیاپانوف مربعی از تابع لیاپانوف غیرمربعی بهره گرفته شده است و این امر، موجب بهبود عملکرد تخمین عیب، کاهش موثرتر معیار کارایی  $H_\infty$  و افزایش ضریب لیپ شیتز می‌شود. به طور کلی، در مقاله پیشنهادی، یک روش جدید مقاوم برای بازسازی عیب عملگر در سیستم‌های غیرخطی در حضور عیب عملگر و اغتشاش، ارائه می‌شود. روش پیشنهادی بر مبنای رباتیک مد لغزشی و مدل فازی TS با متغیر مقدم غیرقابل اندازه‌گیری است. در روش ارائه شده، ابتدا، سیستم غیرخطی توسط مدل فازی TS مدل‌سازی گردیده و متغیرهای حالت و عیب عملگر سیستم فازی TS، توسط یک رباتیک مد لغزشی تخمین زده می‌شوند. مهم‌ترین ویژگی روش پیشنهادی، تضمین پایداری رباتیک مد لغزشی مبتنی بر مدل TS به وسیله تابع لیاپانوف غیرمربعی است. علاوه بر این، استفاده از رباتیک مد لغزشی موجب آشکارسازی و بازسازی مستقیم عیب در حضور عدم قطعیت سیستم غیرخطی و ورودی‌های نامعلوم می‌شود. همچنین، با اعمال معیار کارایی  $H_\infty$ ، تأثیر اغتشاش و عدم قطعیت بر روی خطای تخمین عیب، حداقل می‌شود. برای این کار، با به کارگیری تابع لیاپانوف غیرمربعی، یک مسئله مقدار ویژه تعمیم یافته<sup>۱۶</sup> پیشنهاد می‌شود که با حل آن به کمک رویکرد نامساوی ماتریسی خطی، رباتیک پیشنهادی به نحوی طراحی می‌گردد که تأثیر عدم قطعیت و یا اغتشاش روی خطای تخمین حداقل و ثابت لیپ شیتز<sup>۱۷</sup> حداکثر شود. کاهش خطای تخمین، موجب بهبود عملکرد روش پیشنهادی می‌شود. همچنین، با افزایش ثابت لیپ شیتز، روش پیشنهادی به دسته وسیع‌تری از سیستم‌های TS قابل اعمال خواهد بود. لازم به ذکر است که بهبود معیار کارایی  $H_\infty$  و افزایش ثابت لیپ شیتز به صورت هم‌زمان میسر نیست. بنابراین، در روش پیشنهادی، با در نظر گرفتن یک مصالحه بین معیار کارایی  $H_\infty$  و ثابت لیپ شیتز، شرایط لازم جهت طراحی یک رباتیک فازی TS به وسیله نامساوی‌های ماتریسی خطی به دست می‌آیند. در نهایت، به منظور نشان دادن مزایای رباتیک پیشنهادی، روش ارائه شده را با یک راکتور با تانک همزن پیوسته<sup>۱۸</sup> اعمال کرده و نتایج حاصل از آن با روش‌های موجود مقایسه می‌شود.

ادامه مقاله به شرح زیر است: در بخش ۲، مدل فازی TS در حضور عیب عملگر و اغتشاش مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش ۳، نتایج

$$M_{2,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_{0,i} \end{bmatrix}, A_{21,i} = \begin{bmatrix} A_{211,i} \\ A_{212,i} \end{bmatrix} \quad (12)$$

که  $M_{0,i} \in R^{q \times q}$  و  $A_{211,i} \in R^{(p-q) \times (n-p)}$  یک ماتریس غیرمنفرد است. توجه کنید که فرض ۳ ایجاب می‌کند که  $p \geq q$ . بنابراین، ماتریس‌های  $M_{2,i}$  می‌توانند به شکل (۱۲) انتخاب شوند.

زوج  $(A_{11,i}, A_{21,i})$  آشکارپذیر است و مدهای رُویت‌ناپذیر آن، همان صفرهای نامتغیر  $(A_i, M_i, C)$  است که در نیم‌صفحه چپ صفحه مختلط قرار دارند.

**لم ۲ [۲۵]:** رابطه  $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j Q_{ij} < 0$  برقرار است اگر روابط زیر برقرار باشند:

$$\begin{cases} Q_{ii} < 0 & \text{for } i=1, \dots, r \\ \frac{2}{1-r} Q_{ii} + Q_{ij} + Q_{ji} < 0 & \text{for } i \neq j=1, \dots, r \end{cases} \quad (13)$$

**لم ۳ (فینسلر<sup>۱۸</sup>) [۲۶]:** برای ماتریس‌های  $\Re$  و  $\Im$  و ماتریس متقارن  $S$ ، نامساوی ماتریسی خطی زیر با  $\Im$  غیر ساختاریافته دارای جواب است:

$$S + \Re^T \Im \Re + \Re^T \Im^T \Re < 0 \quad (14)$$

اگر و تنها اگر:

$$\begin{cases} S - \beta \Re^T \Re < 0, \\ S - \beta \Re^T \Im < 0 \end{cases} \quad (15)$$

که در آن  $\beta$  یک اسکالر حقیقی است.

**لم ۴ (مکمل شور<sup>۱۹</sup>) [۲۶]:** اگر  $F: \chi \rightarrow \kappa$  یک تابع شبه‌خطی بوده که به صورت زیر قابل تقسیم‌بندی باشد:

$$F(\chi) = \begin{bmatrix} F_{11}(\chi) & F_{12}(\chi) \\ F_{21}(\chi) & F_{22}(\chi) \end{bmatrix} \quad (16)$$

که در آن  $F_{11}(\chi)$  مربعی است، رابطه  $F(\chi) < 0$  برقرار است اگر و تنها اگر

$$\begin{cases} F_{11}(\chi) < 0 \\ F_{22}(\chi) - F_{21}(\chi) F_{11}^{-1}(\chi) F_{12}(\chi) < 0 \end{cases} \quad (17)$$

یا

$$\begin{cases} F_{22}(\chi) < 0 \\ F_{11}(\chi) - F_{12}(\chi) F_{22}^{-1}(\chi) F_{21}(\chi) < 0 \end{cases} \quad (18)$$

### فرمول‌بندی رُویتگر

در این بخش یک رُویتگر مد لغزشی را ارائه می‌شود که تضمین می‌کند خطای تخمین حالت به سمت یک سطح لغزشی حرکت کرده و سپس به صورت مجانبی<sup>۲۰</sup> به سمت صفر میل می‌کند. این رُویتگر بر مبنای مختصات جدید معرفی شده در لم ۱ (سیستم (۱۱)) طراحی شده و به فرم زیر است:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^r \hat{h}_i \{A_i x + B_i u + M_i f + D_i \xi + \phi\} \\ y = Cx \end{cases} \quad (5)$$

لازم به ذکر است که در معادله (۵) توابع عضویت براساس بردار تخمین حالت  $\hat{x}$  ساخته شده‌اند. همچنین  $\phi(x, \hat{x})$  در شرط لیپ شیتز [۲۴] زیر صدق می‌کند:

$$\|\phi(x, \hat{x})\| \leq \gamma \|x - \hat{x}\| \quad (6)$$

که  $\gamma$  یک ثابت مثبت است.

### ۳- طراحی رُویتگر مد لغزشی

در این بخش، یک رُویتگر مد لغزشی برای سیستم رابطه (۵) ارائه می‌گردد. در ادامه، به بررسی فرضیات و لم‌های مورد نیاز برای طراحی روش پیشنهادی پرداخته می‌شود.

#### فرض ۱ (شرط تطبیق رُویتگر<sup>۱۶</sup>):

$$\text{rank}(CM_i) = \text{rank}(M_i) = q \quad (7)$$

**فرض ۲ (مینیمم فاز<sup>۱۷</sup>):** صفرهای نامتغیر سیستم تولیدشده توسط  $(A_i, M_i, C)$ ، در نیم‌صفحه چپ صفحه مختلط قرار می‌گیرند:

$$\text{rank} \begin{bmatrix} sI_n - A_i & M_i \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + q \quad (8)$$

برای تمامی  $s$ ‌هایی که  $\text{Re}(s) \geq 0$  باشد.

**فرض ۳:** ابعاد  $x$  و  $y$  و  $f$  در شرط زیر صدق می‌کنند:

$$n > p \geq q \quad (9)$$

**فرض ۴:** نرم بردار نامعلوم  $f$  و مشتقات  $h_i$  برای  $i \in \{1, \dots, r\}$  کران‌دار با کران محدود فرض می‌شوند. یعنی:

$$\|f\| \leq \rho_f; \quad \|h_i\| \leq \rho_{mi} \quad (10)$$

#### لم ۱ [۸]:

الف) اگر فرض ۱ برقرار باشد، یک ماتریس تغییر مختصات وجود دارد که  $A_i, M_i, D_i$  و  $C$  را به ساختار زیر می‌برد:

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{11,i} & A_{12,i} \\ A_{21,i} & A_{22,i} \end{bmatrix}, M_i = \begin{bmatrix} 0 \\ M_{2,i} \end{bmatrix}, D_i = \begin{bmatrix} D_{1,i} \\ D_{2,i} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & T_0 \end{bmatrix}$$

که در آن  $A_{11,i} \in R^{(n-p) \times (n-p)}$ ،  $D_{2,i} \in R^{p \times l}$  و  $T_0 \in R^{p \times p}$  یک ماتریس متعامد است.  $A_{21,i} \in R^{p \times (n-p)}$  و  $M_{2,i} \in R^{p \times q}$  دارای ساختار زیر می‌باشند:

که  $A_{s,i}$  ماتریس‌های پایدار دلخواه می‌باشند و توسط طراح انتخاب می‌شوند. از آن‌جا که زوج  $(A_{11,i}, A_{21,i})$  آشکارپذیر هستند، ماتریس‌های  $L_i$  وجود دارند که  $\tilde{A}_{11,i} = A_{11,i} + L_i A_{21,i}$  پایدار باشند. با اعمال تغییر مختصات (۲۴)، سیستم (۲۲) به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\dot{\tilde{e}} = \sum_{i=1}^r \hat{h}_i \{ \tilde{A}_{11,i} \tilde{e} + T_{L,i} \phi + \tilde{M}_i f - \tilde{G}_{n,i} v_i + \tilde{D}_i \xi \} \quad (25)$$

که در آن،

$$\tilde{A}_{11,i} = \begin{bmatrix} A_{11,i} + L_i A_{21,i} & 0 \\ T_0 A_{21,i} & A_{s,i} \end{bmatrix} \quad (26)$$

دلیل اصلی معرفی ماتریس انتقال  $T_{L,i}$ ، تولید دینامیک خطای پایداری به شکل (۲۵) و در نتیجه تولید  $\tilde{A}_{11,i}$  به شکل هرویتز است. با تعریف  $\tilde{e} = [e_1^T \ e_2^T]^T$  به دو قسمت تفکیک می‌شود:

$$\dot{e}_1 = \sum_{i=1}^r \hat{h}_i \left\{ (A_{11,i} + L_i A_{21,i}) e_1 + [I_{n-p} \ L_i] \phi + \begin{matrix} (D_{1,i} + L_i D_{2,i}) \xi \end{matrix} \right\} \quad (27)$$

و

$$\dot{e}_2 = \sum_{i=1}^r \hat{h}_i \left\{ A_{s,i} e_2 + T_0 A_{21,i} e_1 + T_0 \phi + \begin{matrix} T_0 M_{2,i} f - v_i + T_0 D_{2,i} \xi \end{matrix} \right\} \quad (28)$$

بنابراین هدف، طراحی ماتریس‌های  $L_i$  است به گونه‌ای که پایداری مجانبی (۲۵) در غیاب اغتشاش و یا عدم قطعیت تضمین شده و در حضور اغتشاش، معیار کارایی  $H_\infty$  زیر برقرار گردد:

$$\|\tilde{e}\|^2 \leq \mu^2 \|\xi\|^2 \quad (29)$$

**توجه ۱:** تا به اینجای مقاله، ماتریس‌های انتقال  $\bar{T}_i$  و  $T_{L,i}$  برای زیرسیستم‌های فازی مطرح شد که سیستم TS (۵) را پارتیشن بندی می‌کنند. هدف از این تغییر مختصات را به صورت خلاصه در زیر بیان شده است:

(۱) ماتریس انتقال  $\bar{T}_i$  از ضرب دو ماتریس  $T_c$  و  $T_{a,i}$  به دست می‌آید. وظیفه ماتریس انتقال  $T_c$ ، تفکیک ماتریس  $C$  به گونه‌ای است که این ماتریس به فرم  $[0 \ I]$  تبدیل شود.  $T_{a,i}$  وظیفه تفکیک کردن دینامیک سیستم به دو بخش دارای عیب و مستقل از عیب را داراست. به صورت خلاصه، می‌توان گفت ماتریس  $\bar{T}_i = T_{a,i} T_c$ ، عیب را به دینامیک خطای خروجی منتقل می‌کند (چون خروجی قابل اندازه‌گیری و در دسترس است).

(۲) ماتریس انتقال  $T_{L,i}$ ، جهت پایداری دینامیک حالت‌های غیرقابل دسترس  $e_1$  مستقل از عیب مطرح شده است.

### آنالیز پایداری

قضیه‌ای که در این بخش مطرح می‌شود، شرایط لازم برای تضمین پایداری خطای تخمین حالت با معیار کارایی  $H_\infty$  و حداکثر ثابت لیم

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \sum_{i=1}^r \hat{h}_i \{ A_i \hat{x} + B_i u + G_{1,i} e_y + G_{n,i} v_i \} \\ \hat{y} = C \hat{x} \end{cases} \quad (19)$$

که در آن،  $G_{1,i}$  و  $G_{n,i}$  ماتریس‌های طراحی رباتگر هستند و در ادامه محاسبه می‌شوند.  $e_y := y - \hat{y}$  بیانگر خطای تخمین خروجی بوده و  $v_i$  ترم‌های ناپیوسته هستند که خطاهای ایجاد شده به دلیل حضور عیب را جبران می‌کنند. این ترم‌های ناپیوسته دارای ساختار زیر می‌باشند:

$$\begin{cases} \eta_i \frac{e_y}{\|e_y\|} & e_y \neq 0 \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (20)$$

که در آن،

$$\eta_i \geq \rho_f \|T_0 M_{2,i}\| \max_j \left( \frac{\|P_{2,i}\|}{\lambda_{\min}(P_{2,j})} \right) + w_i \quad (21)$$

که در آن،  $w_i$  ثوابت دلخواه مثبت بوده و  $\lambda_{\min}(P_{2,j})$  بیانگر کوچکترین مقدار ویژه ماتریس  $P_{2,j}$  است که در ادامه معرفی می‌شود. دینامیک خطای تخمین حالت  $e := x - \hat{x}$  با تفکیک معادلات (۵) و (۱۹) از هم به دست می‌آید. یعنی:

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^r \hat{h}_i \left\{ \begin{matrix} (A_i - G_{1,i} C) e + M_i f \\ -G_{n,i} v_i + D_i \xi + \phi \end{matrix} \right\} \quad (22)$$

با پارتیشن بندی  $\phi = [\phi_1^T \ \phi_2^T]^T$  و اعمال یک تغییر مختصات دیگر به فرم

$$T_{L,i} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & L_i \\ 0 & T_0 \end{bmatrix}, \quad L_i = [\bar{L}_i \ 0] \in R^{(n-p) \times p} \quad (23)$$

که در آن  $\bar{L}_i \in R^{(n-p) \times (p-q)}$  خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_i &= T_{L,i} A_i T_{L,i}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11,i} + L_i A_{21,i} & \tilde{A}_{12,i} \\ T_0 A_{21,i} & \tilde{A}_{22,i} \end{bmatrix} \\ \tilde{D}_i &= T_{L,i} D_i = \begin{bmatrix} D_{1,i} + L_i D_{2,i} \\ T_0 D_{2,i} \end{bmatrix} \\ \tilde{M}_i &= T_{L,i} M_i = \begin{bmatrix} 0 \\ T_0 M_{2,i} \end{bmatrix} \\ \tilde{C} &= C T_{L,i}^{-1} = [0 \ I_p] \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{n,i} &= T_{L,i} G_{n,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \end{bmatrix} \\ \tilde{G}_{1,i} &= T_{L,i} G_{1,i} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{12,i} \\ \tilde{A}_{22,i} - A_{s,i} \end{bmatrix} \\ \tilde{\phi}_i &= T_{L,i} \phi = T_{L,i} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{cccc} 0 & I & 0 & P_{1,j} \\ P_{2,j} & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\varepsilon I & 0 & 0 & 0 \\ * & -\sigma I & 0 & 0 \\ * & * & -\sigma I & 0 \\ * & * & * & -\beta I \end{array} \right\}$$

$$\Delta_{1,ij} = A_{11,i}^T P_{1,j} + P_{1,j} A_{11,i} + \sum_{k=1}^r \rho_{mk} P_{1,k} + I_{n-p} \quad (33)$$

$$\Delta_{2,ij} = A_{s,i}^T P_{2,j} + P_{2,j} A_{s,i} + \sum_{k=1}^r \rho_{mk} P_{2,k} + I_p \quad (34)$$

که  $\rho_{mk}$  در فرض ۴ تعریف شده است.

**اثبات:** تابع لیاپانوف غیرمربعی زیر را در نظر بگیرید:

$$V = \tilde{e}^T \left( \sum_{j=1}^r \hat{h}_j P_j \right) \quad (35)$$

که در آن،  $P_j = \text{diag}(P_{1,j}, P_{2,j})$  و  $P_{1,j} \in R^{(n-p) \times (n-p)}$  و  $P_{2,j} \in R^{p \times p}$  ماتریس‌های مثبت معین متقارن هستند. مشتق زمانی  $V$  برای سیستم (۲۵) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \hat{h}_i \hat{h}_j \left\{ \tilde{e}^T (A_{i,i}^T P_j + P_j A_{i,i} + \sum_{k=1}^r \hat{h}_k P_k) \tilde{e} + 2\tilde{e}^T P_j (\tilde{M}_i f - \tilde{G}_{n,i} v_i + \tilde{D}_i \xi + T_L \phi) \right\} \quad (36)$$

با استفاده از (۶) و رابطه  $2\Psi^T \mathcal{G} \leq \frac{1}{\varepsilon} \Psi^T \Psi + \varepsilon \mathcal{G}^T \mathcal{G}$  که  $\varepsilon > 0$ ، رابطه زیر برقرار می‌شود:

$$\begin{aligned} 2\tilde{e}^T P_j T_L \phi &\leq \frac{1}{\varepsilon} \tilde{e}^T P_j P_j \tilde{e} + \varepsilon \phi^T T_L^T T_L \phi \\ &\leq \frac{1}{\varepsilon} \tilde{e}^T P_j P_j \tilde{e} + \varepsilon \|T_L \phi\|^2 \\ &\leq \frac{1}{\varepsilon} \tilde{e}^T P_j P_j \tilde{e} + \varepsilon \|T_L\|^2 \gamma^2 \|T_L^{-1} \tilde{e}\|^2 \\ &\leq \frac{1}{\varepsilon} \tilde{e}^T P_j P_j \tilde{e} + \varepsilon \alpha^2 \|\tilde{e}\|^2 \end{aligned} \quad (37)$$

که در آن،  $\alpha = \|T_L\| \|T_L^{-1}\| \gamma$ . با در نظر گرفتن رابطه (۲۰)، معادلات زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} &\tilde{e}^T P_j (\tilde{M}_i f - \tilde{G}_{n,i} v_i) \\ &= \tilde{e}^T \left( \begin{bmatrix} P_{1,j} & 0 \\ 0 & P_{2,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ T_0 M_{2,i} \end{bmatrix} f - \begin{bmatrix} P_{1,j} & 0 \\ 0 & P_{2,j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \end{bmatrix} v_i \right) \\ &= e_y^T P_{2,j} T_0 M_{2,i} f - e_y^T P_{2,j} v_i \\ &= e_y^T P_{2,j} T_0 M_{2,i} f - \eta_i \frac{e_y^T P_{2,j} e_y}{\|e_y\|} \end{aligned} \quad (38)$$

از طرفی قانون Rayleigh به فرم (۳۹) را در نظر بگیرید.

شیتز  $\gamma^*$  برای  $\phi$  در (۶) را ارائه می‌دهد. به عبارت دیگر، این شرایط نه تنها ماتریس‌های طراحی  $L_i$  را به ما می‌دهند بلکه مقدار حداکثر ثابت لیپ شیتز برای اینکه سیستم (۲۵) پایدار بماند را نیز مشخص می‌کنند.

**قضیه ۱:** اگر ثوابت  $\varepsilon > 0$ ،  $\theta > 0$ ،  $\sigma > 0$  و  $\beta > 0$  و ماتریس‌های متقارن  $P_{2,i} > 0$  و  $P_{1,i} > 0$  برای یک اسکالر ثابت  $0 \leq \delta \leq 1$  به گونه‌ای موجود باشند که مسئله بهینه‌سازی نامساوی ماتریسی خطی (۳۰) جواب داشته باشد، آنگاه، خطای تخمین (۲۵) پایدار است و معیار کارایی  $H_\infty$  با بهره  $\mu^* = \sqrt{\theta}$  و ثابت لیپ شیتز  $\gamma^* = \frac{1}{\|T_L\| \|T_L^{-1}\| \sqrt{\varepsilon \theta}}$  به دست می‌آیند.

$$\begin{aligned} &\min[\delta(\sigma + \varepsilon) + (1 - \delta)\theta] \\ &\text{s.t.} \\ &\begin{cases} Q_{ii} < 0 & \text{for } i=1, \dots, r \\ \frac{2}{1-r} Q_{ii} + Q_{ij} + Q_{ji} < 0 & \text{for } i \neq j=1, \dots, r \end{cases} \end{aligned} \quad (30)$$

که در آن

$$Q_{ij} = \begin{bmatrix} \Delta_{1,ij} & A_{21,i}^T T_0^T P_{2,j} & P_{1,j} D_{1,i} & P_{1,j} \\ * & \Delta_{2,ij} & P_{2,ij} T_0 D_{2,i} & 0 \\ * & * & -\theta I_l & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon I \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\left. \begin{array}{cccc} 0 & I & 0 & A_{21,i}^T \\ P_{2,j} & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{2,i}^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\varepsilon I & 0 & 0 & 0 \\ * & -\sigma I & 0 & 0 \\ * & * & -\sigma I & 0 \\ * & * & * & -\beta I \end{array} \right\}$$

9

$$Q'_{ij} = \begin{bmatrix} \Delta_{1,ij} & A_{21,i}^T T_0^T P_{2,j} & P_{1,j} D_{1,i} & P_{1,j} \\ * & \Delta_{2,ij} & P_{2,ij} T_0 D_{2,i} & 0 \\ * & * & -\theta I_l & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon I \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$J \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \hat{h}_i \hat{h}_j \left\{ \tilde{e}^T \begin{bmatrix} \Phi_{1,ij} & A_{21i}^T T_0^T P_{2,j} \\ P_{2,j} T_0 A_{21i} & \Phi_{2,ij} \end{bmatrix} \tilde{e} \right. \\ \left. + 2\tilde{e}^T \begin{bmatrix} P_{1,j} D_{1,i} + P_{1,j} L_i D_{2,i} \\ P_{2,j} T_0 D_{2,i} \end{bmatrix} \xi - \theta \xi^T \xi \right\} \quad (45)$$

$$= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \hat{h}_i \hat{h}_j \begin{bmatrix} e_1 \\ e_y \\ \xi \end{bmatrix}^T \Psi \begin{bmatrix} e_1 \\ e_y \\ \xi \end{bmatrix} < 0$$

که در آن

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Phi_{1,ij} & (P_{2,j} T_0 A_{21i})^T \\ P_{2,j} T_0 A_{21i} & \Phi_{2,ij} \\ (P_{1,j} D_{1,i} + P_{1,j} L_i D_{2,i})^T & (P_{2,j} T_0 D_{2,i})^T \\ P_{1,j} D_{1,i} + P_{1,j} L_i D_{2,i} & P_{2,j} T_0 D_{2,i} \\ -\theta I_i & \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\Phi_{1,ij} = (A_{11i} + L_i A_{21i})^T P_{1,j} + P_{1,j} (A_{11i} + L_i A_{21i}) \\ + \frac{1}{\varepsilon} P_{1,j} P_{1,j} + (\sigma^{-1} + 1) I_{n-p} + \sum_{\rho=1}^k q_{\rho} P_{1,\rho} \quad (47)$$

$$\Phi_{2,ij} = A_{s,i}^T P_{2,j} + P_{2,j} A_{s,i} + \frac{1}{\varepsilon} P_{2,j} P_{2,j} \\ + (\sigma^{-1} + 1) I_p + \sum_{\rho=1}^k q_{\rho} P_{2,\rho} \quad (48)$$

بر اساس لم تجانس [۲۵]، رابطه (۴۵) معادل رابطه زیر است:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \hat{h}_i \hat{h}_j \Psi < 0 \quad (49)$$

به دلیل وجود ترم‌های  $L_i^T P_{1,j}$  و  $P_{1,j} L_i$ ، رابطه (۴۹) را نمی‌توان به صورت نامساوی ماتریسی خطی درآورد. بنابراین با اعمال لم فینسلر بر روی (۴۹)، معادلات به فرم زیر درمی‌آیند:

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \hat{h}_i \hat{h}_j \begin{bmatrix} \pi_1 & (P_{2,j} T_0 A_{21i})^T & P_{1,j} D_{1,i} \\ P_{2,j} T_0 A_{21i} & \Phi_{2,ij} & P_{2,j} T_0 D_{2,i} \\ (P_{1,j} D_{1,i})^T & (P_{2,j} T_0 D_{2,i})^T & -\theta I_i \end{bmatrix} \\ + \beta^{-1} \begin{bmatrix} A_{21i}^T \\ 0 \\ D_{2,i}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{21i} & 0 & D_{2,i} \end{bmatrix} < 0 \quad (50)$$

و

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \hat{h}_i \hat{h}_j \begin{bmatrix} \pi_1 & (P_{2,j} T_0 A_{21i})^T & P_{1,j} D_{1,i} \\ P_{2,j} T_0 A_{21i} & \Phi_{2,ij} & P_{2,j} T_0 D_{2,i} \\ (P_{1,j} D_{1,i})^T & (P_{2,j} T_0 D_{2,i})^T & -\theta I_i \end{bmatrix} \\ + \beta^{-1} \begin{bmatrix} P_{1,j} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{1,j} & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (51)$$

که در آن‌ها

$$\lambda_{\min}(P_{2,j}) \|e_y\|^2 \leq e_y^T P_{2,j} e_y \leq \lambda_{\max}(P_{2,j}) \|e_y\|^2 \quad (39)$$

که در آن  $\lambda_{\min}(P_{2,j})$  و  $\lambda_{\max}(P_{2,j})$  به ترتیب معرف مقادیر ویژه مینیمم و ماکزیمم ماتریس  $P_{2,j}$  هستند. با استفاده از روابط (۱۰)، (۳۸)، (۳۹) و اینکه  $P_{2,j}$  ماتریس‌های مثبت بوده و در نتیجه مقادیر ویژه آن‌ها مثبت هستند، رابطه (۳۸) به فرم زیر درمی‌آید:

$$\tilde{e}^T P_j (\tilde{M}_i f - \tilde{G}_{n,i} v_i) \\ \leq \|e_y^T P_{2,j} T_0 M_{2,i} f\| - \eta_i \frac{e_y^T P_{2,j} e_y}{\|e_y\|} \\ \leq \|e_y^T P_{2,j} T_0 M_{2,i} f\| - \eta_i \lambda_{\min}(P_{2,j}) \|e_y\| \quad (40) \\ \leq \|e_y\| (\rho_f \|P_{2,j}\| \|T_0 M_{2,i}\| - \eta_i \lambda_{\min}(P_{2,j})) \\ \leq -w_i \lambda_{\min}(P_{2,j}) \|e_y\| \\ \leq 0$$

از رابطه (۱۰)، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\tilde{e}^T \sum_{k=1}^r \hat{h}_k P_k \tilde{e} \leq \tilde{e}^T \sum_{k=1}^r \rho_{mk} P_k \tilde{e} \quad (41)$$

با در نظر گرفتن (۴۱) - (۳۹)، به فرم زیر به دست می‌آید:

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \hat{h}_i \hat{h}_j \left\{ \tilde{e}^T \begin{bmatrix} (A_{r,i}^T P_j + P_j A_{r,i} + \varepsilon^{-1} P_j P_j) \\ + (\alpha \varepsilon^2)^{-1} I_n + \sum_{k=1}^r \rho_{mk} P_k \\ + 2\tilde{e}^T P_j \tilde{D}_i \xi \end{bmatrix} \tilde{e} \right\} \quad (42)$$

که در آن، با تعریف  $\sigma := (\alpha \varepsilon^2)^{-1}$  و در نتیجه  $\alpha = \frac{1}{\sqrt{\sigma \varepsilon}}$ ، به فرم زیر درمی‌آید:

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \hat{h}_i \hat{h}_j \left\{ \tilde{e}^T \begin{bmatrix} (A_{r,i}^T P_j + P_j A_{r,i} + \varepsilon^{-1} P_j P_j) \\ + \sigma^{-1} I_n + \sum_{k=1}^r \rho_{mk} P_k \\ + 2\tilde{e}^T P_j \tilde{D}_i \xi \end{bmatrix} \tilde{e} \right\} \quad (43)$$

بنابراین، حداکثر مقدار  $\alpha$  را می‌توان با حداقل کردن  $\sigma$  و  $\varepsilon$  به دست آورد. با تعریف  $J := \dot{V}(\tilde{e}) + \tilde{e}^T \tilde{e} - \mu^2 \xi^T \xi$ ، نامساوی زیر به دست می‌آید:

$$J \leq \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \hat{h}_i \hat{h}_j \left\{ \tilde{e}^T \begin{bmatrix} (A_{r,i}^T P_j + P_j A_{r,i} + \varepsilon^{-1} P_j P_j) \\ + \sigma^{-1} I_n + I_n + \sum_{k=1}^r \rho_{mk} P_k \\ + 2\tilde{e}^T P_j \tilde{D}_i \xi - \theta \xi^T \xi \end{bmatrix} \tilde{e} \right\} \quad (44)$$

که  $\mu^2 = \theta$ . با استفاده از ساختار قطری  $P_j$  و (۲۶)، نامساوی به فرم زیر تبدیل می‌شود:

بنابراین انتخاب مناسب اندازه  $\delta_f$  و  $\eta_i$ ، یک مصالحه بین عوامل مختلف است. با تعریف تخمین عیب عملگر به شکل زیر

$$\hat{f} = \left( \sum_{k=1}^r \hat{h}_i \{M_{2,i}\} \right)^\dagger T_0^{-1} \sum_{k=1}^r \hat{h}_i \{v_{eq,i}\} \quad (56)$$

خطای تخمین عیب برابر خواهد بود با:

$$e_f = \hat{f} - f = M_{2,i}^\dagger (A_{21,i}e_1 + \phi_2 + D_{2,i}\xi) \quad (57)$$

از طرف دیگر، ترم  $M_{2,i}^\dagger (A_{21,i}e_1 + \phi_2 + D_{2,i}\xi)$  دارای کران زیر است:

$$\begin{aligned} & \|M_{2,i}^\dagger (A_{21,i}e_1 + \phi_2 + D_{2,i}\xi)\| \\ & \leq \|M_{2,i}^\dagger\| (\|A_{21,i}\| + \gamma \|T_L^{-1}\|) \|e_1\| + \|M_{2,i}^\dagger D_{2,i}\| \|\xi\| \end{aligned} \quad (58)$$

از رابطه (۲۹)، رابطه  $\|e_1\|^2 \leq \|\tilde{e}\|^2 \leq \mu^2 \|\xi\|^2$  به دست می آید. بنابراین

$$\|e_f\| \leq \varpi \|\xi\| \quad (59)$$

که در آن،

$$\varpi = \mu \|M_{2,i}^\dagger\| (\|A_{21,i}\| + \gamma \|T_L^{-1}\|) + \|M_{2,i}^\dagger D_{2,i}\| \quad (60)$$

در نتیجه، برای  $\|\xi\|$  کوچک رابطه  $\hat{f} \approx f$  برقرار می شود و عیب عملگر به شکل زیر تخمین زده می شود:

$$\hat{f} = \left( \sum_{k=1}^r \hat{h}_i \{M_{2,i}\} \right)^\dagger T_0^{-1} \sum_{k=1}^r \hat{h}_i \left\{ \eta_i \frac{e_y}{\|e_y\| + \delta_f} \right\} \quad (61)$$

که در آن،  $\left( \sum_{k=1}^r \hat{h}_i \{M_{2,i}\} \right)^\dagger$  بیانگر شبه معکوس  $\left( \sum_{k=1}^r \hat{h}_i \{M_{2,i}\} \right)$  است.

### ۵- نتایج شبیه سازی

**مثال:** یک راکتور با تانک همزن پیوسته در نظر بگیرید که در آن یک واکنش شیمیایی چندجزئی به شکل  $A \rightleftharpoons B \rightarrow C$  در حال انجام است. دینامیک غیرخطی سیستم راکتور به شکل زیر است [۲۸]:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -4 & 0.8796 + 0.5x_2 & 0 \\ 3 & -3.6388 - 1.5x_2 & 0 \\ 0 & 1.7592 + x_2 & -1 \end{bmatrix} x \\ \quad + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \xi \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} x \end{cases} \quad (62)$$

$$\begin{aligned} \pi_1 &= P_{1,j} A_{11,i} + A_{11,i}^T P_{1,j} + \varepsilon^{-1} P_{1,j} P_{1,j} \\ & (\sigma^{-1} + 1) I_{n-p} + \sum_{k=1}^r \rho_{mk} P_{1,k} \end{aligned} \quad (52)$$

و  $\beta$  یک ثابت مثبت است. در نهایت، با اعمال لم مکمل شور بر روی (۵۰) و (۵۱) و استفاده از لم ۲، روابط (۵۰) و (۵۱) منجر به نامساوی های ماتریسی خطی (۳۲)–(۳۰) می شوند. از طرفی، هدف دیگر، یافتن حداکثر مقدار ثابت لیپ شیتز است. براساس تعاریف  $\alpha$  و  $\sigma$ ، رابطه زیر برقرار است:

$$\gamma = \frac{\alpha}{\|T_L\| \|T_L^{-1}\|} = \frac{1}{\|T_L\| \|T_L^{-1}\| \sqrt{\sigma \varepsilon}} \quad (53)$$

در نتیجه، با حداقل کردن  $\alpha$  و  $\sigma$ ، ثابت لیپ شیتز  $\gamma$  حداکثر می شود.

**توجه ۲:** با اعمال لم فینسلر، ضرایب رزونانس  $L_i$  در قضیه ۱ حذف می شوند. بعد از اعمال قضیه ۱، مقادیر  $\varepsilon$ ،  $\theta$ ،  $\sigma$ ،  $P_{1,i}$  و  $P_{2,i}$  به دست می آیند. در نتیجه، تنها مجهول در رابطه (۴۹)،  $L_i$  است که می توان آن را به کمک نامساوی ماتریسی خطی به دست آورد.

**توجه ۳:** می توان ثابت کرد که برای سیستم TS بدون ورودی اغتشاش و عدم قطعیت (منظور  $\xi=0$ )، خطای تخمین به صورت مجانبی به سمت صفر میل می کند. اگر قضیه ۱ جواب های شدنی به دست دهد، رابطه (۲۹) برقرار می شود. حال اگر  $\|\xi\| \rightarrow 0$ ، آنگاه  $\|\tilde{e}\| \rightarrow 0$ .

### ۴- بازسازی عیب عملگر

در این بخش، فرآیند بازسازی عیب عملگر از روی سیگنال های قابل اندازه گیری  $u$  و  $y$  بحث می شود. در طول سطح لغزش،  $e_y = \dot{e}_y = 0$  است. بنابراین، رابطه (۲۸) بر روی سطح لغزش به شکل زیر بازنویسی می شود:

$$0 = \sum_{i=1}^r \hat{h}_i \left\{ \begin{array}{l} T_0 A_{21,i} e_1 + T_0 \phi_2 + T_0 M_{2,i} f \\ - v_{eq,i} + T_0 D_{2,i} \xi \end{array} \right\} \quad (54)$$

که در آن،  $v_{eq,i}$  معادل خطای خروجی تزریق شده  $\xi$  نامیده شده و برای ایجاد حرکت لغزشی از آن استفاده می شود. می توان  $v_{eq,i}$  را به فرم زیر انتخاب نمود [۲۷]:

$$v_{eq,i} = \eta_i \frac{e_y}{\|e_y\| + \delta_f} \quad (55)$$

که در آن  $\delta_f$  یک ثابت مثبت است. یک بسیار کوچک تقریب بهتری از عبارت غیرخطی را به ما می دهد؛ این در حالی است که برای کاهش پدیده چترینگ به  $\delta_f$  بزرگ نیاز است. از طرفی اندازه پارامتر  $\eta_i$ ، دامنه ای که لغزش در آن اتفاق می افتد را بیان می کند از طرف دیگر، به دلیل برخی نکات عملی انتخاب بزرگ  $\eta_i$  مطلوب نیست.



که در آن  $x = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$  و برای  $i=1, \dots, 3$  به غلط گونه‌های  $A, B$  و  $C$  تخصیص داده شده است. متغیر حالت  $x_2$  کران دار بوده و در محدوده  $x_2 \in [-x_{Max} \ x_{Max}]$  قرار دارد. با تعریف توابع عضویت نرمالیزه به شکل

$$h_1 = \frac{x_{Max} - x_2}{2x_{Max}}; \quad h_2 = \frac{x_2 + x_{Max}}{2x_{Max}} \quad (۶۳)$$

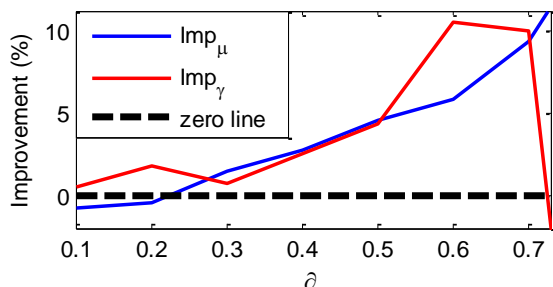
ماتریس‌های محلی  $A_i, B_i, M_i, D_i$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -4 & 0.8796 - 0.5x_{max} & 0 \\ 3 & -3.6388 + 1.5x_{max} & 0 \\ 0 & 1.7592 - x_{max} & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad M_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad D_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -4 & 0.8796 + 0.5x_{max} & 0 \\ 3 & -3.6388 - 1.5x_{max} & 0 \\ 0 & 1.7592 + x_{max} & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad M_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad D_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix};$$



شکل ۱. بهبود عملکرد در سناریو ۱

**سناریو ۲:** در این بخش مقاوم بودن روش ارائه شده در برابر عدم قطعیت و یا اغتشاش مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای شبیه‌سازی پارامترها را به این صورت انتخاب کرده‌ایم:  $u = s \cdot it$  و  $\eta_i = \eta = 25$ ،  $A_{s,i} = A_s = -5I_2$ ،  $A_f = 1$ ،  $\xi = 0.5 \sin(0.2t)x_3$  و  $\delta_f = 0.01$ . پس از شبیه‌سازی، گین‌های رباتیک به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$G_{I,1} = \begin{bmatrix} 0.3390 & 0 \\ 2.7394 & 0 \\ 0.9216 & 4 \end{bmatrix}, \quad G_{I,2} = \begin{bmatrix} 1.3390 & 0 \\ -0.2606 & 0 \\ 2.9216 & 4 \end{bmatrix}$$

$$G_{n,1} = G_{n,2} = \begin{bmatrix} -0.0406 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0.0406 & 1 \end{bmatrix}$$

در این شبیه‌سازی، شرط اولیه سیستم  $x_0 = [0.15 \ 0.2 \ 0.1]^T$  و شرط اولیه رباتیک  $\hat{x}_0 = [0.15 \ 2 \ 1.1]^T$  انتخاب شده‌اند. شکل ۲، خطای تخمین حالت‌ها بر اساس روش ارائه شده در این مقاله را نشان می‌دهد. همانطور که مشخص است، به دلیل وجود اغتشاش، خطا به صفر همگرا نمی‌شود. اما، به دلیل استفاده از معیار کارایی  $H_\infty$  اثر اغتشاش در خطای تخمین به صورت موثری کاهش یافته است. شکل ۳، عیب عملگر و تخمین آن را با روش ارائه شده در این مقاله و مقاله [۱۷] نشان می‌دهد. همانطور که در شکل ۳ می‌توان دید، هر دو روش

از آنجا که  $x_2$  بدون بعد است، در محدوده  $x_2 \in [-1 \ 1]$  قرار دارد. به عبارتی  $x_{Max} = 1$ . در نهایت، ساختار مدل فازی TS سیستم (۶۲) به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sum_{i=1}^2 h_i \{A_i x + B_i u + M_i f + D_i \xi\} \\ y = Cx \end{cases} \quad (۶۴)$$

به سادگی می‌توان نشان داد که ماتریس‌های سیستم فازی فوق، فرض‌های ۱ و ۲ را برآورده می‌کنند. بنابراین، می‌توان رباتیک TS (۱۹) را برای سیستم (۶۴) طراحی نمود. در ادامه، دو سناریو مورد بحث قرار می‌گیرند. در سناریوی اول، کاهش محافظه‌کاری روش ارائه شده را مورد بحث قرار می‌گیرد. در حالی که در سناریوی دوم به بازسازی عیب عملگر و تخمین حالت‌ها پرداخته می‌شود.

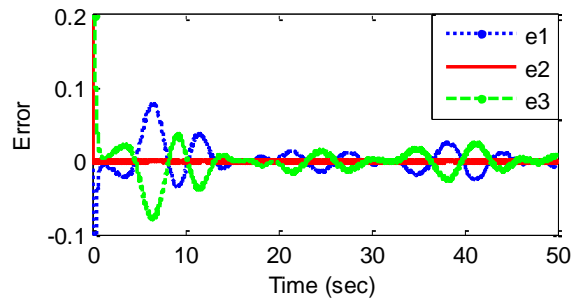
**سناریو ۱:** در این سناریو، حداقل مقدار معیار کارایی  $H_\infty$  یعنی  $\mu$  و حداکثر مقدار ثابت لپ شیتز  $\gamma$  برای مقادیر مختلف  $\delta$ ، با روش ارائه شده در این مقاله و [۱۷]، محاسبه و مقایسه می‌شوند. فرض می‌شود  $\delta_f = 0.01$ ،  $\eta_i = \eta = 25$ ،  $A_{s,i} = A_s = -5I_2$ ،  $A_f = 1$  در این سناریو، درصد بهبودی پارامترهای محاسبه شده از قضیه ۱ و مقاله [۱۷] (که به صورت روابط  $Imp_\mu = \frac{\mu_{QLF} - \mu_{NQLF}}{\mu_{QLF}}$  و

شامل ترم‌های تصادفی توصیه می‌شود. همچنین می‌توان فاکتور کارایی  $H_{\infty}$  را جهت حداکثر کردن اثر عیب روی تخمین آن، به صورت مسئله اضافه کرد.

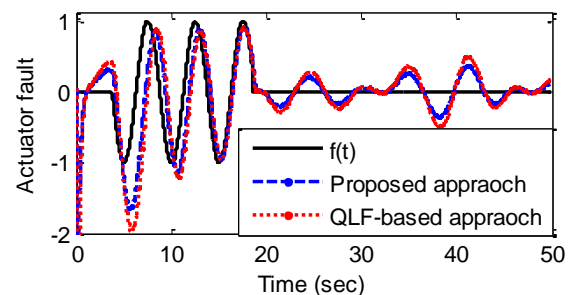
### مراجع:

- [1] W. Ao, Y. Song and C. Wen, "Adaptive robust fault tolerant control design for a class of nonlinear uncertain MIMO systems with quantization," *ISA Trans.*, vol. 68, pp. 63–72, May 2017.
- [2] H. Mekki, O. Benzineb, D. Boukhetala, M. Tadjine and M. Benbouzid, "Sliding mode based fault detection, reconstruction and fault tolerant control scheme for motor systems," *ISA Trans.*, vol. 57, pp. 340–351, Jul. 2015.
- [3] Q. Shen, B. Jiang and V. Cocquempot, "Fuzzy Logic System-Based Adaptive Fault-Tolerant Control for Near-Space Vehicle Attitude Dynamics With Actuator Faults," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 21, no. 2, pp. 289–300, Apr. 2013.
- [4] Y. Zhang and J. Jiang, "Issues on Integration of Fault Diagnosis and Reconfigurable Control in Active Fault-Tolerant Control Systems," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 39, no. 13, pp. 1437–1448, 2006.
- [5] منصور اوجاقی، ناصر یزدان دوست و شهریار گل محمدزاده، "تشخیص عیب گردش روغن در یاتاقان لغزشی موتور القایی با استفاده از هارمونیک‌های توان لحظه‌ای"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۶، شماره ۴، صفحه ۷–۱۷، زمستان ۱۳۹۵.
- [6] مرتضی خرم کشکولی و مریم دهقانی، "تشخیص، شناسایی و جداسازی عیب توربین گاز پالایشگاه دوم پارس جنوبی با استفاده از روش‌های ترکیبی داده‌کاوی، k-means. تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) و ماشین بردار پشتیبان (SVM)"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۷، شماره ۲، صفحه ۵۰۱–۵۱۵، تابستان ۱۳۹۶.
- [7] S. Ahmadzadeh, J. Zarei and H. R. Karimi, "A robust fault detection design for uncertain Takagi-Sugeno models with unknown inputs and time-varying delays," *Nonlinear Anal. Hybrid Syst.*, vol. 11, pp. 98–117, Jan. 2014.
- [8] H. Alwi, C. Edwards and C. Pin Tan, *Fault Detection and Fault-Tolerant Control Using Sliding Modes*, London: Springer London, 2011.
- [9] M. Darouach, M. Zasadzinski and L. Boutat-Baddas, "Discussion on "a comparison of sliding mode and unknown input observer for fault reconstruction",  
*Eur. J. Control*, vol. 12, no. 3, pp. 261–266, 2006.
- [10] S. Mobayen, "An LMI-based robust controller design using global nonlinear sliding surfaces and application to chaotic systems," *Nonlinear Dyn.*, vol. 79, no. 2, pp. 1075–1084, Jan. 2015.
- [11] S. Mobayen, "Fast terminal sliding mode controller design for nonlinear second-order systems with time-varying uncertainties," *Complexity*, vol. 21, no. 2, pp. 239–244, Nov. 2015.
- [12] S. Mobayen, "An adaptive chattering-free PID sliding mode control based on dynamic sliding manifolds for a class of uncertain nonlinear systems," *Nonlinear Dyn.*, vol. 82, no. 1–2, pp. 53–60, Oct. 2015.
- [13] J. Yang, F. Zhu, X. Wang and X. Bu, "Robust sliding-mode observer-based sensor fault estimation, actuator fault detection and isolation for uncertain nonlinear systems," *Int. J. Control Autom. Syst.*, vol. 13, no. 5, pp. 1037–1046, Oct. 2015.
- [14] G. H. Yang and H. Wang, "Fault Detection and Isolation for a Class of Uncertain State-Feedback Fuzzy Control Systems," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 23, no. 1, pp. 139–151, Feb. 2015.
- [15] Y. Zhao, J. Lam and H. Gao, "Fault Detection for Fuzzy Systems with Intermittent Measurements," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 17, no. 2, pp. 398–410, Apr. 2009.
- [16] A. Salem, Z. Kardous, N. B. Braiek and J. Ragot, "On the state observer based stabilization of Takagi-Sugeno systems with

می‌توانند عیب عملگر را بازسازی کنند. اگرچه روش ارائه شده در این مقاله، تخمین دقیق‌تری از عیب عملگر را نسبت به مقاله [۱۷] به دست می‌دهد. به علاوه، نرم ۲ خطای تخمین عیب در روش ارائه شده در این مقاله ۹۱/۰۹۴۷ است در حالی که این نرم در روش مقاله [۱۷]، ۱۲۶/۴۵۹۳ است. بنابراین، با روش پیشنهاد شده در این مقاله، نرم ۲ عیب عملگر کمتر شده و به دنبال آن تخمین این عیب دقیق‌تر می‌شود.



شکل ۲. خطاهای تخمین حالت‌ها



شکل ۳. عیب عملگر و تخمین آن

### ۶ نتیجه گیری

در این مقاله، یک روش جدید برای تخمین حالت‌های سیستم و بازسازی عیب عملگر با محافظه‌کاری کمتر در سیستم‌های غیرخطی ارائه شده توسط مدل فازی TS با متغیر مقدم غیرقابل اندازه‌گیری، بیان شد در حالی که بسیاری از کارهای فازی TS در زمینه عیب این متغیرها را قابل اندازه‌گیری فرض می‌کنند. ابتدا با بهره‌گیری از تابع لیاپانوف غیرمربعی، یک رباتگر مد لغزشی فازی TS برای سیستم غیرخطی طراحی شده است که نسبت به مقالاتی که از تابع لیاپانوف مربعی استفاده می‌کنند، منجر به محافظه‌کاری کمتری می‌شود. سپس با به کارگیری این رباتگر، تضمین شد که دینامیک خطای تخمین در حالت مستقل از اغتشاش پایدار مجانبی بوده و یا در حضور اغتشاش و یا عدم قطعیت، معیار کارایی  $H_{\infty}$  با حداکثر ثابت لیپ شیتز تضمین می‌شود. همچنین تعدادی تغییر مختصات در خلال تحلیل پایداری لیاپانوف و حل نامساوی‌های ماتریسی خطی ارائه شد. نتایج شبیه‌سازی بر روی سیستم راکتور با تانک همزن پیوسته، نشان‌دهنده بازسازی دقیق‌تر عیب عملگر نسبت به روش استفاده از تابع لیاپانوف مربعی، در عین پایدارماندن خطای سیستم، است. برای کارهای آینده، تعمیم ایده این مقاله به کلاس‌های دیگر سیستم TS مانند: سیستم‌های در معرض عیب هم‌زمان سنسور و عملگر، سیستم‌های تحت شبکه و سیستم‌های

- turbine benchmark,” International Conference on Control (CONTROL), 2014, pp. 456–461.
- [23] A. Akhenak, M. Chadli, J. Ragot and D. Maquin, “Fault detection and isolation using sliding mode observer for uncertain Takagi-Sugeno fuzzy model,” 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2008, pp. 286–291.
- [24] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot and D. Maquin, “Simultaneous state and unknown inputs estimation with PI and PMI observers for Takagi Sugeno model with unmeasurable premise variables,” in 17th Mediterranean Conference on Control and Automation, 2009, pp. 353–358.
- [25] N. Vafamand, M. H. Asemani and A. Khayatiyan, “A robust L1 controller design for continuous-time TS systems with persistent bounded disturbance and actuator saturation,” Eng. Appl. Artif. Intell., vol. 56, pp. 212–221, Nov. 2016.
- [26] G. He, Y. Liu, J. Ji and W. Yu, “Observer-based scheme for fault estimation and robust tolerant control: An LMI approach,” in 2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC), 2016, pp. 3466–3471.
- [27] V. I. Utkin, Sliding Modes in Control and Optimization. Springer Science & Business Media, 2013.
- [28] V. Ghaffari, S. V. Naghavi and A. A. Safavi, “Robust model predictive control of a class of uncertain nonlinear systems with application to typical CSTR problems,” J. Process Control, vol. 23, no. 4, pp. 493–499, Apr. 2013.
- immeasurable premise variables,” Int. J. Control Autom. Syst., vol. 10, no. 6, pp. 1153–1163, Dec. 2012.
- [17] S. Dhahri, A. Sellami and F. B. Hmida, “Robust  $H_\infty$  sliding mode observer design for fault estimation in a class of uncertain nonlinear systems with LMI optimization approach,” Int. J. Control Autom. Syst., vol. 10, no. 5, pp. 1032–1041, Oct. 2012.
- [18] D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot and D. Maquin, “Advances in observer design for Takagi-Sugeno systems with unmeasurable premise variables,” Control & Automation (MED), 2012 20th Mediterranean Conference on. IEEE, 2012, pp. 848–853..
- [19] L. Li, S. X. Ding, J. Qiu, Y. Yang and Y. Zhang, “Weighted Fuzzy Observer-Based Fault Detection Approach for Discrete-Time Nonlinear Systems via Piecewise-Fuzzy Lyapunov Functions,” IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 24, no. 6, pp. 1320–1333, Dec. 2016.
- [20] A. B. Brahim, S. Dhahri, F. B. Hmida and A. Sellami, “An  $H_\infty$  sliding mode observer for Takagi-Sugeno nonlinear systems with simultaneous actuator and sensor faults An,” Int. J. Appl. Math. Comput. Sci., vol. 25, no. 3, pp. 547–559, 2015.
- [21] A. Ben Brahim, S. Dhahri, F. Ben Hmida and A. Sellami, “Simultaneous Actuator and Sensor Faults Reconstruction Based on Robust Sliding Mode Observer for a Class of Nonlinear Systems,” Asian J. Control, vol. 19, no. 1, pp. 362–371, Jan. 2017.
- [22] F. Pöschke, S. Georg and H. Schulte, “Fault reconstruction using a Takagi-Sugeno sliding mode observer for the wind

زیرنویس‌ها:

- 1 Fault tolerant control (FTC)
- 2 Active
- 3 Passive
- 4 Fault detection and isolation (FDI)
- 5 Observer-based FDI
- 6 Unknown input observer (UIO)
- 7 Residual evaluation function
- 8 Threshold
- 9 Sliding mode observer (SMO)
- 10 Quadratic Lyapunov function (QLF)
- 11 Non-quadratic Lyapunov function (NQLF)
- 12 Generalized Eigenvalue problem (GEVP)
- 13 Lipchitz constant
- 14 Continuous stirred tank reactor (CSTR)
- 15 Convex sum property
- 16 Observer matching condition
- 17 Minimum phase
- 18 Finsler lemma
- 19 Schur complement lemma
- 20 asymptotically
- 21 Congruence lemma
- 22 equivalent output error injection
- 23 pseudo-inverse