

کنترل تطبیقی مدل مرجع غیرمتمرکز در سیستم‌های مقیاس بزرگ تأخیری

آمنه صید^۱، کارشناسی ارشد؛ سیدحمید هاشمی‌پور^۲، استادیار؛ سعید دانیالی^۳، استادیار

۱- دانشگاه آزاد اسلامی- واحد دماوند- گروه مهندسی برق- تهران - ایران - aamin.seid@yahoo.com

۲- دانشگاه آزاد اسلامی- واحد رودسر و املش- گروه مهندسی برق- گیلان - ایران - h.hashemipour@srbiau.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه ایلام - ایلام - ایران - s.danyali@ilam.ac.ir

چکیده: در این مقاله، مسئله کنترل تطبیقی غیرمتمرکز مدل مرجع برای کلاسی از سیستم‌های مقیاس بزرگ با تأخیر متغیر بازمان در عبارت به هم پیوستگی و حالت بررسی می‌شود. برای کاربردهای عملی، عبارت به هم پیوستگی در سیستم مقیاس بزرگ، با یک تابع که حد بالای آن نامعلوم فرض شده، محدود می‌گردد که نیازی به معلوم بودن آن در طراحی کنترل کننده نیست. تأخیر متغیر بازمان در عبارت به هم پیوستگی پیوسته، محدود و غیرمنفی بوده و شرط کمتر از یک بودن مشتق آن در اینجا برداشته شده است. با استفاده از تئوری لیاپانوف اثبات می‌گردد که سیستم مقیاس بزرگ تأخیری نامعین با یک خطای محدود و کوچک، مدل مرجع خطی را دنبال می‌کند. مزیت و کارایی روش پیشنهادی با یک مثال عددی نشان داده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: سیستم مقیاس بزرگ، تأخیر زمانی، کنترل تطبیقی

Decentralized Model Reference Adaptive Control in Delay Large Scale Systems

Ameneh Seid¹, MSc; Seyed Hamid Hashemipour², Assistant Professor; Saeid Danyali³, Assistant Professor

1- Department of Electrical Engineering, Damavand branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran, Email: aamin.seid@yahoo.com

2- Department of Electrical Engineering, Roudsar and Amlash Branch, Islamic Azad University, Guilan, Iran, Email: h.hashemipour@srbiau.ac.ir

3- Faculty of Electrical Engineering, University of Ilam, Ilam, Iran, Email: s.danyali@ilam.ac.ir

Abstract: In this paper, the problem of decentralized model reference adaptive control (MRAC) for a class of large scale systems with time varying delay in states and interconnected term are studies. For practical application, upper bounds of the interconnection terms are considered to be unknown and need not to be known for the designing. Time varying delays in the nonlinear interconnection terms are bounded and nonnegative Continuous functions and their derivatives are not necessities be less than one. Using lyapunov theory proves that the uncertain large-scale time-delay systems track reference model with a bounded and small error. The effectiveness of the proposed approaches is illustrated by a numerical example.

Keywords: Large Scale System, Time Delay, Adaptive Control.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۱۰/۱۲

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۱۲/۱۶ و ۱۳۹۶/۰۳/۲۱

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۷/۱۷

نام نویسنده مسئول: سیدحمید هاشمی‌پور

نشانی نویسنده مسئول: ایران - گیلان - رودسر - دانشگاه آزاد اسلامی واحد رودسر و املش.

۱- مقدمه

گسترش روزافزون فناوری، انسان معاصر را با سیستم‌های پیچیده و بزرگ از نظر تعداد ورودی و خروجی مواجه ساخته است. البته باید توجه داشت که منظور از سیستم مقیاس بزرگ، بزرگی ابعاد فیزیکی نیست، بلکه منظور تعداد ورودی‌ها، خروجی‌ها، حالت‌ها و پیچیدگی در ارتباط میان زیر سیستم‌های تشکیل‌دهنده یک سیستم است. سیستم‌های مقیاس بزرگ معمولاً دارای درجه بالا بوده و عموماً شامل تعدادی زیرسیستم وابسته به هم، با اثرات متقابل روی یکدیگر بوده که گاهی این اثر متقابل باعث پیچیدگی مدل‌سازی سیستم نیز می‌شود. در روش‌های کنترل کلاسیک فرض اساسی مرکزیت یعنی تمرکز اطلاعات و محاسبات است. فرض مرکزیت در مورد سیستم‌های مقیاس بزرگ که از نظر جغرافیایی در فواصل دور از یکدیگر قرار دارند، چندان موفق نبوده چون در این سیستم‌ها امکان محاسبات مرکزی و انتقال مرکزی وجود نداشته است. این مسئله سبب انجام تحقیقاتی مختص به این‌گونه سیستم‌ها در جهت ابداع روش‌های جامع‌تر بدون در نظر گرفتن فرض مرکزیت گردیده است. اغلب سیستم‌هایی که در زندگی واقعی مطرح می‌شوند، مانند سیستم‌های ارتباطی، مدیریتی، اقتصادی، شبکه‌های قدرت، کنترل بار- فرکانس، سیستم‌های چند سطحی و... از این گروه هستند. توجه به اهمیت این سیستم‌ها، رهیافت‌های کنترلی برای آنان نیز مورد توجه و رو به گسترش است.

سیستم‌های مقیاس بزرگ در صنایع مختلف مانند ریزشبکه‌ها در سیستم‌های قدرت، راکتورهای شیمیایی، سیستم‌های اقتصادی و شبکه‌های ارتباطی کامپیوتر و... می‌تواند دیده شود. در دهه‌های اخیر کنترل غیرمترکز سیستم‌های مقیاس بزرگ توجهات زیادی را به خود جلب کرده است [۱، ۲]. به دلیل تبادل اطلاعات در زیرسیستم‌ها پدیده تأخیر در این سیستم‌ها وجود داشته و در نظر نگرفتن آن تقریباً اجتناب‌ناپذیر است [۳، ۴]. همچنین به دلایل مختلف مثلاً سرعت انتقال داده، این تأخیرها متغیر با زمان خواهند بود [۳]. محققان زیادی به دلیل اهمیت موضوع، کنترل غیرمترکز سیستم‌های مقیاس بزرگ همراه با تأخیر متغیر با زمان در عبارت به هم پیوستگی را مورد بررسی قرار داده‌اند [۵، ۶]. از طرفی حل این مسئله همچنان مورد توجه بوده، به دلیل اینکه ارزیابی سیستم‌های تأخیری به دلیل بی‌نهایت شدن ابعاد سیستم، مشکلاتی برای طراحان ایجاد می‌کند [۷]. با بررسی منابع انجام شده در این زمینه، مشخص می‌شود روش کنترل مدل مرجع تطبیقی غیرمترکز یک روش مفید و کارا برای این سیستم‌ها است [۴-۱].

در تعداد زیادی از سیستم‌های کنترلی در عمل، پارامترها و دینامیک سیستم اصلی نامعلوم بوده و حد بالای این نامعینی نیز ممکن است به طور جزئی معلوم و یا کاملاً نامعلوم باشد. بنابراین روش تطبیقی می‌تواند ابزار مفیدی برای حل این مسئله در کاربردهای عملی باشد [۸]. در [۹]، یک عبارت به هم پیوستگی با حد بالای نامعلوم اما خطی با روش تطبیقی بررسی شده است. در [۱۰]، یک مدل دارای عبارت به هم پیوستگی غیرخطی و نامعین، در نظر گرفته شده اما این عبارت با

یک تابع معلوم محدود گشته که نیازی به قانون تطبیق ندارد. در [۱۱] یک سیستم مقیاس بزرگ غیرخطی و نامعین لحاظ شده اما تأخیر فقط در عبارت به هم پیوستگی دیده شده است. رویکرد کنترلی در سیستم‌های مقیاس بزرگ بر دو دسته می‌باشد. کنترل نامترکز برای سیستم‌های مقیاس بزرگ روش مؤثری بوده و به دلیل کاهش حجم محاسبات نسبت به روش سلسله مراتبی [۱۲] بیشتر مورد توجه محققان بوده است [۹]. محدود کردن عبارت به هم پیوستگی می‌تواند برتری یک کار نسبت به کار تحقیقی دیگر در سیستم‌های مقیاس بزرگ باشد. در [۹] عبارت به هم پیوستگی با ترکیب خطی از نرم حالت‌ها محدود شده و در کار دیگر این عبارت با چند جمله‌ای از حالت‌ها و حالت‌های تأخیر یافته مقید گشته است [۱۳]. هرچند این ایده می‌تواند مفید باشد ولی باز دسته‌ی محدودی را در عمل شامل می‌شود.

در این مقاله یک کنترل‌کننده غیرمترکز مدل مرجع تطبیقی برای سیستم مقیاس بزرگ دارای تأخیر متغیر با زمان در حالت و عبارت به هم پیوستگی طراحی می‌شود. عبارت به هم پیوستگی با یک تابع محدود می‌شود که نیازی نیست در طراحی کنترل‌کننده معلوم باشد. از طرفی حد بالای این تابع نیز نامعلوم فرض شده و با روش تطبیقی تخمین زده می‌شود. ویژگی دیگر این مقاله در نظر گرفتن تأخیر در حالت علاوه بر تأخیر در عبارت به هم پیوستگی است. البته در [۶] قانون کنترلی بسیار پیچیده‌ای برای این حالت بیان شده که برای کاربردهای عملی نامناسب می‌باشد. همچنین عبارت به هم پیوستگی در آن مرجع به صورت خطی در نظر گرفته شد. در این مقاله فرض کمتر از یک بودن مشتق تأخیر متغیر با زمان در عبارت به هم پیوستگی که در بعضی مراجع [۵، ۶] وجود دارد، نیز برداشته می‌شود که در واقع این فرض سبب می‌شود که نیازی به دانستن تأخیر در عبارت به هم پیوستگی در طراحی کنترل‌کننده نباشد.

نوآوری کار حاضر عبارت است از معرفی روشی برای سیستم‌های مقیاس بزرگ و در نظر گرفتن تأخیر در حالت‌ها و عبارت به هم پیوستگی به طور هم‌زمان که در عمل به دلیل اندازه‌گیری و تبادل اطلاعات در زیر سیستم‌ها به وفور رخ می‌دهد. همچنین محدود کردن عبارت به هم پیوستگی با یک تابع که حد بالای آن نامعلوم بوده و در طراحی کنترل‌کننده نیازی به دانستن مقدار آن تابع و تأخیر نیست که این روش را برای دسته بیشتری از سیستم‌ها در عمل قابل به کارگیری می‌کند. کنترل‌کننده غیرمترکز مدل مرجع تطبیقی به دلیل کاهش حجم محاسبات و عملکرد مناسب در سیستم‌ها نیز به عنوان روش کنترلی انتخاب شده است. این مقاله شامل بخش‌های زیر می‌باشد. در بخش دوم، فرضیات و فرمول‌بندی مسئله معرفی می‌شود. طراحی کنترل‌کننده و اثبات پایداری آن به روش لیاپانوف در بخش سوم آورده شده است. در بخش چهارم، یک مثال عددی در نظر گرفته شده که تئوری‌های معرفی شده بر روی آن اعمال می‌شوند. در بخش پنجم نیز نتیجه‌گیری مقاله قرار داده شده است.

۲- فرضیات و فرمول‌بندی مسئله

یک کلاس از سیستم‌های مقیاس‌بزرگ از N زیرسیستم به هم پیوسته با تأخیر در حالت و تأخیر متغیر بازمان در عبارت به هم پیوستگی با معادلات زیر بیان می‌شود:

$$S_i: \dot{x}_i(t) = A_i x_i(t) + A_{di} x_i(t - d_i(t)) + B_i u_i(t) + B_i \sum_{j=1}^N \xi_{ij}(x_j(t), x_j(t - h_{ij}(t)), t) \quad (1)$$

که $x_i \in R^{n_i}$ و $u_i \in R^{m_i}$ به ترتیب حالت‌های سیستم و ورودی کنترلی زیرسیستم i است. همچنین $A_i, A_{di} \in R^{n_i \times n_i}$ ماتریس‌های معلوم و $d_i(t)$ تأخیر در حالت و $\xi_{ij}(x_j(t), x_j(t - h_{ij}(t)))$ یک عبارت به هم پیوستگی نامعلوم است که در واقع این عبارت ارتباط میان حالت‌ها و حالت‌های تأخیریافته زیرسیستم‌ها را نمایندگی می‌کند. همچنین تأخیر $h_{ij}(t)$ و $d_i(t)$ محدود و متغیر بازمان بوده و شرایط زیر را برآورده می‌کند:

$$0 \leq \bar{f}_{ij} \leq h_{ij}(t) \leq \bar{h}_{ij} < \infty, \quad (2)$$

$$0 \leq d_i(t) \leq d'_i < \infty.$$

که \bar{h}_{ij} ، \bar{f}_{ij} و d'_i ثابت‌های مثبت هستند. در بررسی منابع مشخص می‌شود که در بسیاری کارهای تحقیقی فرض مثبت و کمتر از یک بودن مشتق این تأخیر جزو فرض‌های مسئله است [۵، ۶، ۱۳]. اما در کار حاضر فقط فرض مثبت و محدود بودن این تأخیر در نظر گرفته شده است. شرایط اولیه مرتبط با تأخیر به صورت زیر است:

$$x_i(t) = \Xi_i(t), \quad t \in [t_0 - \tau_i, t_0], \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

که $\tau_i = \max\{\bar{h}_{ij}, d'_{ij}\}$ و تابع $\Xi_i(t)$ پیوسته است.

سیستم مدل مرجع با معادلات حالت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{x}_{mi}(t) = A_{mi} x_{mi}(t) + B_{mi} D_i(t) \quad (3)$$

که $x_{mi} \in R^{n_i}$ بردار حالت و $D_i(t)$ ورودی پیوسته معلوم و ماتریس‌های A_{mi} و B_{mi} ثابت هستند. در ادامه برای طراحی کنترل‌کننده تطبیقی مدل مرجع فرض‌های زیر در نظر گرفته می‌شود:

فرض ۱. ماتریس مثبت معین P_i از معادله زیر به دست آمده که Q_i نیز یک ماتریس مثبت معین است:

$$A_{mi}^T P_i + P_i A_{mi} = -Q_i \quad (4)$$

اگر جفت $\{A_{mi}, B_{mi}\}$ پایدار و کنترل پذیر باشد، فرض ۱ برآورده می‌شود.

فرض ۲. بردارهای ثابت $m_i \in R^{n_i}$ ، $z_i \in R^{n_i}$ و ثابت اسکالر θ_n وجود دارند که روابط زیر را برآورده می‌کنند:

$$A_i - A_{mi} = B_i z_i, \quad A_{di} + B_i m_i = 0, \quad B_{mi} = B_i \theta_n$$

از آنجایی که انتخاب مدل مرجع معمولاً دست طراح سیستم بوده، برآورده کردن شروط بالا نمی‌تواند خیلی سخت باشد. البته این شرایط که به نام شرایط سازگاری شناخته می‌شود، در مقالات زیادی استفاده شده و مختص به کار ما نیست [۱۳، ۱۵].

فرض ۳. حد بالای عبارت به هم پیوستگی $\xi_{ij}(\cdot)$ با یک تابع غیرخطی $\rho_{ij}(\cdot)$ و یک بردار ثابت نامعلوم θ_{ij}^* به صورت زیر مقید می‌شود:

$$\|\xi_{ij}(x_{ij}(t), x_{ij}(t - h_{ij}(t)))\| \leq (\theta_{ij}^*)^T \rho_{ij}(x_{ij}(t), x_{ij}(t - h_{ij}(t))) \quad (5)$$

که $\rho_{ij}(\cdot) = [\rho_{ij1}(\cdot) \quad \rho_{ij2}(\cdot) \quad \dots \quad \rho_{ijl_j}(\cdot)]^T$ و

$\theta_{ij}^* = [\theta_{ij1}^*(\cdot) \quad \theta_{ij2}^*(\cdot) \quad \dots \quad \theta_{ijl_j}^*(\cdot)]^T$ است. همچنین فرض می‌شود

که تابع $\rho_{jik}(\cdot)$ به ازای $k = 1, 2, \dots, l_j$ مثبت، پیوسته و نسبت به حالت‌های x_j و زمان t محدود و یکنواخت است.

عبارت به هم پیوستگی معمولاً در مراجع با عبارت‌های خطی از حالت‌ها و نرم آن‌ها مقید می‌شود [۶]. در این بخش این عبارت با یک تابع که در فرض ۳ آورده شده، مقید گشته که حد بالای آن نامعلوم است و کنترل‌کننده پیشنهادی کاملاً مستقل از این تابع بوده و نیازی نیست که تابع $\rho_{ij}(\cdot)$ معلوم باشد. چنین انتخابی می‌تواند طراحی کنترل‌کننده را به دسته وسیعی از سیستم‌ها در عمل تعمیم دهد. از طرفی در نظر گرفتن این فرض، کمک می‌کند که سیستم در برابر اغتشاش‌های دارای حد‌های بالای محدود نیز مقاوم باشد. چون می‌توان این اغتشاش‌ها و نامعینی‌ها را در داخل عبارت به هم پیوستگی مدل کرد. بدون کاستن از کلیت مسئله، تعریف زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\psi_i^* = \sum_{j=1}^N \eta_i^{-1} \varepsilon_{ij} \|\theta_{ij}^*\|^2, \quad (6)$$

در این رابطه η_i و ε_{ij} ثابت‌های مثبت بوده و ε_{ij} لازم نیست که مقدار آن معلوم باشد. همچنین فرض می‌شود که ψ_i^* یک ثابت مثبت نامعلوم است.

۳- طراحی کنترل‌کننده

در این بخش برای سیستم مقیاس‌بزرگ دارای تأخیر زمانی (۱) که فرضیات بالا را برآورده کند، یک کنترل‌کننده تطبیقی مدل مرجع طراحی می‌گردد. خطای ردیابی برابر است با:

$$e_i(t) = x_i(t) - x_{mi}(t) \quad (7)$$

مشتق این رابطه نیز برابر است با:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= A_i x_i(t) + A_{di} x_i(t - d_i(t)) + B_i u_i(t) \\ &+ B_i \sum_{j=1}^N \xi_{ij}(x_j(t), x_j(t - h_{ij}(t)), t) \\ &- A_{mi} x_{mi}(t) - B_{mi} D_i(t) \end{aligned} \quad (8)$$

حال در ادامه نتایج اصلی در قضیه زیر معرفی می‌گردد.

قضیه ۱. اگر برای سیستم (۱) کنترل‌کننده تطبیقی مدل مرجع با قانون کنترلی زیر در نظر گرفته شود:

$$u_i(t) = u_{i1}(t) + u_{i2}(t) \quad (9)$$

که

$$u_{i1}(t) = -z_i x_i(t) + \theta_n D_i(t) + m_i x_i(t - d_i(t)) \quad (10)$$

$$u_{i2}(t) = -\frac{1}{2} \eta_i \hat{\phi}_i(t) B_{mi}^T P_i e_i(t) \quad (11)$$

و η_i یک ثابت مثبت بوده و $\hat{\phi}_i$ یک تخمین از مقدار نامعلوم ϕ_i^* بوده که به وسیله قانون تطبیقی زیر به روزرسانی می‌شود:

$$\begin{aligned} \frac{dV_i(e_i(t), \tilde{\varphi}_i(t))}{dt} &= \theta_n^T e_i(t)^T (A_{mi}^T P_i + P_i A_{mi}) e_i(t) \\ &+ 2e_i(t)^T P_i B_{mi} \sum_{j=1}^N \xi_{ij} (x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) \\ &- \eta_i \hat{\varphi}_i(t) \|B_{mi}^T P_i e_i(t)\|^2 + \gamma_i^{-1} \tilde{\varphi}_i(t) \frac{d\tilde{\varphi}_i(t)}{dt} \end{aligned} \quad (18)$$

همچنین با استفاده از فرض ۱ و ۳ و رابطه (۱۸) برای هر $t \geq t_0$ می توان به رابطه زیر دست یافت:

$$\begin{aligned} \frac{dV_i(e_i(t), \tilde{\varphi}_i(t))}{dt} &\leq -\theta_n \lambda_{\min}(Q_i) \|e_i(t)\|^2 \\ &+ 2 \sum_{j=1}^N \|B_{mi}^T P_i e_i(t)\| \left\| (\theta_{ij}^*)^T \rho_{ij} (x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) \right\| \\ &- \eta_i \hat{\varphi}_i(t) \|B_{mi}^T P_i e_i(t)\|^2 + \gamma_i^{-1} \tilde{\varphi}_i(t) \frac{d\tilde{\varphi}_i(t)}{dt} \end{aligned} \quad (19)$$

بر طبق مرجع [۱۶] برای اثبات پایداری لیپانوف ابتدا رابطه زیر معرفی شده که به ازای هر ثابت مثبت $\varepsilon > 0$ برقرار است:

$$2X^T Y \leq \varepsilon X^T X + \varepsilon^{-1} Y^T Y, \quad \forall X, Y \in \mathbb{R}^n \quad (20)$$

با استفاده از (۱۹) و (۲۰) و تعریف پارامتر φ_i^* در (۶) می توان برای هر $t \geq t_0$ نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{dV_i(e_i(t), \tilde{\varphi}_i(t))}{dt} &\leq -\theta_n \lambda_{\min}(Q_i) \|e_i(t)\|^2 \\ &+ \sum_{j=1}^N \varepsilon_j^{-1} \left\| \rho_{ij} (x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) \right\|^2 \\ &+ \eta_i \varphi_i^* \|B_{mi}^T P_i e_i(t)\|^2 - \eta_i \hat{\varphi}_i(t) \|B_{mi}^T P_i e_i(t)\|^2 \\ &+ \gamma_i^{-1} \tilde{\varphi}_i(t) \frac{d\tilde{\varphi}_i(t)}{dt} \end{aligned} \quad (21)$$

که $\varepsilon_j, j \in \{1, 2, \dots, N\}$ یک ثابت مثبت است. از آنجایی که $\tilde{\varphi}_i(t) = \hat{\varphi}_i(t) - \varphi_i^*$ پس (۲۱) برابر می شود با

$$\begin{aligned} \frac{dV_i(e_i(t), \tilde{\varphi}_i(t))}{dt} &\leq -\theta_n \lambda_{\min}(Q_i) \|e_i(t)\|^2 \\ &+ \sum_{j=1}^N \varepsilon_j^{-1} \left\| \rho_{ij} (x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) \right\|^2 \\ &- \sigma_i \tilde{\varphi}_i(t)^2 - \sigma_i \tilde{\varphi}_i(t) \varphi_i^* \end{aligned} \quad (22)$$

اگر از نابرابری زیر استفاده شود:

$$-\sigma_i \tilde{\varphi}_i(t)^2 - \sigma_i \tilde{\varphi}_i(t) \varphi_i^* \leq -\frac{1}{2} \sigma_i \tilde{\varphi}_i(t)^2 + \frac{1}{2} \sigma_i \varphi_i^{*2} \quad (23)$$

بنابراین

$$\begin{aligned} \frac{dV_i(e_i(t), \tilde{\varphi}_i(t))}{dt} &\leq -\theta_n \lambda_{\min}(Q_i) \|e_i(t)\|^2 \\ &+ \sum_{j=1}^N \varepsilon_j^{-1} \left\| \rho_{ij} (x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) \right\|^2 \\ &- \frac{1}{2} \sigma_i \tilde{\varphi}_i(t)^2 + \frac{1}{2} \sigma_i \varphi_i^{*2} \end{aligned} \quad (24)$$

با صرف نظر از عبارت های منفی، از (۲۴) برای هر $t \geq t_0$ می توان به رابطه زیر دست یافت:

$$\begin{aligned} \frac{dV_i(e_i(t), \tilde{\varphi}_i(t))}{dt} &\leq -\mu_i V(e_i(t), \tilde{\varphi}_i(t)) \\ &+ \sum_{j=1}^N \varepsilon_j^{-1} \left\| \rho_{ij} (x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) \right\|^2 + \frac{1}{2} \sigma_i \varphi_i^{*2} \end{aligned} \quad (25)$$

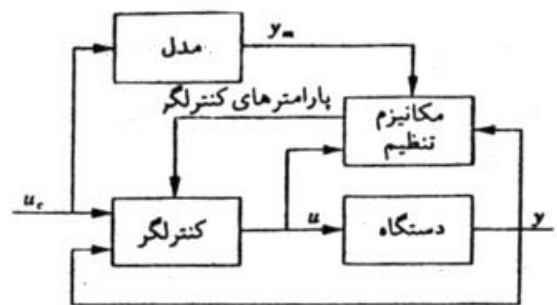
$$\frac{d\hat{\varphi}_i(t)}{dt} = -\gamma_i \sigma_i \hat{\varphi}_i(t) + \eta_i \gamma_i \|B_{mi}^T P_i e_i(t)\|^2 \quad (12)$$

آنگاه با قانون های کنترلی ارائه شده در بالا، پایداری سیستم اثبات می شود. اگر $\hat{\varphi}_i(t) = \varphi_i^* - \tilde{\varphi}_i(t)$ تعریف شود، معادله بالا به صورت زیر می تواند نوشته شود:

$$\frac{d\tilde{\varphi}_i(t)}{dt} = -\gamma_i \sigma_i \tilde{\varphi}_i(t) + \eta_i \gamma_i \|B_{mi}^T P_i e_i(t)\|^2 - \gamma_i \sigma_i \varphi_i^* \quad (13)$$

که در این رابطه γ_i و σ_i ثابت های مثبتی بوده و $\hat{\varphi}_i(t_0)$ مقدار محدودی است.

بلوک دیاگرام کنترلی سیستم مدل مرجع به صورت زیر می باشد:



شکل ۱: نمودار بلوکی سیستم تطبیقی مدل مرجع (MARS)

اثبات. برای اثبات پایداری سیستم، تابع لیپانوف به صورت زیر انتخاب می شود:

$$V_i(e_i(t), \tilde{\varphi}_i(t)) = \theta_n^T e_i(t)^T P_i e_i(t) + \frac{1}{2} \gamma_i^{-1} \tilde{\varphi}_i(t)^2, \quad (14)$$

در این رابطه P_i ماتریسی است که رابطه (۴) را ارضا کرده و γ_i ثابت مثبت است. در ادامه اثبات می شود که خطای ردیابی $e_i(t)$ به طور یکنواخت و نمایی با وجود غیرخطی گری در عبارت به هم پیوسته به یک ناحیه دایروی با شعاع کوچک همگرا می شود. به این منظور رابطه (۸) می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= A_{mi} e_i(t) + (A_i - A_{mi}) x_i(t) \\ &+ A_{di} x_i(t - d_i(t)) + B_i u_i(t) \\ &- B_{mi} D_i(t) + B_i \sum_{j=1}^N \xi_{ij} (x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) \end{aligned} \quad (15)$$

با در نظر گرفتن فرض ۲ و رابطه (۹)، معادله (۱۵) می تواند به صورت زیر بازنویسی شود:

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= A_{mi} e_i(t) + B_i z_i x_i(t) - B_i m_i x_i(t - d_i(t)) \\ &- B_{mi} D_i(t) + B_i (u_{i1}(t) + u_{i2}(t)) \\ &+ B_i \sum_{j=1}^N \xi_{ij} (x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) \end{aligned} \quad (16)$$

و با قراردادن معادله (۱۰) در معادله (۱۶)، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_{mi} e_i(t) + B_i u_{i2}(t) \\ &+ B_i \sum_{j=1}^N \xi_{ij} (x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) \end{aligned} \quad (17)$$

با مشتق گیری از $V_i(\cdot)$ و با استفاده از معادله (۱۱)، می توان نوشت:

که

$$Y_{0i}(t) \leq (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} V_i(t_0) + (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \mu_{i \min}^{-1} \left(\frac{1}{2} \sigma_i |\varphi_i^*|^2 \right) e^{\delta_{0i}(t-t_0)} \quad (35)$$

$$+ \sum_{j=1}^N \frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \varepsilon_{ij}^{-1}}{\mu_{i \min} - \delta_{0i}} e^{\delta_{0i} \bar{h}_{ij}} S_{ij}(t)$$

اگر فرض شود:

$$S_i(t) = \max \{ Y_{0i}(t), S_{ij}(t) \}, t \geq 0 \quad (36)$$

و با استفاده از (۲۹) و (۳۰) و معادله (۳۵) رابطه زیر را می توان نوشت:

$$Y_{0i}(t) \leq (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} V_i(t_0) + \bar{k}_{0i} S_i(t) + (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \mu_{i \min}^{-1} \left(\frac{1}{2} \sigma_i |\varphi_i^*|^2 \right) e^{\delta_{0i}(t-t_0)} \quad (37)$$

از آنجایی که $Y_{0i}(t)$ و $S_i(t)$ غیرکاهشی هستند و ε_{ij} به ازای $i, j = 1, 2, \dots, N$ مثبت بوده، بنابراین می توان نوشت:

$$\bar{d}_{0i} S_i(t) \leq v_i Y_{0i}(t) \quad (38)$$

که $v_i < 1$ می تواند هر ثابت مثبتی باشد. ذکر این نکته ضروری است که لازم نیست برای طراحی کنترل کننده ε_{ij} کاملاً معلوم بوده و یا انتخاب شوند. چون این ثابت مثبت باید شرایط بیان شده در (۲۸) و (۳۸) را برآورده کرده و همچنین طرح کنترلی تطبیقی در (۱۱) کاملاً مستقل از این ثابت هاست. بنابراین با قراردادن (۳۸) در (۳۷) خواهیم داشت:

$$Y_{0i}(t) \leq (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} V_i(t_0) + v_i Y_{0i}(t) + (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \mu_{i \min}^{-1} \left(\frac{1}{2} \sigma_i |\varphi_i^*|^2 \right) e^{\delta_{0i}(t-t_0)} \quad (39)$$

پس

$$Y_{0i}(t) \leq \frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} V_i(t_0)}{1 - v_i^*} + \frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \mu_{i \min}^{-1} \left(\frac{1}{2} \sigma_i |\varphi_i^*|^2 \right) e^{\delta_{0i}(t-t_0)}}{1 - v_i^*} \quad (40)$$

با تعریف $Y_{0i}(t)$ می توان نوشت:

$$\|e_i(t)\|^2 \leq Y_{0i}(t) e^{-\delta_{0i}(t-t_0)} \quad (41)$$

بنابراین

$$\|e_i(t)\|^2 \leq \frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} V_i(t_0)}{1 - v_i^*} e^{-\delta_{0i}(t-t_0)} + \frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \mu_{i \min}^{-1} \left(\frac{1}{2} \sigma_i |\varphi_i^*|^2 \right)}{1 - v_i^*} \quad (42)$$

و

$$\sup_{t \in [0, \infty)} \left(\frac{(\lambda_{\min}(P_i))^{-1}}{1 - v_i^*} V_i(t_0) e^{-\delta_{0i}(t-t_0)} \right) \leq \frac{(\lambda_{\min}(P_i))^{-1}}{1 - v_i^*} V_i(t_0) \quad (43)$$

از رابطه (۴۲) می توان نتیجه گرفت که $\|e_i(t)\|$ محدود و یکنواخت بوده و خطا به طور نمایی و یکنواخت به کره $B(c_{0i})$ زیر همگرا می شود:

$$B(c_{0i}) = \left\{ \begin{aligned} & \|e_i(t)\| \leq c_{0i} \\ & = \sqrt{\frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \mu_{i \min}^{-1} \left(\frac{1}{2} \sigma_i |\varphi_i^*|^2 \right)}{1 - v_i^*}} \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

$$\mu_{i \min} = \min \{ \lambda_{\min}(Q_i) \lambda_{\max}^{-1}(P_i), \sigma_i \gamma_i \} \quad (26)$$

با فرض اینکه $V_i(t) = V(e_i(t), \bar{\varphi}_i(t))$ و با توجه به تعریف $V_i(e_i(t), \bar{\varphi}_i(t))$ در رابطه (۱۴) و بعد از مقداری دست کاری و با استفاده از (۲۶) و برای هر $t \geq t_0$ خواهیم داشت:

$$\|e_i(t)\|^2 \leq (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} e^{-\mu_{i \min}(t-t_0)} V_i(t_0) + (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \mu_{i \min}^{-1} \left(\frac{1}{2} \sigma_i |\varphi_i^*|^2 \right) + \sum_{j=1}^N \left(\frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \varepsilon_{ij}^{-1}}{\mu_{i \min} - \delta_{0i}} \left[\int_{t_0}^t e^{-\mu_{i \min}(t-\tau)} \|\rho_{ij}(x_i(\tau - h_{ij}(\tau)), \tau - h_{ij}(\tau))\|^2 d\tau \right] \right) \quad (27)$$

که ε_{ij} ثابت مثبت است. بنابراین می توان گفت پارامتر ε_{ij} وجود دارد به صورتی که نابرابری زیر برآورده شود:

$$\sum_{j=1}^N \frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \varepsilon_{ij}^{-1}}{\mu_{i \min}} < 1 \quad (28)$$

پس به ازای هر $0 \leq \delta_i \leq \mu_{i \min}$ تابع پیوسته زیر تعریف می شود:

$$k(\delta_i) = \sum_{j=1}^N \frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \varepsilon_{ij}^{-1}}{\mu_{i \min} - \delta_i} e^{\delta_i \bar{h}_{ij}} \quad (29)$$

از رابطه (۲۸) می توان استنباط کرد که $k(0) < 1$ و همچنین یک ثابت مثبت $\delta_{0i} > 0$ ($\delta_{0i} < \mu_{i \min}$) وجود دارد به طوری که $k(\delta_{0i}) < 1$ و $\bar{k}_{0i} = k(\delta_{0i}) < 1$ (۳۰)

حال با ضرب دو طرف رابطه (۲۷) در عبارت $e^{\delta_{0i}(t-t_0)}$ و این حقیقت که $\delta_{0i} < \mu_{i \min}$ و بعد از دست کاری معادله، نابرابری زیر برای هر $t \geq t_0$ می تواند به دست آید:

$$\|e_i(t)\|^2 e^{\delta_{0i}(t-t_0)} \leq (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} V_i(t_0) + (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \mu_{i \min}^{-1} \left(\frac{1}{2} \sigma_i |\varphi_i^*|^2 \right) e^{\delta_{0i}(t-t_0)} + \sum_{j=1}^N \left(\frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \varepsilon_{ij}^{-1}}{\mu_{i \min} - \delta_{0i}} \left[\int_{t_0}^t \left(e^{-\mu_{i \min} - \delta_{0i}(t-\tau)} \right) \left(e^{\delta_{0i} h_{ij}(\tau)} \right) \left(\int_{t_0}^{\tau} \|\rho_{ij}(x_j(\tau - h_{ij}(\tau)), \tau - h_{ij}(\tau))\|^2 e^{\delta_{0i}(\tau - h_{ij}(\tau) - t_0)} \right) d\tau \right] \right) \quad (31)$$

برای هر $t \geq t_0$ خواهیم داشت:

$$Y_{0i}(t) = \max_{\zeta \in [t_0 - \bar{h}_{ij}, t]} \left(\|e_i(\zeta)\|^2 e^{\delta_{0i}(\zeta - t_0)} \right) \quad (32)$$

و

$$S_{ij}(t) = \max_{\zeta \in [t_0 - \bar{h}_{ij}, t]} \left(\|\rho_{ij}(x_j(\zeta), \zeta)\|^2 e^{\delta_{0i}(\zeta - t_0)} \right) \quad (33)$$

هم چنین رابطه (۳۱) به ازای $t \in R^+$ می تواند نوشته شود:

$$\|e_i(t)\|^2 e^{\delta_{0i}(t-t_0)} \leq (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} V_i(t_0) + \sum_{j=1}^N \frac{(\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \varepsilon_{ij}^{-1}}{\mu_{i \min} - \delta_{0i}} e^{\delta_{0i} \bar{h}_{ij}} S_{ij}(t) + (\theta_n \lambda_{\min}(P_i))^{-1} \mu_{i \min}^{-1} \left(\frac{1}{2} \sigma_i |\varphi_i^*|^2 \right) e^{\delta_{0i}(t-t_0)} \quad (34)$$

از (۳۲) و (۳۳) برداشت می شود که $S_j(t)$ توابع غیرکاهشی هستند. هم چنین می توان گفت که طرف راست نابرابری (۳۴) نیز غیرکاهشی است. بنابراین با تعریف $Y_{0i}(t)$ و با استفاده از (۳۴) خواهیم داشت:

$$u_1(t) = [-4 \quad -2]x_1(t) + [2 \quad 3]x_1(t - d_1(t)) + D_1(t) - \frac{1}{2}\eta_1\hat{\phi}_1(t)B_{m1}^T P_1 e_1(t) \quad (47)$$

$$u_2(t) = [-4 \quad -2]x_2(t) + [2 \quad 3]x_2(t - d_2(t)) + D_2(t) - \frac{1}{2}\eta_2\hat{\phi}_2(t)B_{m2}^T P_2 e_2(t) \quad (48)$$

و قانون تطبیقی عبارت است از

$$\frac{d\hat{\phi}_i(t)}{dt} = -\gamma_i \sigma_i \hat{\phi}_i(t) + \eta_i \gamma_i \|B_{mi}^T P_i e_i(t)\|^2 \quad (49)$$

که خطای ردیابی در (۶) تعریف شده است.

مقادیر پارامترهای کنترل کننده برابر هستند با

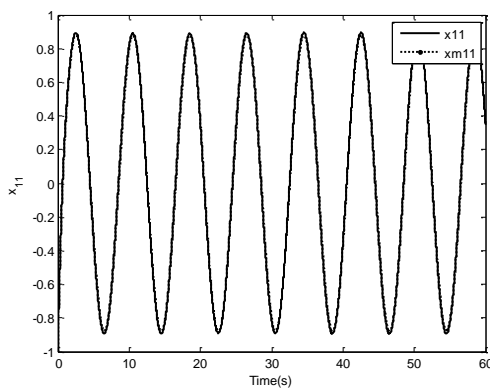
$$d_1 = 0.7 + 0.3\sin(t), d_2 = 0.8 + 0.2\cos(t), \eta_i = 2, \gamma_i = 5, \sigma_i = 0.1, \zeta_{1j}(t) = 0.2\sin(3t), \zeta_{2j}(t) = 0.3\sin(3t),$$

$$Q_i = 10I, h_{i1}(t) = 1 + 0.5\sin(\pi t), h_{i2}(t) = \begin{cases} 1 + 1.5\sin t & 0 \leq t \leq 4 \\ 1 + 2.5\sin t & t > 4 \end{cases}$$

که $h_{i1}(t)$ و $h_{i2}(t)$ تابع پیوسته محدود بوده که مشتق آن‌ها نیاز نیست که کمتر از یک باشد. همچنین شرایط اولیه برابر است با

$$x_i(0) = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, x_{mi}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

حال با اعمال این کنترل کننده به سیستم (۴۵) و انجام شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB نتایج زیر حاصل می‌شود. در شکل ۲ تا ۵ نشان داده شده است که حالت‌های زیرسیستم‌ها به حالت‌های مدل مرجع همگرا شده و کنترل کننده مدل مرجع تطبیقی بسیار موفق عمل کرده است. در شکل ۶ و ۷ خطای ردیابی آورده شده که ملاحظه می‌گردد همان‌طور که اثبات گردید خطا محدود بوده و از محدوده مجاز خارج نمی‌گردد. در شکل‌های ۸ و ۹ سیگنال کنترلی آورده شده که نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که سیگنال کنترلی نیز در محدوده مناسبی قرار دارد. بنابراین نتایج شبیه‌سازی عملکرد مناسب کنترل کننده طراحی شده مدل مرجع تطبیقی را نشان می‌دهد. در این بخش عبارت به هم‌پیوستگی غیرخطی بوده و با یک تابع محدود شده که در طراحی کنترل کننده نیاز نبود که این تابع معلوم باشد. همچنین تأخیر در عبارت به هم‌پیوستگی فقط کافی است که محدود، پیوسته و غیر منفی باشد و نیاز به اطلاعات بیشتری از آن نیست.



شکل ۲: حالت $x_{11}(t)$ سیستم و حالت مرجع مثال اول

از طرف دیگر، در قانون تطبیقی ارائه شده در (۱۱) تخمین مقدار $\hat{\phi}_i(t)$ محدود و یکنواخت بوده و بنابراین خطای ردیابی $\|e_i(t)\|$ محدود و اثبات پایداری کامل می‌شود. اثبات پایداری که در اینجا صورت گرفته در سیستم‌های مقیاس‌بزرگ معمول بوده و در [۶]، [۱۳] و [۱۶] استفاده شده است. در واقع اینجا اثبات گردید که پایداری سیستم دارای حدهای محدود بوده و خطای ردیابی کران‌دار و با سرعت نمایی وارد این محدوده شده و تضمین می‌گردد که خطا از این ناحیه خارج نگردد که اصطلاحاً به آن پایداری یکنواخت دارای حدهای محدود گفته می‌شود.

قانون کنترلی در (۱۱) مستقل از ε_{ij} بوده و در طراحی کنترل کننده نیازی به معلوم بودن و انتخاب آن نیست. نکته مهم دیگری که در طراحی کنترل کننده وجود داشت، وابسته نبودن کنترل کننده به مقدار مشتق تأخیر متغیر بازمان است. در این مقاله محدودیت کمتر از یک بودن مشتق تأخیر زمانی برداشته شده و فقط قید محدودبودن روی مشتق، وجود خواهد داشت.

۴- مثال عددی

برای نشان دادن مزیت و عملکرد کنترل کننده طراحی شده در بخش قبل، دو مثال عددی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

مثال اول: در این بخش یک سیستم مقیاس‌بزرگ با تأخیر متغیر بازمان در حالت و عبارت به هم‌پیوستگی در نظر گرفته شده است. سیستم مقیاس‌بزرگ از دو زیرسیستم به صورت زیر تشکیل گردیده است:

$$\dot{x}_1(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x_1(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x_1(t - d_1(t)) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(\sum_{j=1}^N \zeta_{1j}(x_j(t - h_{1j}(t)), t - h_{1j}(t)) \right) \quad (45)$$

$$\dot{x}_2(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -3 & -3 \end{bmatrix} x_2(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x_2(t - d_2(t)) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(\sum_{j=1}^N \zeta_{2j}(x_j(t - h_{2j}(t)), t - h_{2j}(t)) \right)$$

که

$$\zeta_{ij}(x_j(t - h_{ij}(t)), t - h_{ij}(t)) = \zeta_{ij}(t) e^{0.5x_{j1}(t - h_{ij}(t)) + 0.6x_{j2}(t - h_{ij}(t))}$$

و $\zeta_{ij}(t)$ تابع‌های محدود و نامعلوم هستند.

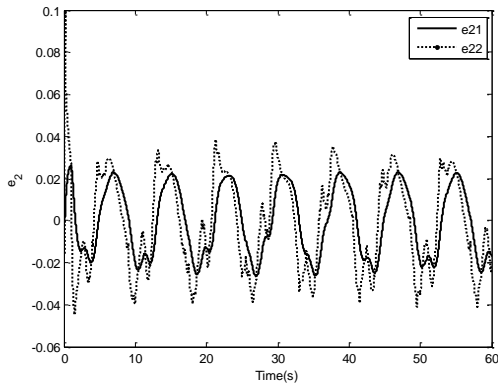
عبارت به هم‌پیوستگی در این مدل غیرخطی بوده و در طراحی کنترل کننده نیازی به معلوم بودن آن نیست. برای طراحی کنترل کننده مدل مرجع تطبیقی، سیستم زیر به عنوان مدل مرجع انتخاب شده که پایدار است:

$$\dot{x}_{m1}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix} x_{m1}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} D_1(t) \quad (46)$$

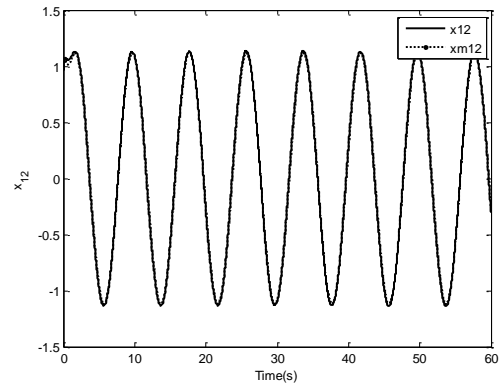
$$\dot{x}_{m2}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -7 & -5 \end{bmatrix} x_{m2}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} D_2(t)$$

و $D_1(t) = 10\sin\frac{\pi}{4}t$ ، $D_2(t) = 10\cos\frac{\pi}{4}t$ است.

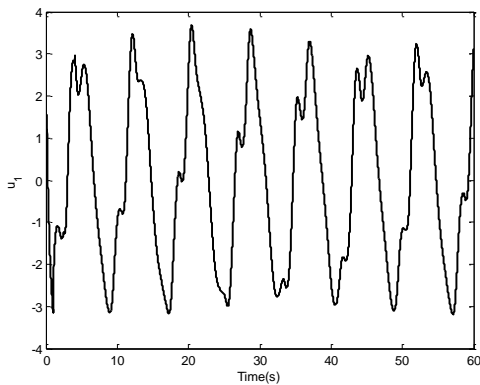
بنابراین با استفاده از قضیه ۱، کنترل کننده به صورت زیر طراحی می‌شود:



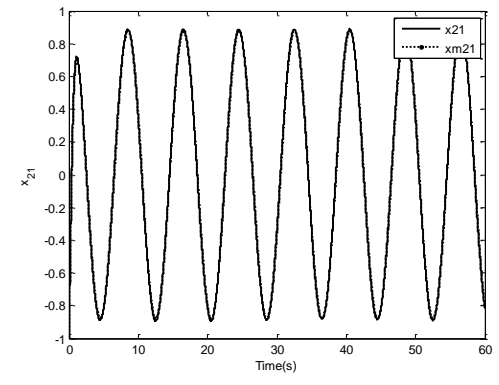
شکل ۷: خطای ردیابی زیرسیستم دوم مثال اول



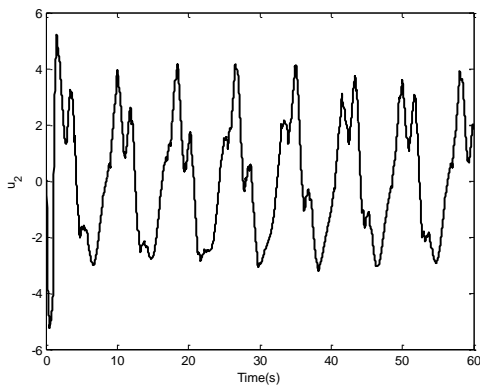
شکل ۳: حالت $x_{12}(t)$ سیستم و حالت مرجع مثال اول



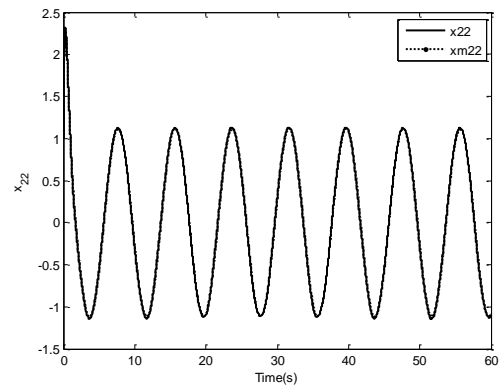
شکل ۸: قانون کنترلی زیرسیستم اول مثال اول



شکل ۴: حالت $x_{21}(t)$ سیستم و حالت مرجع مثال اول



شکل ۹: قانون کنترلی زیرسیستم دوم مثال اول

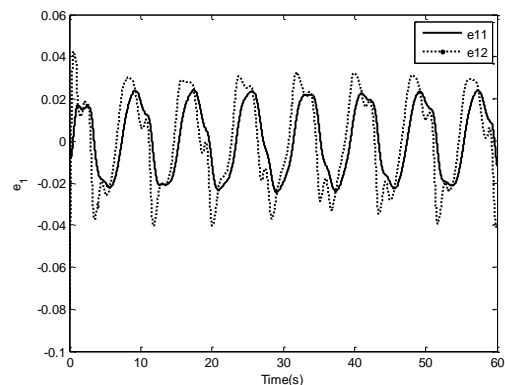


شکل ۵: حالت $x_{22}(t)$ سیستم و حالت مرجع مثال اول

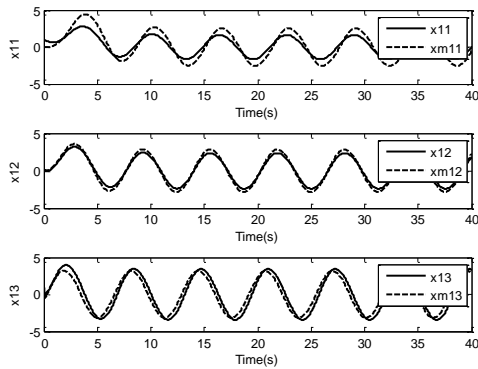
مثال دوم. در این بخش یک سیستم بازیافت راکتور شیمیایی که نمونه‌ای از یک سیستم مقیاس بزرگ تأخیری است، در نظر گرفته شده است. راکتورهای بازیافت به دلیل کاهش هزینه‌ها در صنعت مورد توجه هستند. این سیستم در [۶] معرفی شده و دارای دو زیرسیستم بوده که هریک از زیرسیستم‌ها دارای سه راکتور بوده و معادلات آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\dot{x}_i = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ 0 & -0.5 & 1 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix} x_i + \begin{bmatrix} -0.5 & -0.5 & 0 \\ 0 & -0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 0.5 & -0.25 \end{bmatrix} x_i(t-d_i) \quad (50)$$

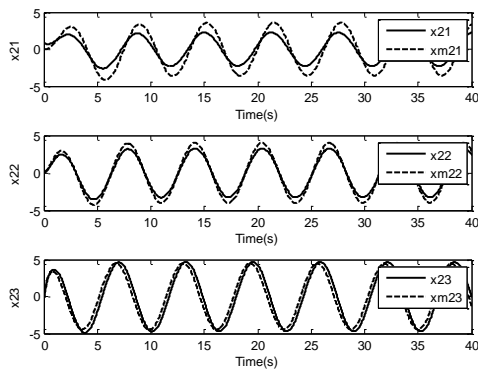
$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_i(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} f_i(t), \quad i = 1, 2.$$



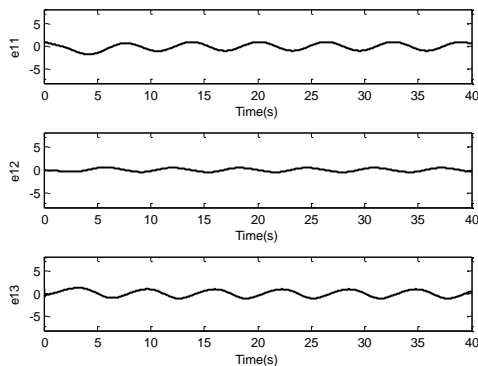
شکل ۶: خطای ردیابی زیرسیستم اول مثال اول



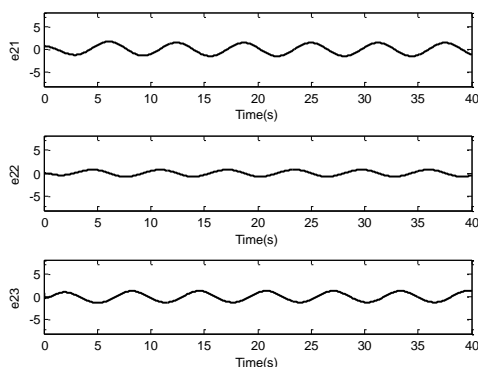
شکل ۱۰: حالت $x_1(t)$ سیستم و حالت مرجع سیستم رآکتور



شکل ۱۱: حالت $x_2(t)$ سیستم و حالت مرجع سیستم رآکتور



شکل ۱۲: خطای ردیابی $e_1(t)$ سیستم رآکتور



شکل ۱۳: خطای ردیابی $e_2(t)$ سیستم رآکتور

که توابع غیرخطی نامعین $f_i(t)$ به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \mu_1 x_1^T(t) x_2(t - h_{11}(t)) \\ &+ \mu_1 x_1^T(t - h_{11}(t)) x_2(t - h_{12}(t)) - x_{13}^2(t - d_1) \\ f_2(t) &= \mu_2 x_2^T(t) x_1(t - h_{21}(t)) \\ &+ \mu_2 x_2^T(t - h_{21}(t)) x_1(t - h_{22}(t)) - x_{23}^2(t - d_2) \end{aligned} \quad (51)$$

در این معادلات پارامترهای نامعلوم می باشند. مزیت روش معرفی شده در این مقاله این است که محدودیتی روی عبارت به هم پیوستگی نیست و این عبارت هم می تواند به صورت چند جمله ای باشد و هم به صورت نامی. در واقع در این مقاله این عبارت با یک تابع محدود می شود و این دست طراح را برای به کارگیری این روش برای سیستم های مختلف باز نگه می دارد. برای طراحی کنترل کننده تطبیقی مدل مرجع، مدل زیر به عنوان مدل مطلوب انتخاب شده است:

$$\dot{x}_{mi} = \begin{bmatrix} -0.5 & 1 & 0 \\ 0 & -0.5 & 1 \\ 0 & 0 & -a_i \end{bmatrix} x_{mi} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} D_i(t), \quad i=1,2. \quad (52)$$

که $D_1(t) = 0.2 \sin t$, $D_2(t) = 0.2 \cos t$ و $a_1 = 3, a_2 = 2$ است. با استفاده از قضیه معرفی شده، کنترل کننده زیر برای این سیستم طراحی می گردد:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= [0 \quad 0 \quad 2.5] x_1(t) \\ &+ [-0.5 \quad -0.5 \quad 0.25] x_1(t - d_1) \\ &+ D_1(t) - 0.5 \theta_1(t) (e_1^T P_1 e_1) (e_1^T p_1) \\ &- 0.5 \eta_1(t) \text{sign}((e_1^T P_1 e_1) (e_1^T p_1)) \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} u_2(t) &= [0 \quad 0 \quad 1.5] x_2(t) \\ &+ [-0.5 \quad -0.5 \quad 0.25] x_2(t - d_2) \\ &+ D_2(t) - 0.5 \theta_2(t) (e_2^T P_2 e_2) (e_2^T p_2) \\ &- 0.5 \eta_2(t) \text{sign}((e_2^T P_2 e_2) (e_2^T p_2)) \end{aligned} \quad (54)$$

و قانون های تطبیق نیز برابر است با:

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i &= [2e_{i3}^2 + e_{i2}^2 + e_{i1}^2]^2 - 0.01 \theta_i, \\ \dot{\eta}_i &= 2[2e_{i3}^2 + e_{i2}^2 + e_{i1}^2] - 0.01 \eta_i, \quad i=1,2. \end{aligned} \quad (55)$$

پارامترهای سیستم برای شبیه سازی به صورت زیر انتخاب می شود:

$$d_1 = d_2 = 0.3, \mu_i = 0.5, h_{ij}(t) = 0.2(1 + \sin t).$$

و شرایط اولیه برابر است با:

$$x_1(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, x_2(0) = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0 \\ 0.8 \end{bmatrix}$$

حال این کنترل کننده به سیستم مورد نظر اعمال شده و نتایج زیر حاصل می گردد. در شکل های ۱۰ و ۱۱ حالت های سیستم و مدل مرجع نشان داده شده که نتایج شبیه سازی معرف ردیابی مناسب می باشد. همچنین در شکل های ۱۲ تا ۱۴ به ترتیب خطای ردیابی و سیگنال کنترلی نمایش داده شده است. نتایج شبیه سازی عملکرد مناسب کنترل کننده پیشنهاد شده را نشان می دهد.

- [4] X. Zhang and Y. Lin, "Adaptive output feedback control for a class of large-scale nonlinear time-delay systems," *Automatica*, vol. 52, pp. 87-94, 2015.
- [5] B. Mirkin, P.-O. Gutman and Y. Shtessel, "Decentralized continuous MRAC with local asymptotic sliding modes of nonlinear delayed interconnected systems," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, pp. 2076-2088, 4, 2014.
- [6] C.-C. Hua, J. Leng and X.-P. Guan, "Decentralized MRAC for large-scale interconnected systems with time-varying delays and applications to chemical reactor systems," *Journal of Process Control*, vol. 22, pp. 1985-1996, 2012.
- [7] C. He, J. Li and L. Zhang, "Decentralized adaptive control of nonlinear large-scale pure-feedback interconnected systems with time-varying delays," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 29, pp. 24-40, 2015.

[۸] مهدی ثوقی، علیرضا جلیلیان، کنترل سلسله مراتبی برای جبران سازی ولتاژ در ریز شبکه‌های جزیره‌ای، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز،

شماره ۲، دوره ۴۱، صفحه ۲۵-۳۰، ۱۳۹۰

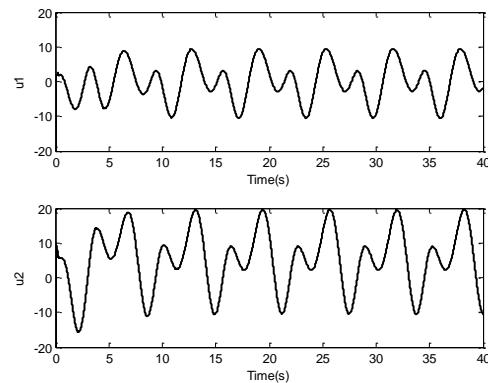
- [9] J. Y. H. Yau, "Robust decentralized adaptive control for uncertain large-scale delayed systems with input nonlinearity," *Chaos, Solitons and Fractals*, vol. 39, pp. 1515-1521, 2009.
- [10] S. S. X. Yan, C. Edwards, "Global time-delay dependent decentralized sliding mode control using only output information," proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference, Shanghai, China, pp. 6709-6714, 2009.
- [11] H. Wu and M. Deng, "Robust adaptive control scheme for uncertain non-linear model reference adaptive control systems with time-varying delays," *IET Control Theory & Applications*, vol. 9, pp. 1181-1189, 2015.

[۱۲] مسعود سیدسرخا، حامد خراطی، فرزاد هاشم زاده، کنترل تطبیقی

سیستم کنترل از راه دور با وجود نامعینی‌های دینامیکی و نامعینی در شتاب گرانشی، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، شماره ۳ دوره ۴۶،

صفحه ۲۳۳-۲۳۹، ۱۳۹۵

- [13] C. Hua, X. Guan and P. Shi, "Decentralized robust model reference adaptive control for interconnected time-delay systems," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 193, pp. 383-396, 2006.
- [14] B. Mirkin and P.-O. Gutman, "Adaptive following of perturbed plants with input and state delays," 9th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA), pp. 865-870, 2011.
- [15] M. S. Mahmoud and P. Shi, "Robust stability, stabilization and \mathcal{H}_∞ control of time-delay systems with Markovian jump parameters," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 13, pp. 755-784, 2003.
- [16] H. Wu, "Decentralised adaptive robust control of uncertain large-scale non-linear dynamical systems with time-varying delays," *IET control theory & applications*, vol. 6, pp. 629-640, 2012.



شکل ۱۴: قانون کنترلی سیستم راکتور

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل نامترکز سیستم مقیاس‌بزرگ با استراتژی مدل مرجع به کمک تئوری تطبیقی با در نظر گرفتن تأخیر متغیر با زمان در حالت‌ها و عبارت به‌هم‌پیوستگی مورد بررسی قرار گرفته است. عبارت به‌هم‌پیوستگی غیرخطی و نامعین در نظر گرفته شده و نیازی نیست در طراحی کنترل‌کننده معلوم باشد. همچنین در اینجا قید کمتر از یک بودن مشتق تأخیر متغیر با زمان نیز برداشته شده و فقط محدودبودن این تأخیر کفایت می‌کند. همچنین بر اساس تئوری پایداری لیاپانوف، خطای سیستم حلقه بسته به‌طور نمایی وارد حدهای پایداری شده و اثبات می‌گردد که خطا از آن محدوده خارج نمی‌گردد. اعتبار تئوری‌های بیان شده به‌وسیله نتایج عددی سنجیده شده و این نتایج می‌تواند برای سیستم‌های مقیاس‌بزرگ تأخیری در عمل به‌کار رود.

مراجع

- [1] Q. Qu, H. Zhang, T. Feng and H. Jiang, "Decentralized adaptive tracking control scheme for nonlinear large-scale interconnected systems via adaptive dynamic programming," *Neurocomputing*, vol. 225, pp. 1-10, 2017.
- [2] Z. Hu, "Decentralized stabilization of large scale interconnected systems with delays," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, pp. 180-182, 1994.
- [3] X.-S. Xiao and L. Wu, "Decentralized adaptive tracking of interconnected non-affine systems with time delays and quantized inputs," *Neurocomputing*, vol. 141, pp. 194-201, 2014.