

طراحی قانون هدایت بر پایه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم با استفاده از نامساوی‌های ماتریسی خطی برای پیدا کردن زاویه خط دید بهینه یک پرنده

سعید عباداللهی^۱، استادیار؛ مهیار مدنی اصفهانی^۲، دانشجوی دکتری؛ مهدی گلستانی^۳، کارشناسی ارشد

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه علم و صنعت ایران - تهران - ایران - s_ebadollahi@iust.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه علم و صنعت ایران - تهران - ایران - mahyar_madani@cmps2.iust.ac.ir

۳- باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان - واحد قزوین - دانشگاه آزاد اسلامی - قزوین - ایران - m.golestani@qiau.ac.ir

چکیده: در این مقاله، یک روش جدید برای طراحی قانون هدایت، جهت ردیابی یک هدف پرنده متحرک، بر پایه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم (RMPC) ارائه شده است. در این راستا معادلات حرکتی با استفاده از معادلات غیرخطی سینماتیکی بیان گشته است. اساس این طراحی بر پایه قانون کنترلی حاصله از فیدبک حالت است. در این راستا از نامعادلات ماتریسی خطی (LMI) برای بهینه‌نمودن تابع هزینه، برای به دست آمدن سیگنال کنترلی، استفاده شده است. این روش کنترلی، بهینه‌ترین زاویه خط‌دید (LOS) را برای هدف پرنده متحرک به دست آورده و میزان سیگنال کنترلی را تنظیم کرده تا ردیابی هدف متحرک انجام شود. این روش جدید در مقابله با اغتشاش‌ها بسیار مقاوم بوده و برای نشان دادن این مزیت، با استفاده از شبیه‌سازی‌های عددی، روش پیشنهادی به سیستم غیرخطی اعمال شده است.

واژه‌های کلیدی: کنترل مدل پیش‌بین مقاوم، قانون هدایت، نامعادلات ماتریسی خطی، سیستم‌های غیرخطی

Guidance Law based on LMI-based Robust Model Predictive Control to Obtain Optimal LOS for Flying Vehicle

S. Ebadollahi¹, Assistant Professor; M. Madani², PhD Student; M. Golestani³, MSc

1- Department of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran,
E-mail: s_ebadollahi@iust.ac.ir

2- Department of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran,
E-mail: mahyar_madani@cmps2.iust.ac.ir

3- Young Researchers and Elite Club, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran, E-mail: m.golestani@qiau.ac.ir

Abstract: In this paper, a new guidance law based on Robust Model Predictive Control (RMPC) is proposed for intercepting flying maneuvering targets. The presented guidance law is calculated by nonlinear kinematics. The design is based on a state feedback control law in which Linear Matrix Inequalities (LMI) has been used in order to optimize a cost function, subject to constraint on the control input. This Robust MPC method is utilized to obtain optimal Line Of Sight (LOS) angle tracking performance for maneuvering flying vehicle. It is shown that the control signal obtained from the problem stabilizes the nonlinear plant. Numerical simulations are implemented to the nonlinear plant and the effectiveness of the guidance law has been demonstrated.

Keywords: Robust model predictive control; Guidance law; Linear matrix inequalities; Nonlinear plant.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۱۰/۱۸

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۰۹ و ۱۳۹۶/۰۳/۲۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۷/۲۴

نام نویسنده مسئول: سعید عباداللهی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - تهران - خیابان هنگام - دانشگاه علم و صنعت - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

۱- مقدمه

کنترل مدل پیش‌بین (MPC)، یکی از استراتژی‌های محبوب در طراحی سیستم‌های کنترلی است. همچنین از این تکنیک در صنایع مختلف در سال‌های اخیر، بسیار زیاد استفاده شده است [۱-۳].

مزیت این کنترل‌کننده در مقایسه کلی با کنترل‌کننده‌های دیگر، توانایی اعمال محدودیت‌ها روی ورودی و خروجی به صورت مستقیم است. با این حال یکی از ضعف‌های این کنترل‌کننده، فقدان تضمین پایداری در زمان‌های نامحدود است. این ضعف ناشی از استفاده از مدل نامی در بهینه‌سازی زمان محدود است. همچنین در هنگامی که در مدل، عدم تطابق وجود داشته باشد، کنترل‌کننده مدل پیش‌بین (MPC) دارای کارایی نامطلوب است [۳].

کنترل‌کننده مقاوم، برای مدل کردن نامعینی طراحی شده است. مزیت این کنترل‌کننده، توانایی پاسخ‌دهی مناسب در هنگام عدم تطابق در مدل است. یکی از ضعف‌های این کنترل‌کننده، عدم توانایی اعمال محدودیت‌های ورودی و خروجی به طور مستقیم است. بنابراین زمانی که نامعینی در مدل و محدودیت‌های ورودی و خروجی به صورت هم‌زمان وجود دارد، یکی از راهکارهای متداول استفاده از ترکیب دو کنترل‌کننده مدل پیش‌بین و مقاوم است [۳].

کنترل‌کننده مدل پیش‌بین (MPC) توسط بسیاری از محققان، با طراحی تکنیک‌های مختلفی مورد مطالعه قرار گرفته است. در مرجع شماره [۱] انواع مختلف این تکنیک‌ها به صورت کامل بحث شده است. کوتار و همکاران در [۲]، کنترل مدل پیش‌بین مقاوم (RMPC) بر پایه نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) را ارائه داده‌اند، که سیگنال کنترلی از طریق حل مسئله بهینه‌سازی بیان شده به صورت نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI)، به دست آورده شده است. تکنیک ارائه شده برای دسته بزرگی از مدل‌های دارای نامعینی پاسخگو است، همچنین برای سیستم حلقه بسته، تضمین پایداری به صورت مقاوم بیان شده است. پس از این مقاله، پژوهش‌های بسیاری در زمینه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم (RMPC) بر پایه نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) صورت گرفته است، که به عنوان مثال، وو در [۳] کنترل مدل پیش‌بین مقاوم (RMPC) را برای دسته‌ای از سیستم‌های خطی با نامعینی ارائه نموده است. قسمت نامعینی، به صورت ساختاریافته متغیر با زمان بیان گشته است. این کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم (RMPC) به یک راکتور دارای همزن به هم پیوسته (Continuous Stirred Tank Reactor) اعمال شده است. کازولا و همکاران در [۴]، یک تکنیک جدید بر پایه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم (RMPC) را ارائه کرده‌اند. این تکنیک ارائه شده، به یک سیستم دارای نامعینی چندگانه به وسیله نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) اعمال شده است. فنگ و همکاران در [۵]، یک کنترل‌کننده مدل پیش‌بین مقاوم چندهدفه بر پایه نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) ارائه کرده‌اند. این روش برای حل مسئله ردیابی تراژکتوری، که توسط صفر کردن خطای حالت ماندگار به دست می‌آید، بیان شده است.

هدف اصلی طراحی قانون هدایت و اعمال این قانون به سیستم غیرخطی برای رسیدن ردیاب به هدف است. روش‌های گوناگونی برای طراحی قانون هدایت بیان شده است، از جمله قانون هدایت بر پایه کنترل مد لغزشی مرتبه اول (FOSM) که در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه بوده است. بحث بسیار کاملی در رابطه با این کنترل‌کننده را می‌توان در [۶] پیدا کرد. یانوشوسکی و همکاران در [۷]، یک روش جدید برای طراحی قانون هدایت بر پایه لیاپانوف ارائه داده‌اند. اخیراً کارهای زیادی در رابطه با قانون هدایت زمان محدود (FTGL) صورت گرفته است، از جمله طراحی قانون هدایت زمان محدود بر پایه لیاپانوف، که در [۸] آمده است. سفیرتی و همکاران در [۹]، کنترل مد لغزشی تطبیقی (ASMC) برای سیستم‌های ابقاد وسیع را ارائه داده‌اند، که این روش پیشنهادی نسبت به نامعینی و اغتشاش مقاوم است. گلستانی و همکاران در [۱۰]، یک انتگرال‌گیر به ساختار کنترل‌کننده مدل لغزشی اضافه کرده‌اند. حاصل این کار طراحی قانون هدایت بر اساس کنترل مد لغزشی انتگرالی (ISMC) شده است. وانگ و همکاران در [۱۱]، برای طراحی قانون هدایت از یک کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی با ترمینال غیرمفرد (ANTSM) استفاده کرده‌اند. سپس با اعمال این روش جدید به سیستم غیرخطی، در حالتی که هدف متحرک و زاویه برخورد به صورت یک قید در نظر گرفته شده، مورد بررسی قرار گرفته شده است. هی و همکارانش در [۱۲]، یک روش جدید برای طراحی قانون هدایت در حالتی که زاویه برخورد به صورت یک قید در نظر گرفته شده، بیان کرده‌اند. این روش برای حالتی که ردیاب در زمان محدود به هدف با شتاب متغیر برسد، کاربرد دارد. این طراحی بر اساس ترکیب دو روش کنترل مد لغزشی با ترمینال غیر مفرد (NTSM) و کنترل مد لغزشی مرتبه دوم (SSOSM) به عنوان کنترل‌کننده و از روش همگراشدن اغتشاش در زمان محدود به عنوان رویکرد استفاده شده است.

هی و همکارانش در [۱۳]، یک روش جدید برای طراحی قانون هدایت با وجود قید زاویه برخورد، بر پایه کنترل مدل پیش‌بین ارائه داده‌اند. این روش بیان شده، یک روش ترکیبی شامل کنترل‌کننده مدل پیش‌بین به عنوان کنترل‌کننده و از رویکرد مد لغزشی چند متغیره اغتشاش تطبیقی (AMSMDO) به عنوان رویکرد استفاده شده است. رویکرد (SMDO) برای پیش‌بینی حالت هدف، مورد استفاده قرار می‌گیرد. علاوه بر آن از کنترل مدل پیش‌بین برای محاسبه بهینه‌ترین زاویه خط دید استفاده شده است. شمقدری و همکارانش در [۱۴] یک روش برای هدایت یکپارچه و کنترل و سیله پروازی بر پایه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم (RMPC) ارائه داده‌اند. این مسئله بهینه‌سازی بر پایه نامساوی‌های ماتریسی خطی بیان گشته است.

مبین در [۱۵] با بیان روش جدید کنترل مد لغزشی غیرخطی کلی سعی در مقاوم سازی و بالا بردن کارایی پاسخ برای سیستم‌های غیرخطی دارای نامعینی داشته است. در همین راستا پاروات و پاتری در [۱۶] با استفاده از کنترل‌کننده مد لغزشی سریع (FTSMC) و با

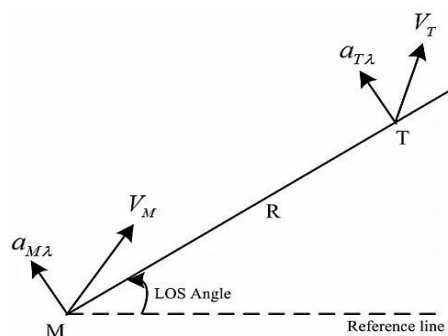
۲-۱- مدل سینماتیکی هدف و ردیاب

رفتار ردیاب و هدف پرنده در صفحه دو بعدی مد نظر است که در شکل (۱) آورده شده است. سینماتیک حرکات ردیاب و هدف و روابط بین آن‌ها به صورت معادلات غیرخطی زیر در نظر گرفته شده است [۱۱]:

$$\ddot{R} = \dot{\lambda}^2 R + a_{TR} - a_{MR} \quad (1)$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{2\dot{R}}{R} \dot{\lambda} + \frac{a_{T\lambda}}{R} - \frac{a_{M\lambda}}{R} \quad (2)$$

که در آن، نرخ تغییرات زاویه خطدید و حد فاصل بین هدف و ردیاب، به ترتیب با $\dot{\lambda}$ و R مشخص شده‌اند. علاوه بر آن a_{MR} و a_{TR} به ترتیب نمایانگر شتاب‌های هدف و ردیاب در راستای خط دید (LOS) می‌باشند. و همچنین $a_{M\lambda}$ و $a_{T\lambda}$ به ترتیب نمایانگر شتاب‌های هدف و ردیاب در راستای عمود بر خط دید هستند.



شکل ۱: هندسه رفتاری دو بعدی بین هدف و ردیاب [۱۱]

علاوه بر فرض‌های در نظر گرفته شده، شتاب ردیاب در دو راستای خطدید و عمود بر آن با معادلات دیفرانسیلی زیر در نظر گرفته می‌شود [۱۲]:

$$\dot{a}_{MR} = -\frac{1}{\tau} a_{MR} + \frac{1}{\tau} u_R \quad (3)$$

$$\dot{a}_{M\lambda} = -\frac{1}{\tau} a_{M\lambda} + \frac{1}{\tau} u_\lambda \quad (4)$$

که τ نمایانگر ثابت زمانی و u_λ و u_R به ترتیب نشان‌دهنده شتاب در راستای خطدید و عمود بر خطدید است.

با توجه به اینکه مسئله پیش‌رو برخورد و رسیدن ردیاب پرنده به هدف متحرک پرنده است، و همچنین ردیاب و هدف در هر لحظه در حال حرکت هستند، پس برای اینکه برخورد رخ دهد باید فاصله بین هدف و ردیاب در هر لحظه کم شده و همچنین نرخ تغییرات زاویه خطدید به سمت صفر میل کند. پس در نتیجه می‌توان شرایط زیر را به عنوان شرط برخورد در نظر گرفت [۱۲]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\lambda} = 0, \dot{R} < 0 \quad (5)$$

با در نظر گرفتن حالت‌های سیستم به فرم $[x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T = [R \ \dot{R} \ a_{MR} \ \dot{\lambda} \ a_{M\lambda}]^T$ ، روابط حاکم بر سیستم هدایت غیرخطی زمان پیوسته، به صورت فرم رابطه (۶) است.

اضافه کردن یک ترم غیرخطی به کنترل‌کننده مد لغزشی خطی، کارایی سیستم را افزایش قابل توجهی داده‌اند. یکی دیگر از راهکارهای ارائه شده برای سیستم‌های غیرخطی دارای نامعینی استفاده از تکنیک، اضافه نمودن دینامیک به کنترل‌کننده مد لغزشی است. مبین در [۱۷] با بیان این تکنیک جدید و اضافه نمودن یک کنترل‌کننده انتگرالی تنا سبی، علاوه بر حفظ پایداری و مقاومت در برابر نامعینی باعث حذف پدیده چترینگ نیز شد. وی همچنین در [۱۸] برای سیستم‌هایی که علاوه بر نامعینی و اغتشاش دارای تأخیر متغیر با زمان هستند، راهکاری ارائه نمود. این راهکار کنترلی باعث افزایش کارایی ردیابی و همچنین مقاوم بودن در برابر اغتشاشات است. راهکار دیگری که در مواجهه با سیستم‌های دارای اغتشاش و نامعینی می‌توان انتخاب نمود، استفاده از کنترل‌کننده‌های پیش‌بین مقاوم است. این کنترل‌کننده‌ها علاوه بر حفظ پایداری، در برابر اغتشاشات و نامعینی‌ها مقاوم نیز هستند. از دیگر کاربردهای این کنترل‌کننده می‌توان به کار پیروزمند و همکارانش در [۱۹] اشاره نمود. آن‌ها با استفاده از تلفیق سیستم تطبیقی مدل مرجع و کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم، یک کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم بهبودیافته را برای کنترل وضعیت ماهواره سه درجه آزادی طراحی کرده‌اند. همچنین هاشمی و همکارانش در [۲۰] از کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم برای سیستم بهره‌برداری هاب انرژی استفاده کرده‌اند. آن‌ها خطای پیش‌بینی بار الکتریکی را به عنوان اغتشاش مدل نموده‌اند. این مقاله نشان‌دهنده استفاده ملموس‌تر از این کنترل‌کننده در صنایع است.

در این مقاله، یک روش جدید برای طراحی قانون هدایت فرموله شده است، که بر پایه روش کنترل مدل پیش‌بین مقاوم بیان می‌گردد. حل مسئله بهینه‌سازی با استفاده از نامساوی‌های ماتریسی خطی صورت گرفته است. در قسمت دوم، رابطه سینماتیک غیرخطی بین هدف متحرک و ردیاب آورده شده است. در این قسمت معادلات غیرخطی پیوسته سیستم به معادلات خطی گسسته تبدیل شده است. در بخش سوم، یک قانون هدایت جدید بر پایه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم (RMPC)، که با استفاده از نامساوی‌های ماتریسی خطی (LMI) برای فرموله کردن بخش بهینه‌سازی کمک گرفته شده، طراحی گشته است. این قانون هدایت برای سیستم خطی گسسته طراحی شده و با توجه به ملاحظه‌کاری‌هایی روی سیستم غیرخطی پیوسته پاسخ مطلوبی می‌دهد. سپس این قانون هدایت به یک مدل غیرخطی در فضای دو بعدی اعمال شده و نتایج در بخش چهارم آورده شده است. در نهایت در بخش پنجم موضوعات جمع‌بندی شده و تحلیل نتایج آورده شده است.

۲- مفاهیم اولیه

در این بخش، روابط برخورد بین ردیاب پرنده و هدف پرنده آورده شده است. برخی روابط و پیش‌فرض‌های در نظر گرفته شده، در این بخش بیان گشته است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-T/\tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -T/r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-T/\tau \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ T/\tau & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & T/\tau \end{bmatrix} \quad (10)$$

این مطلب قابل توجه است که، $\tilde{f}(x(k), u(k))$ قسمت غیرخطی f است و همچنین با در نظر گرفتن فرضیات موجود لیبیشیتز نیز است. با توجه به اینکه مسئله اصلی حل یک مسئله بهینه‌سازی با تابع هزینه مربعی است. پس با در نظر گرفتن فیدبک حالت به‌عنوان سیگنال کنترلی به‌صورت $u(k+i|k) = L(k)x(k+i|k)$ برای سیستم بالا خواهیم داشت:

$$J(k) = \sum_{i=0}^{\infty} x^T(k+i|k) Q_1 x(k+i|k) + u^T(k+i|k) R_1 u(k+i|k) \quad (11)$$

همچنین برای واقعی ترشدن مدل‌سازی، محدودیت ورودی برای قید به‌صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\|u(k+i|k)\|_2 \leq u_{\max}, \quad i \geq 0 \quad (12)$$

که در آن u_{\max} ، بیشترین میزان ممکن برای ورودی کنترلی است. با در نظر گرفتن تابع لیاپانوفی به‌صورت $V(x) = x^T P x, P > 0$ در لحظه k نامعادله به‌صورت زیر در می‌آید:

$$V(k+i+1|k) - V(k+i|k) \leq -x^T(k+i|k) Q_1 x(k+i|k) - u^T(k+i|k) R_1 u(k+i|k) \quad (13)$$

با جمع کردن هر دو طرف رابطه (۱۳) در طول زمان $i = 0$ تا $i = \infty$ رابطه (۱۴) حاصل شد.

$$\lim_{i \rightarrow \infty} [x^T(k+i|k) P x(k+i|k)] - x^T(k|k) P x(k|k) \leq -J \quad (14)$$

از آنجایی که V در طول زمان کاهشی است، در بی‌نهایت به سمت صفر میل می‌کند ($\lim_{i \rightarrow \infty} V(x(k+i|k))$). پس رابطه (۱۴) به‌صورت رابطه (۱۵) قابل بیان است.

$$J \leq x^T(k|k) P x(k|k) \quad (15)$$

پس به‌عنوان جمع‌بندی، حد بالای J به‌دست آمد. مسئله اصلی در کنترل مدل پیش‌بین به‌دست آوردن قانون کنترل فیدبک حالت $u(k+i|k) = L(k)x(k+i|k)$ است که توانایی دارد، حد بالای تابع هزینه را کمینه سازد.

اکنون با توجه به مطالب گفته شده، هدف کمینه ساختن حد بالای تابع هزینه (γ) به‌جای کمینه‌ساختن تابع هزینه (J) است.

$$J \leq x^T(k|k) P x(k|k) < \gamma, \quad \gamma > 0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t)x_4^2(t) - x_3(t) + a_{TR}(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -\frac{1}{\tau}x_3(t) + \frac{1}{\tau}u_R(t) \\ \dot{x}_4(t) &= -2\frac{x_2(t)}{x_1(t)}x_4(t) - \frac{x_5(t)}{x_1(t)} + \frac{a_{T\lambda}(t)}{x_1(t)} \\ \dot{x}_5(t) &= -\frac{1}{\tau}x_5(t) + \frac{1}{\tau}u_{\lambda}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

۲-۲- مراحل گسسته‌سازی و خطی‌سازی مدل سیستم

مدل پیوسته بیان شده با رابطه (۶)، توسط مشتق روبه‌جلو با زمان نمونه‌برداری T ، گسسته شده و به‌فرم کلی رابطه (۷) نوشته می‌شود. در این رابطه، بیان سیستم به‌صورت گسسته و غیرخطی است.

با توجه به مفروض بودن نقاط کار سیستم، می‌توان سیستم خطی را به‌دست آورد. با در نظر گرفتن نقاط کار به‌صورت کلی رابطه (۸) حاصل می‌شود.

با حل رابطه (۸) به‌ازای نقاط تعادل $x_{eq} = [E_1 \ E_2 \ E_3 \ E_4 \ E_5]^T$ ، سیستم هدایت گسسته خطی به‌صورت رابطه (۹) قابل بیان است. به‌ترتیب روابط بیان شده در ادامه آورده شده‌اند.

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) + T x_2(k) \\ x_2(k+1) &= x_2(k) + T x_1(k)x_4^2(k) - T x_3(k) + T a_{TR}(k) \\ x_3(k+1) &= \left(1 - \frac{T}{\tau}\right)x_3(k) + \frac{T}{\tau}u_R(k) \\ x_4(k+1) &= x_4(k) - 2T \frac{x_2(k)}{x_1(k)}x_4(k) - T \frac{x_5(k)}{x_1(k)} + T \frac{a_{T\lambda}(k)}{x_1(k)} \\ x_5(k+1) &= \left(1 - \frac{T}{\tau}\right)x_5(k) + \frac{T}{\tau}u_{\lambda}(k) \\ E_1 &= E_1 + T E_2 \\ E_2 &= E_2 + T E_1 E_4^2 - T E_3 \\ E_3 &= \left(1 - \frac{T}{\tau}\right)E_3 \\ E_4 &= E_4 - 2T \frac{E_2}{E_1}E_4 - T \frac{E_5}{E_1} \\ E_5 &= \left(1 - \frac{T}{\tau}\right)E_5 \end{aligned} \quad (7)$$

$$x(k+1) = A x(k) + B u(k) + \tilde{f}(x(k), u(k)) \quad (9)$$

که در آن:

۳- طراحی قانون هدایت بر پایه کنترل مدل پیش‌بین

مقاوم

در این بخش، یک قانون هدایت بر پایه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم (RMPC) بیان می‌گردد. در ابتدا قضیه‌ای برای طراحی مسئله به صورت زیر بیان شده است:

قضیه: حالت سیستم در لحظه k در رابطه (۷) را به صورت $x(k|k)$ در نظر گرفته شده است و فرض شده که ورودی سیستم به صورت محدود $\|u(k+i|k)\|_2 \leq u_{\max}$ بیان شده است. سپس قانون کنترل فیدبک حالت به صورت $u(k+i|k) = L(k)x(k+i|k)$ به دست می‌آید که توانایی کمینه‌ساختن حد بالای $V(x(k|k))$ بیان شده برای تابع هزینه، را داشته باشد. آنگاه ماتریس L از رابطه $L = YQ^{-1}$ ، به دست آمده و برای حالت‌هایی که $Q > 0$ و W ماتریس ثابت لیبیشیتز برای f است، اعتبار دارد. این قضیه به صورت روابط زیر قابل بیان است:

$$\min_{\gamma, Q, Y, \beta} \gamma \quad (17)$$

$$\text{subject to } \begin{bmatrix} I & x^T \\ x & Q \end{bmatrix} > 0 \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} Q & (AQ+BY)^T & (WQ)^T & (Q_1^{0.5}Q)^T & (R_1^{0.5}Y)^T \\ AQ+BY & Q & 0 & 0 & 0 \\ WQ & 0 & \beta I & 0 & 0 \\ Q_1^{0.5}Q & 0 & 0 & \gamma I & 0 \\ R_1^{0.5}Y & 0 & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} > 0 \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} u_{\max}^2 I & Y \\ Y^T & Q \end{bmatrix} > 0 \quad (20)$$

$$Q - \beta I > 0 \quad (21)$$

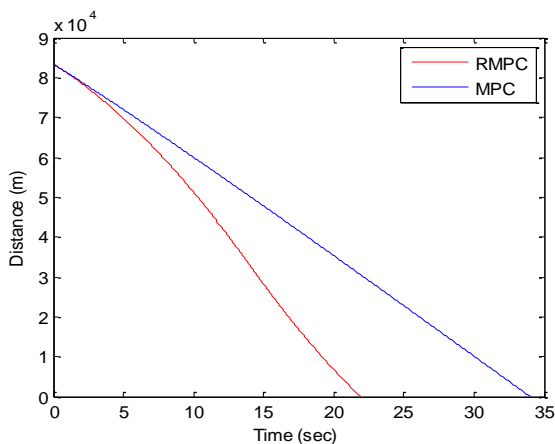
اثبات: با در نظر گرفتن $P = \lambda_{\max}(P)$ ، $\mu = \lambda_{\max}(P)$ ، $Y = LQ$ ، $P = \gamma Q^{-1}$ ، $\beta = \mu^{-1}\gamma$ و تمامی روابط اثبات می‌گردد. با توجه به مشابه بودن روند اثبات با مرجع [۲]، از بیان مجدد آن خودداری می‌شود. قسمت‌های غیر مشابه با استفاده از $P \leq \mu I$ و $\beta = \mu^{-1}\gamma$ قابل اثبات است.

۴- شبیه‌سازی

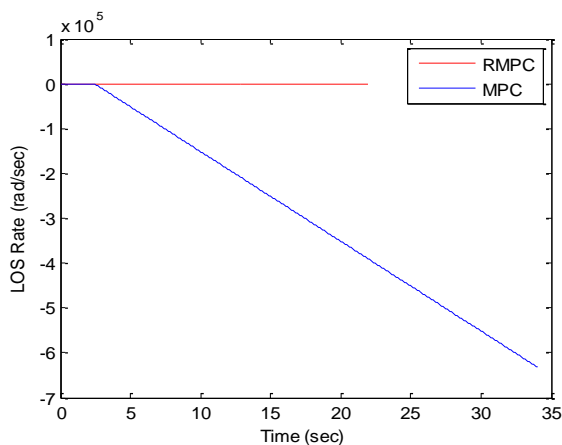
در این بخش، قانون هدایت طراحی شده بر پایه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم، به یک مثال عددی اعمال شده و نتایج آن در ادامه آمده است. هدف این مثال ردیابی یک هدف پرنده متحرک و برخورد با آن است. شرایط اولیه برای شبیه‌سازی شامل موارد زیر است:

- 1- مکان اولیه ردیاب در نقطه $x_{M0} = 0m, y_{M0} = 0m$ است.
- 2- مکان اولیه هدف در نقطه $x_{T0} = 80km, y_{T0} = 24km$ است.
- 3- سرعت اولیه ردیاب برابر با $V_{M0} = 3000m/s$ است.
- 4- سرعت اولیه هدف برابر با $V_{T0} = 7000m/s$ است.
- 5- زاویه بین خط افق و سرعت ردیاب برابر با $\gamma_M = 19deg$ است.
- 6- زاویه بین خط افق و سرعت هدف برابر با $\gamma_T = -25deg$ است.

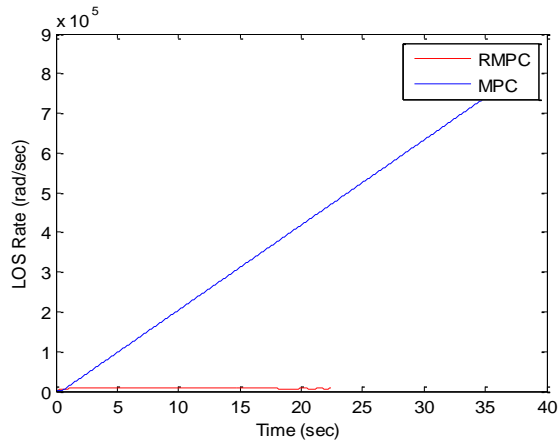
- 7- زاویه بین خط افق و شتاب ردیاب برابر با $\alpha_M = 56deg$ است.
- 8- زاویه بین خط افق و شتاب هدف برابر با $\alpha_T = 180deg$ است.
- 9- بیشینه شتاب ممکن برای ردیاب نیز $200m/s^2$ است. با استفاده از این مقادیر عددی شبیه‌سازی صورت گرفته است، اغتشاش وارده به هدف متحرک صفر در نظر گرفته شده است، که به این معنی است که شتاب هدف صفر بوده $a_T = 0m/s^2$ و هدف دارای حرکتی با سرعت ثابت است. برای نشان دادن مزیت این روش، هم‌زمان با شرایط یکسان، یک کنترل‌کننده مدل پیش‌بین کلاسیک طراحی شده است [۱۳]، همچنین زمان نمونه‌برداری با استناد به مرجع [۱۳] و مسائل مربوط به آن قابل‌رؤیت بوده و نتایج به صورت شکل‌های ۵-۲ درآمده است.
- برای نشان دادن میزان کارایی و مزیت این طراحی جدید، مقداری اغتشاش به سیستم وارد شده است، که این اغتشاش در قسمت شتاب هدف اضافه شده است. طراحی صورت‌گرفته برای حالت حرکت با شتاب ثابت بوده اما در اینجا $a_T = 20m/s^2$ را در نظر گرفته و در هر لحظه سرعت تغییر می‌کند. نتایج همراه با اغتشاش در شکل‌های ۹-۶ آورده شده است.



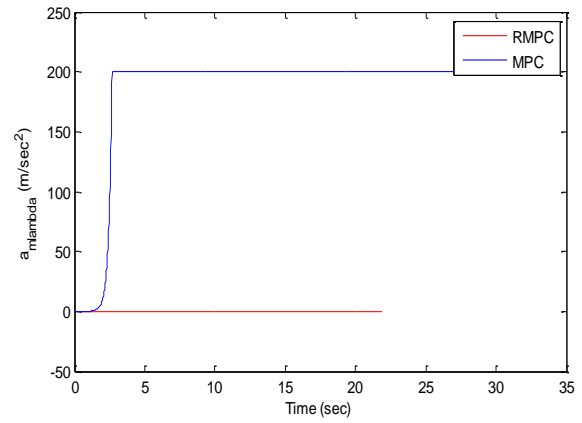
شکل ۲: فاصله بین ردیاب و هدف در حالت بدون اغتشاش



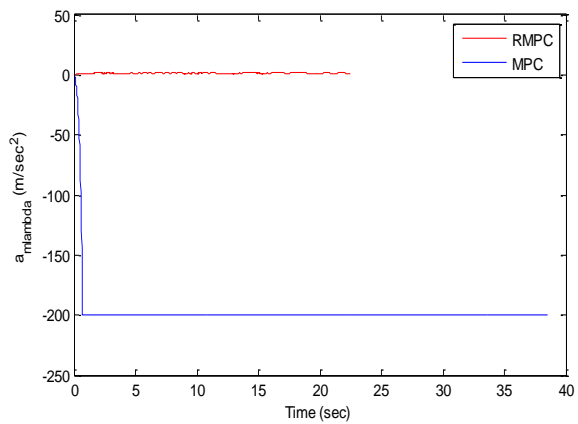
شکل ۳: نرخ تغییرات زاویه در راستای خط دید در حالت بدون اغتشاش



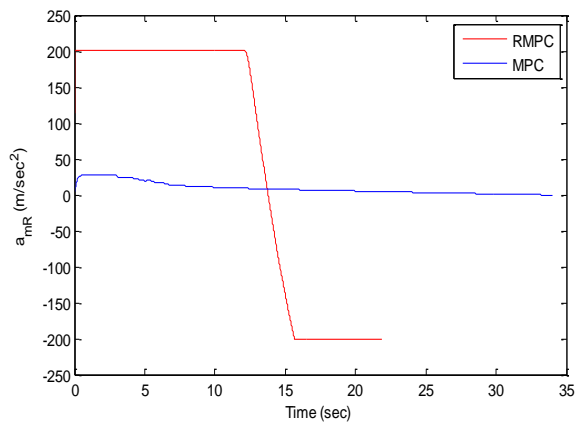
شکل ۷: نرخ تغییرات زاویه در راستای خط دید در حالت با اغتشاش



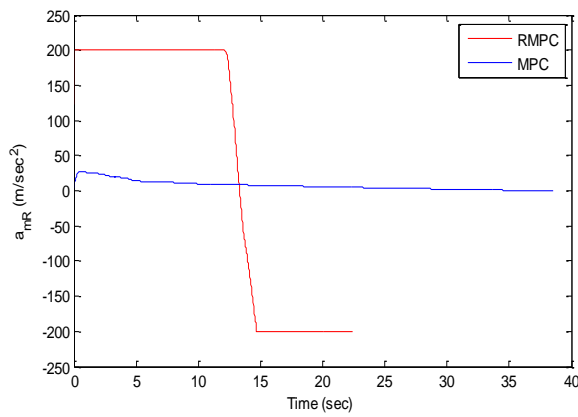
شکل ۴: شتاب ردیاب در راستای عمود بر خط دید در حالت بدون اغتشاش



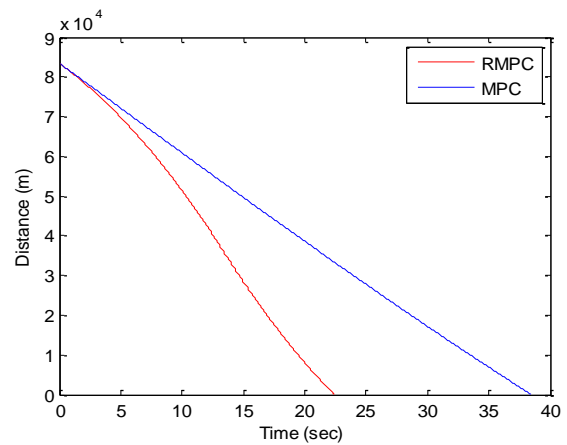
شکل ۸: شتاب ردیاب در راستای عمود بر خط دید در حالت با اغتشاش



شکل ۵: شتاب ردیاب در راستای خط دید در حالت بدون اغتشاش



شکل ۹: شتاب ردیاب در راستای خط دید در حالت با اغتشاش



شکل ۶: فاصله بین ردیاب و هدف در حالت با اغتشاش

- [4] F. A. Cuzzola, J. C. Geromel and M. Morari, "An improved approach for constrained robust model predictive control," *Automatica*, vol. 38, pp. 1183-1189, 2002.
- [5] L. Feng, J. Wang, E. Poh and F. Liao, "Multi-objective robust model predictive control: trajectory tracking problem through LMI formulation," *Proceedings of the American Control Conference*, NY, pp. 5589-5594, July 11-13, 2007.
- [6] S. D. Brierly and R. Longchamp, "Application of sliding mode control to air-air interception problem," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 26, pp. 306-325, 1990.
- [7] R. Yanushevsky and W. Boord, "Lyapunov approach to guidance law design," *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications*, vol. 63, pp. 743-749, 2005.
- [8] S. H. Ding, S. H. Li and S. Luo, "Guidance law design based on continuous finite-time control technique," *Journal of Astronautics*, vol. 32, pp. 727-733, 2011.
- [9] S. Sefriti, J. Boumhidi, M. Benyakhlef and I. Boumhidi, "Adaptive decentralized sliding mode neural network control of a class of nonlinear interconnected systems," *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, vol. 9, pp. 2941-2947, 2013.
- [10] M. Golestani, I. Mohammadzaman, M. J. Yazdanpanah and A. R. Vali, "Application of finite-time integral sliding mode to guidance law design," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 137, pp. DS-14-1113, 2015.
- [11] W. Wang, S. Xiong, X. Liu, S. Wang and L. Ma, "Adaptive nonsingular terminal sliding mode guidance law against maneuvering targets with impact angle constraint," *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 229, pp. 867-890, 2015.
- [12] S. He, D. Lin and J. Wang, "Continuous second-order sliding mode based impact angle guidance law," *Aerospace Science and Technology*, vol. 41, pp. 199-208, 2015.
- [13] S. He, W. Wang and J. Wang, "Three-dimensional impact angle guidance laws based on model predictive control and sliding mode disturbance observer," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 138, pp. DS-15-1318, 2016.
- [14] S. Shamaghdari, S. K. Y. Nikraves and M. Haeri, "Integrated guidance and control of elastic flight vehicle based on robust MPC," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 25, pp. 2608-2630, 2015.
- [15] S. Mobayen, "An LMI-based robust controller design using global nonlinear sliding surfaces and application to chaotic systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 79, pp. 1075-1084, 2014.
- [16] B. J. Parvat and B. M. Patre, "Fast terminal sliding mode controller design for nonlinear second-order systems with time varying uncertainties," *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 4, pp. 1-8, 2016.
- [17] S. Mobayen, "An adaptive chattering-free PID sliding mode control based on dynamic sliding manifolds for a class of uncertain nonlinear systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 83, pp. 1557-1565, 2015.
- [18] S. Mobayen, "An LMI-based robust tracker for uncertain linear systems with multiple time varying delays using optimal composite nonlinear feedback technique," *Nonlinear Dynamics*, vol. 80, pp. 917-927, 2015.
- [19] هاشمی، رضانی و پارسا مقدم، «بهربرداری هاب انرژی با استفاده از روش کنترل پیش‌بین مبتنی بر مدل مقاوم با در نظر

شرط برخورد صفر شدن فاصله است. با توجه به شبیه‌سازی‌ها کنترل مدل پیش‌بین کلاسیک ۳۴ ثانیه و برای کنترل مدل پیش‌بین مقاوم ۲۲ ثانیه زمان می‌برد. این زمان‌ها در شکل (۲) برای حالت بدون اغتشاش قابل رؤیت است.

همچنین با وجود اغتشاش طراحی جدید در همان زمان ۲۲ ثانیه به هدف می‌رسد که نشان‌دهنده مقاوم‌بودن این سیستم به اعمال اغتشاش و نامعینی در سیستم است. در مقابل با استفاده از کنترل مدل پیش‌بین کلاسیک زمان با افزایش روبه‌رو است. این نتیجه نیز در شکل (۶) قابل رؤیت است. به‌علت اینکه کنترل‌کننده‌های مدل پیش‌بین خود تا حدی مقاوم هستند این مقدار اغتشاش فقط باعث می‌شود که سیگنال کنترلی بیشتری مصرف کنند و همچنین زمان همگرایی افزایش یابد. در صورت بالا بردن میزان اغتشاش این کنترل‌کننده به همگرایی نمی‌رسد.

برای حالت‌های بدون اغتشاش و با اغتشاش مقدار انرژی مصرفی برای رسیدن به هدف با دو مقدار سیگنال کنترلی قابل اعمال است، که به ترتیب در شکل‌های (۴) و (۵) برای حالت بدون اغتشاش و شکل‌های (۸) و (۹) برای حالت با اغتشاش آمده است. با مقایسه این شکل‌ها باهم مشخص است که روش جدید پیشنهادی، استفاده از کنترل مدل پیش‌بین مقاوم، استفاده کمتری از ورودی دارد.

همچنین در مقایسه دو شکل (۴) و (۸) مشخص است که با ورود اغتشاش به سیستم، کنترل‌کننده مدل پیش‌بین مقاوم، نسبت به اغتشاش و نامعینی مقاوم‌تر است. همین نتیجه‌گیری برای سیگنال کنترلی دوم نیز وجود دارد که با استفاده از مقایسه شکل‌های (۵) و (۹) به دست می‌آید.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک روش جدید برای طراحی قانون هدایت ارائه گردید. این روش جدید بر پایه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم بود، که با ترکیب یک کنترل‌کننده مدل پیش‌بین کلاسیک با بدترین شرایط طراحی گردید. نتایج شبیه‌سازی عددی نیز نشان‌دهنده کارایی این کنترل‌کننده بود. با توجه به نتایج این طراحی جدید نسبت به اغتشاش مقاوم بوده و در هنگام طراحی، رخ‌دادن اغتشاش در نظر گرفته شده است. همچنین برای مواقعی که نامعینی در مدل رخ می‌دهد این طراحی دارای کارایی بالایی نیز است.

مراجع

- [1] C. E. Garcia, D. M. Prett and M. Morari, "Model predictive control: theory and practice-a survey," *Automatica*, vol. 25, pp. 335-348, 1989.
- [2] M. V. Kothare, V. Balakrishnan and M. Morari, "Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities," *Automatica*, vol. 32, pp. 1361-1379, 1996.
- [3] F. Wu, "LMI-based robust model predictive control and its application to an industrial CSTR problem," *Journal of Process control*, vol. 11, pp. 649-659, 2001.

کنترل وضعیت ماهواره»، مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۴، شماره ۴، زمستان ۹۳

گرفتن خطای پیش‌بینی بار الکتریکی»، مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۳، پائیز ۹۵.

[20] پیروزمند، قهرمانی و عاروان، «طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم با استفاده از نامساوی‌های ماتریسی خطی برای سیستم

زیر نویس‌ها

- | | | | |
|---|---|--|---|
| ¹ Adaptive Sliding Mode Control | 3 | ¹ Robust Model Predictive Control | |
| ¹ Large Scale | 4 | ² Linear Matrix Inequalities | |
| ¹ Integral Sliding Mode Control | 5 | ³ Line Of Sight | |
| ¹ Adaptive Nonsingular Terminal Sliding Mode | | ⁴ Robust | |
| ¹ Impact Angle | 7 | ⁵ Polytopic | |
| ¹ Smooth Second Order Sliding Mode | | ⁶ Multi Objective RMPC | |
| ¹ Finite Time Convergence Disturbance Observer | | ⁷ trajectory | |
| ² Adaptive Multivariable Sliding Mode Disturbance Observer | | ⁸ Steady State | |
| ² LOS angle | 1 | ⁹ Interceptor | |
| ² Global nonlinear sliding surface | 2 | ¹ First Order Sliding Mode | 0 |
| ² Fast terminal sliding mode control | 3 | ¹ Lyapunov | 1 |
| ² LOS angular rate | 4 | ¹ Finite-Time Guidance Law | 2 |