

کنترل ردیابی رهبر-پیرو رخداد-تحریک سیستم‌های چندعاملی با دینامیک تک انتگرال گیر چندمتغیره

بابک عبدالملکی^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ علی‌رضا سیفی^۲، استاد؛ محمدمهدی عارفی^۳، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - abdolmaleki.p.e@gmail.com

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - seifi@shirazu.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - arefi@shirazu.ac.ir

چکیده: در این مقاله، مخابرات میان عوامل پیرو در کنترل ردیابی رهبر-پیرو سیستم‌های چندعاملی با دینامیک تک انتگرال گیر چندمتغیره کاهش یافته است. یک طرح کنترلی کاملاً توزیعی پیشنهاد شده است که در آن یک متغیر تصمیم‌گیری محلی و غیرترکیبی به‌صورت پیوسته رصد می‌شود. اگر نرم خطای اندازه‌گیری متغیر تصمیم‌گیری از یک حد آستانه‌ای وابسته به زمان تجاوز کند، یک رخداد اتفاق افتاده و متغیر تصمیم‌گیری، نمونه‌گیری‌شده، در یک واحد ذخیره داده، ذخیره شده و به یک شبکه مخابراتی همسایه به همسایه با پهنای باند کم فرستاده می‌شود. همچنین، آخرین داده‌های نمونه‌گیری‌شده همسایه‌ها، دریافت‌شده از شبکه مخابراتی، در واحد ذخیره داده، ذخیره شده‌اند. یک قانون کنترلی که از آخرین داده‌های ذخیره‌شده محاسبه می‌شود، به دینامیک عوامل پیرو اعمال می‌شود. نشان خواهیم داد که تحت این قانون کنترلی و با استفاده از مکانیزم رخداد-تحریک پیشنهادی، خطای ردیابی عوامل پیرو، کران‌دار باقی می‌ماند و سیستم حلقه‌بسته حاصل، از خود رفتار زنو نشان نمی‌دهد. برای تأیید کارایی طرح کنترلی پیشنهادی، شبیه‌سازی عددی اضافه شده است.

واژه‌های کلیدی: کنترل رهبر-پیرو، سیستم چندعاملی، کنترل توزیعی، شبکه مخابراتی، کنترل رخداد-تحریک، رفتار زنو.

Event-Triggered Leader-Following Tracking Control of Multi-Agent Systems with Multivariable Single Integrator Dynamics

B. Abdolmaleki¹, MSc Student; A. R. Seifi², Professor; M. M. Arefi³, Associate Professor

1- School of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, Email: abdolmaleki.p.e@gmail.com

2- School of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, Email: seifi@shirazu.ac.ir

3- School of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, Email: arefi@shirazu.ac.ir

Abstract: In this paper, the communications between follower agents in the leader-following tracking control of Multi-agent systems with multivariable single integrator dynamics, are reduced. A fully distributed control scheme is proposed in which a local non-combinational decision variable (DV) is continuously observed. If the norm of the DV's measurement error violates a time-dependent threshold, an event is occurred and the DV is sampled, stored in a data store unit (DSU) and sent to a neighbor-to-neighbor low bandwidth communication network (CN). Also, the last sampled neighbors' data received from the CN, are stored in the DSU. A control law computed from the last stored data, is fed to the agents' dynamics. It is shown that under this control law and by using the proposed event-triggering mechanism, the follower agents' tracking error remains bounded and the resultant closed-loop system does not exhibit Zeno behavior. The numerical simulation is included to verify the effectiveness of the proposed control scheme.

Keywords: Leader-follower control, Multi-agent system, Distributed control, Communication network, Event-triggered control, Zeno behavior.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۱۵

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۶/۰۱/۲۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۵/۱۱

نام نویسنده مسئول: محمدمهدی عارفی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - شیراز - دانشگاه شیراز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - بخش مهندسی قدرت و کنترل.

۱- مقدمه

با گذشت زمان، کنترل هماهنگ سیستم‌های چندعاملی که عامل‌های آن توسط شبکه‌های ارتباطی تبادل داده دارند رو به افزایش است [۱، ۲]. تبادل پیوسته داده در بسترهای مخابراتی، نیازمند پهنای باند زیاد، پرهزینه و تقریباً غیرعملی است [۳، ۴]؛ از این رو ارائه روش‌های کنترلی جهت استفاده بهینه از این بسترها کارآمد می‌نماید. یکی از این روش‌ها کنترل رخداد-تحریک^۱ است که در آن از یک مکانیزم فعال برای تعیین زمان رخداد (نمونه‌گیری و مخابره) بعدی استفاده می‌شود [۴، ۵].

در سال‌های اخیر، کنترل سیستم‌های چندعاملی با مخابرات رخداد-تحریک مورد توجه بسیاری قرار گرفته است [۶-۹]. مرجع [۶]، یک نمونه از کارهای اولیه صورت گرفته برای اثبات کارایی این روش کنترلی در سیستم‌های چندعاملی است. با وجود رخداد-تحریک بودن روش کنترلی ارائه شده، به علت رصد پیوسته متغیر تصمیم‌گیری از سوی همسایه‌ها، نیاز به وجود مخابرات پیوسته میان عامل‌ها برطرف نشده است. برای رفع این نیاز، پیشنهادهای گوناگونی ارائه شده است [۶-۹]. تمام این پیشنهادها کنترل رخداد-تحریک را برای مسئله اجماع بدون رهبر در نظر گرفته‌اند.

کنترل ردیابی خروجی از مسائلی است که در صنایع و کاربردهای مختلف بسیار مورد توجه قرار دارد [۱۰]. یکی از روش‌های مهم برای ردیابی عامل مرجع (رهبر) در کنترل سیستم‌های چندعاملی، روش کنترلی رهبر-پیرو می‌باشد [۱۱-۱۳] از این رو استفاده از مخابرات رخداد-تحریک در آن، مورد نیاز به نظر می‌رسد [۱۴-۱۶]. در [۱۴] یک کنترل کننده رهبر-پیرو با مخابرات رخداد-تحریک برای سیستم‌های چندعاملی با دینامیک خطی عمومی پیشنهاد شده است. تابع استفاده شده در شرط تحریک، نیازمند مخابرات پیوسته میان عامل‌هاست که در آن‌جا برای رفع این نیاز، روشی پیشنهاد شده که نیازمند محاسبات زیاد در سیستم جاساز شده^۲ است. در [۱۵] یک پروتکل رهبر-پیرو رخداد-تحریک برای کنترل سیستم‌های چندعاملی با دینامیک غیرخطی در حضور شبکه‌های ارتباطی متغیر پیشنهاد شده؛ با این وجود، شبکه مخابراتی از نوع غیرجهتی در نظر گرفته شده است. برای رفع کاستی‌های مربوط به این مراجع یک پروتکل رهبر-پیرو با مخابرات رخداد-تحریک برای کنترل سیستم‌های چندعاملی با دینامیک خطی عمومی و چندمتغیره در [۱۶] پیشنهاد شده است. در این روش، متغیر تصمیم‌گیری یک متغیر ترکیبی است که برای تولید آن در محل هر عامل، از یک الگوریتم محاسباتی در سیستم جاساز شده استفاده شده است.

در این پژوهش، یک پروتکل رهبر-پیرو با مخابرات رخداد-تحریک برای کنترل سیستم‌های چندعاملی با دینامیک تک انتگرال گیر چندمتغیره ارائه شده است. متغیر تصمیم‌گیری و تابع مورد استفاده در شرط تحریک کاملاً توزیعی هستند؛ بنابراین، برخلاف [۱۶]، نیازی به محاسبه متغیر ترکیبی در سیستم جاساز شده و همگام‌سازی اولیه

ساعت‌های محلی عامل‌های مختلف نیست. در طرح کنترلی پیشنهادی، پس از وقوع رخداد، متغیر مطلوب هر عامل نمونه‌برداری، ذخیره و به شبکه مخابراتی فرستاده می‌شود. آخرین متغیرهای نمونه‌گیری شده محلی و نیز آخرین داده‌های دریافتی از همسایه‌ها، در یک واحد ذخیره داده نگهداری می‌شوند و از آن‌ها برای به‌روزرسانی قانون کنترلی استفاده می‌شود؛ لذا، قانون کنترلی مربوط به هر عامل، علاوه بر زمان‌های رخداد محلی، در زمان‌های رخداد همسایه‌هایش نیز به‌روزرسانی می‌شود. در کنترل ردیابی، کران‌داربودن خطای ردیابی خروجی دارای اهمیت است [۱۷]؛ لذا نشان داده شده که خطای ردیابی عامل رهبر کران‌دار باقی می‌ماند؛ کرانی که می‌توان آن را به‌وسیله پارامترهای طراحی تغییر داد. یک موضوع چالش‌برانگیز و پراهمیت دیگر در کنترل رخداد-تحریک، رفتار زنون^۳ است که باید عدم وجود آن ثابت شود، زیرا وجود تعداد مخابرات بسیار زیاد تحت روش کنترلی ارائه شده، موجب می‌شود که کنترل رخداد-تحریک، مزیت خود را نسبت به کنترل کننده‌های مبتنی بر مخابرات پیوسته از دست دهد. در این پژوهش نشان داده شده است که سیستم مورد مطالعه در حضور کنترل کننده پیشنهادی از خود رفتار زنون نشان نمی‌دهد.

ساختار این مقاله به‌صورت زیر است. در بخش ۲ پیش‌نیازها و مسئله بیان شده است. در بخش ۳ دستاوردهای اصلی مقاله ارائه شده است. برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی، در بخش ۴ شبیه‌سازی عددی برای یک سیستم نمونه ارائه شده است. بخش ۵ به نتیجه‌گیری از مقاله می‌پردازد.

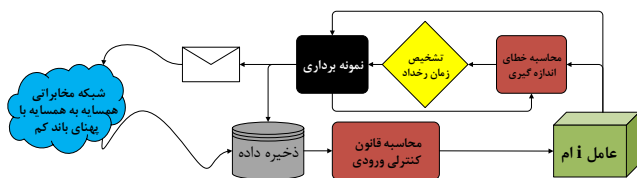
۲- پیش‌نیازها و بیان مسئله

۲-۱- مقدمه‌ای بر نظریه گراف [۱۳، ۱۶، ۱۸]

شبکه تبادل داده میان عامل‌ها در یک سیستم چندعاملی، به‌وسیله گراف شبکه مدل می‌شود. گراف شبکه $NG = (N, E, A)$ را در نظر بگیرید، که $N = \{0, 1, \dots, |N|\}$ یک مجموعه غیرتهی از گره‌ها است، $E \subseteq N \times N$ مجموعه شاخه‌های گراف، متشکل از زوج‌های مرتب گره‌ها و A ماتریس همسایگی است. گره ۰ نشانگر عامل رهبر و گره‌های عضو مجموعه $N = \{1, \dots, |N|\}$ نشانگر عوامل پیرو هستند.

زیرگراف $SG = (N, E, A)$ که از حذف عامل رهبر و شاخه‌های متناظرش به‌دست می‌آید، شبکه میان عوامل پیرو را نشان می‌دهد؛ مجموعه شاخه‌های $E \subseteq N \times N$ لینک‌های ارتباطی میان عوامل پیرو را بیان می‌کند، زوج مرتب $(j, i) \in E$ نشان می‌دهد که گره i از گره j اطلاعات دریافت می‌کند؛ در این صورت j همسایه i است. مجموعه همسایه‌های گره i به‌صورت $N_i = \{j \mid (j, i) \in E\}$ نشان داده می‌شود. فرض شده است که شاخه‌ای میان یک گره و خودش (دور) و همچنین شاخه مکرر میان گره‌ها وجود نداشته باشد.

ماتریس همسایگی گراف SG به‌صورت $A = [a_{ij}] \in R^{N \times N}$ تعریف می‌شود؛ اگر $(j, i) \in E$ آن‌گاه $a_{ij} = 1$ در غیر این صورت $a_{ij} = 0$. اگر



شکل ۱: نمای طرح کنترلی پیشنهادی

شکل ۱ طرح کنترلی پیشنهادی را نشان می‌دهد. طبق این شکل، قانون کنترلی ورودی با استفاده از آخرین داده‌های ذخیره‌شده محاسبه می‌شود. این داده‌ها متغیرهای حالت نمونه‌گیری‌شده در زمان‌های رخداد محلی و زمان‌های رخداد همسایه‌ها هستند.

در کنترل رهبر-پیرو برای هر عامل، یک متغیر ترکیبی محلی به صورت زیر معرفی می شود [۱۲]:

$$z_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_j(t) - x_i(t)) + g_i(x_0 - x_i(t)). \quad (4)$$

بنابراین، به دنبال یافتن یک ورودی کنترلی هستیم که به جای متغیر ترکیبی بیان شده در (۴)، از یک متغیر ترکیبی دیگر استفاده کند که با توجه به مقادیر نمونه‌گیری شده در زمان‌های رخداد محاسبه شود. زمان‌های رخداد برای عامل i ام به صورت $t_0^i, t_1^i, \dots$ نشان داده می‌شوند. برای هر عامل، یک متغیر ترکیبی به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$\begin{aligned} \hat{z}_i(t) = & \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_j(t_{k'}^j) - x_i(t_k^i)) + g_i (x_0 - x_i(t_k^i)), \\ & t \in [t_k^i, t_{k+1}^i), \end{aligned} \quad (\Delta)$$

که (t_k^i) آخرین متغیر حالت محلی نمونه‌گیری شده و (t_k^j) آخرین متغیر حالت دریافت شده از همسایه z ام است. این مقادیر در واحد ذخیره داده نگهداری می‌شوند؛ در فاصله زمانی میان دو رخداد ثابت هستند. بنابر مدل بیان‌شده، قانون کنترل زیر را در نظر بگیرید:

$$u_i = Kz_i(t), \quad t \in [t_k^i, t_{k+1}^i), \quad (6)$$

که $K \in R^{n \times n}$ ماتریس بهره فیدبک است که بعداً تعریف می‌شود. مسئله مورد بحث در این پژوهش، یافتن قانون کنترلی (۶) و یک استراتژی رخداد-تحریک است؛ به‌گونه‌ای که ویژگی زیر در پیروی عوامل از رهبر برقرار باشد:

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^{|N|} \|x_0 - x_i(t)\|^2 \leq \Delta, \quad (V)$$

که Δ یک مقدار مثبت است. علاوه بر این، دینامیک حلقه‌بسته سیستم با روش کنترلی پیشنهادی نباید از خود رفتار رزونو نشان دهد.

تعریف ۱: اگر در سیستم بیان شده در (۳) با قانون کنترلی (۶) در یک بازه زمانی محدود، به تعداد محدود مخابره میان عوامل پیرو رخ دهد، گوییم که سیستم از خود رفتار زنو نشان نمی‌دهد؛ به عبارتی زمان‌های رخداد عوامل پیرو دارای ویژگی زیر باشند:

$$\inf_k (t_{(k+1)}^i - t_k^i) > 0. \quad (\lambda)$$

$$D = \text{diag} \{d_1, \dots, d_{|N|}\}$$
 و i ام گره d_i درجه ورودی^۴ گره i باشد و $|N|$

$$d_i = \sum_{j=1}^{|N|} a_{ij}$$
 ماتریس درجه ورودی، آن گاه $L = D - A$ ماتریس لاپلاسین گراف SG است. اگر یک عامل پیرو مستقیماً به عامل رهبر دسترسی داشته باشد، شاخه جهت‌دار $(0, i)$ به مجموعه E اضافه می‌شود و وزن معادل آن در ماتریس همسایگی، $g_i = 1$ و در غیر این صورت $g_i = 0$ است. به گره با $g_i \neq 0$ گره سنجاق‌شده^۵ گفته می‌شود. اگر ماتریس بهره گره‌های سنجاق‌شده $G = \text{diag} \{g_1, \dots, g_{|N|}\}$ باشد آن گاه در سیستمی که حداقل یک عامل پیرو مستقیماً به رهبر دسترسی دارد، $G \neq 0$ است. یک مسیر مستقیم از گره z به گره i ، ترتیبی از زوج‌های مرتب به صورت $\{(j, t_1), (t_1, t_2), \dots, (t_n, i)\}$ است که همگی عضو E باشند. اگر در یک گراف جهتی گره‌ای به نام ریشه وجود داشته باشد، به گونه‌ای که یک مسیر مستقیم از آن به تمام گره‌های گراف وجود داشته باشد، می‌گویند که این گراف دارای یک درخت اسپن‌شده^۶ است.

۲-۲- ضرب کرونکر^۷

اگر C و D دو ماتریس به ترتیب در فضاها $R^{m \times n}$ و $R^{s \times r}$ باشند، آن گاه ضرب کرونکر آنها به صورت زیر تعریف می شود [۱۹]:

$$K = C \otimes D = [c_{ij} D] \in R^{ms \times nr}, \quad (1)$$

که $\otimes$ ضرب کرونگر و c_{ij} درایه‌های ماتریس C است.

ضرب کرونگر دارای خواص زیر است [۱۹]:

$$(\alpha C) \otimes D = C \otimes (\alpha D) = \alpha(C \otimes D),$$

$$\lambda_{ij}^{C \otimes D} = \lambda_i^C \lambda_j^D,$$

$$(C \otimes D)^T = C^T \otimes D^T,$$

$$(C \otimes D)^{-1} = C^{-1} \otimes D^{-1},$$

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD) \in R^{pq \times nr}, \quad (2)$$

که λ_i^C و λ_j^D و $\lambda_{ij}^{(C \otimes D)}$ به ترتیب مقادیر ویژه ماتریس‌های C ، D و کرونکر آن‌ها به‌ازای $i = 0, 1, \dots, (m = n)$ و $j = 0, 1, \dots, (s = r)$ هستند.

۲-۳- بیان مسئله

یک سیستم چندعاملی با یک عامل رهبر و تعداد $|N|$ عامل پیرو را در نظر بگیرید. دینامیک عامل پیرو i ام با معادله زیر بیان می‌شود:

$$\dot{x}_i = u_i, \quad (3)$$

که $x_i \in R^n$ متغیر حالت و $u_i \in R^n$ ورودی کنترلی است. همچنین، عامل، $x_0 \in R^n$ ثابت و x_0 است.

هدف، پیدا کردن یک قانون کنترلی کاملاً توزیعی با مخابرات
 رخداد-تحریک است؛ به گونه‌ای که $x_j \rightarrow x_0, \forall i$.

۳- دستاوردهای اصلی

در این بخش یک پروتکل کنترلی رهبر-پیرو به همراه یک مکانیزم تشخیص رخداد و زمان مناسب تحریک برای سیستم چندعاملی بیان شده در (۳)، پیشنهاد شده است؛ عوامل پیرو از طریق یک گراف شبکه جهتی با یکدیگر ارتباط دارند و تنها تعداد محدودی از عوامل مستقیماً به رهبر دسترسی دارند. در ادامه، تعاریف و اصول مورد استفاده بیان شده‌اند.

تعریف ۲: خطای اندازه‌گیری به صورت اختلاف آخرین مقدار نمونه‌گیری شده با مقدار واقعی متغیرهای حالت متناظر آن‌ها، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$e_i(t) = x_i(t_k^i) - x_i(t). \quad (9)$$

تعریف ۳: خطای ترکیبی محلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s_i(t) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}(e_j(t) - e_i(t)) - g_i(e_i(t)) = \hat{z}_i(t) - z_i(t). \quad (10)$$

تعریف ۴: خطای ردیابی عامل رهبر توسط عوامل پیرو به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\zeta_i(t) = x_0 - x_i(t). \quad (11)$$

اصل ۱ [۱۲]: اگر در گراف NG عامل رهبر به صورت فراگیر در دسترس^۸ باشد؛ به عبارتی، زیرگراف جهتی SG دارای یک درخت اسپین شده باشد که ریشه در گره r دارد و این ریشه به رهبر سنجاقت شده باشد، آن‌گاه قرینه ماتریس $L+G$ پایدار هورویتز^۹ است و یک ماتریس قطری مثبت معین $W = \text{diag}\{w_1, \dots, w_{|N|}\}$ به گونه‌ای وجود دارد که رابطه زیر برقرار است:

$$H = W^{-1}(L+G) + (L+G)^T W^{-1} > 0. \quad (12)$$

اصل ۲ [۲۰]: اگر ماتریس P مثبت معین^{۱۰} باشد، رابطه زیر همواره برقرار است:

$$\lambda_{\min}(P)x^T x \leq x^T P x \leq \lambda_{\max}(P)x^T x, \quad (13)$$

که $\lambda_{\min}(P)$ و $\lambda_{\max}(P)$ به ترتیب کمینه و بیشینه مقادیر ویژه ماتریس P هستند.

تبصره ۱: از آنجایی که خطای ردیابی یک بردار عمومی است، اندازه‌گیری آن به صورت محلی امکان پذیر نیست؛ بنابراین، خطای اندازه‌گیری براساس متغیر حالت محلی تعریف شده است.

قضیه: فرض کنید عوامل پیرو در سیستم چندعاملی بیان شده در (۳)، از طریق گراف جهتی SG با یکدیگر ارتباط دارند و حداقل یکی از این عوامل مستقیماً به رهبر دسترسی دارد. با فرض این که عامل رهبر به صورت فراگیر (سراسری) در دسترس باشد (اصل ۱ برقرار باشد)، اگر عمل نمونه‌گیری از متغیر حالت در هر عامل و ارسال آن به شبکه مخابراتی، در زمان‌های رخداد تعریف شده در (۱۴) صورت پذیرد، آن‌گاه سیستم بیان شده در (۳)، تحت قانون کنترلی (۶) با $K = \alpha I_n, \alpha > 0$ به ویژگی بیان شده در (۷) دست می‌یابد. علاوه بر این، سیستم حلقه بسته از خود رفتار زانو نشان نمی‌دهد.

$$t_k^i = \inf_t \{t \geq t_{(k-1)}^i : \|e_i\|^2 \geq \frac{1}{\alpha\tau}(\gamma + \beta e^{-\alpha\tau})\}, \quad (14)$$

که در آن $\alpha, \beta, \gamma, \sigma, \tau$ همگی مثبت هستند.

اثبات قضیه: در ابتدا نشان داده شده که نرم خطای ردیابی عوامل پیرو، کران دار است. سپس با استفاده از این موضوع، عدم وجود رفتار زانو در سیستم اثبات شده است. پس از رفع رفتار زانو، دستیابی به ویژگی بیان شده در (۷) نشان داده شده است.

با استفاده از (۶) و (۱۰) دینامیک بیان شده در (۳) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{x}_i = Kz_i + Ks_i. \quad (15)$$

مشتق‌گیری از (۱۱) و استفاده از (۱۵) نتیجه می‌دهد:

$$\dot{\zeta}_i = -Kz_i - Ks_i. \quad (16)$$

با استفاده از ضرب کرونگر و با توجه به خواص آن می‌توان بیان سراسری (۱۶) را به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\zeta} = -(I_N \otimes K)z - (I_N \otimes K)s, \quad (17)$$

که $I_N \in R^{[N] \times [N]}$ ماتریس واحد و $|N|$ تعداد عوامل پیرو است. متغیرهای سراسری z و s به صورت زیر بیان می‌شوند:

$$s = -(M \otimes I_n)e, \quad (18)$$

$$z = (M \otimes I_n)\zeta,$$

که $e = [e_1^T, \dots, e_N^T]^T$ و $\zeta = [\zeta_1^T, \dots, \zeta_N^T]^T$ بردارهای سراسری هستند. $I_n \in R^{n \times n}$ ماتریس واحد، n ابعاد x_i و $M = L + G$ است.

جای‌گذاری (۱۸) در (۱۷) نتیجه می‌دهد:

$$\dot{\zeta} = -(M \otimes K)\zeta + (M \otimes K)e. \quad (19)$$

با فرض این که اصل ۱ برقرار است و ماتریس قطری W وجود دارد، یک تابع لیاپانوف به صورت (۲۰) انتخاب می‌شود.

$$V(\zeta) = \zeta^T (W^{-1} \otimes I_n) \zeta. \quad (20)$$

مشتق‌گیری از این تابع نتیجه می‌دهد:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\zeta) &= \dot{\zeta}^T (W^{-1} \otimes I_n) \zeta + \zeta^T (W^{-1} \otimes I_n) \dot{\zeta} \\ &= -\zeta^T ((M^T W^{-1} \otimes K^T) + (W^{-1} M \otimes K)) \zeta \\ &\quad + e^T (M^T W^{-1} \otimes K^T) \zeta + \zeta^T (W^{-1} M \otimes K) e. \end{aligned} \quad (21)$$

با توجه به این که $K = \alpha I_n, \alpha > 0$ و با استفاده از ماتریس H در اصل ۱ (۲۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V}(\zeta) = -\alpha \zeta^T (H \otimes I_n) \zeta + 2\alpha e^T (M^T W^{-1} \otimes I_n) \zeta. \quad (22)$$

اکنون با استفاده نامساوی [۹] $x^T y \leq \frac{\tau}{2} x^T x + \frac{1}{2\tau} y^T y, \tau > 0$ و (۲۲) می‌توان نوشت:

$$\dot{V}(\zeta) \leq -\alpha \zeta^T (H \otimes I_n) \zeta + \alpha \tau e^T e + \frac{\alpha}{\tau} \zeta^T (P \otimes I_n) \zeta, \quad (23)$$

که $P = W^{-1} M M^T W^{-1}$ است.

اگر عمل نمونه‌گیری از متغیر حالت در هر عامل و ارسال آن به شبکه مخابراتی در زمان‌های رخداد تعریف شده در (۱۴) صورت پذیرد آن‌گاه داریم:

$$\alpha \tau \|e_i\|^2 \leq (\gamma + \beta e^{-\alpha\tau}). \quad (24)$$

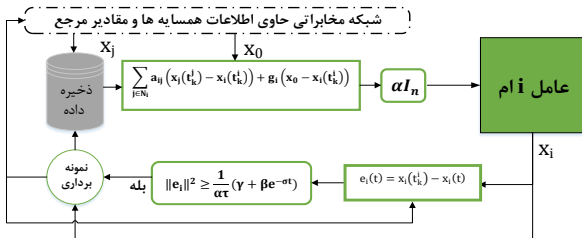
از طرفی رابطه زیر برقرار است:

$$e^T e = \sum_{i=1}^{|N|} \|e_i\|^2. \quad (25)$$

$$\| \dot{e}_i(t) \| \leq \alpha(2d_i + g_i)(\psi_2 + \psi_3) \leq \alpha \eta_{\max}(\psi_2 + \psi_3),$$

$$\frac{d}{dt} \| e_i \| \leq \alpha \eta_{\max}(\psi_2 + \psi_3), \quad (37)$$

که $\eta_{\max} = \max_i (2d_i + g_i)$ و $\psi_3 = \sqrt{\frac{\gamma + \beta}{\alpha \tau}}$ است.



شکل ۲: پروتکل کنترلی پیشنهادی با مخابرات رخداد-تحریک

با انتگرال گیری از طرفین این نامعادله در بازه $[t_1, t_2]$ و با توجه به این که $e_i(t_1^+) = 0$ ، رابطه زیر به دست می آید:

$$\| e_i \| \leq \alpha \eta_{\max}(\psi_2 + \psi_3)(t - t_1)$$

$$\leq \alpha \eta_{\max}(\psi_2 + \psi_3)(t_{k+1}^i - t_k^i), \quad (38)$$

که سمت راست این رابطه مستقل از زمان است؛ لذا برای تمام بازه های زمانی مانند بازه بالا معتبر است. به عبارتی، برای تمام زمان های درون بازه $[t_k^i, t_{k+1}^i]$ برقرار است. بنابراین، برای زمان t_{k+1}^i نیز برقرار است. از طرفی با توجه به تعریف زمان رخداد در (۱۴) می توان نوشت:

$$\| e_i(t_{k+1}^i) \| \geq \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha \tau}}. \quad (39)$$

لذا با استفاده از (۳۴) و (۳۹) می توان نتیجه گرفت که فاصله زمانی میان دو رخداد متوالی دارای کران پایین به صورت زیر است:

$$(t_{k+1}^i - t_k^i) \geq \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha \tau}} / (\alpha \eta_{\max}(\psi_2 + \psi_3)); \quad (40)$$

بنابراین، نامساوی (۸) برقرار است و سیستم از خود رفتار زانو نشان نمی دهد.

حال با توجه به رفتار سیستم در حالت ماندگار، با استفاده از (۳۰) و با کمک اصل ۲ می توان نوشت:

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^N \| \zeta_i \|^2 \right) \leq \frac{|N| \gamma}{\phi_{\min} \lambda_{\min}(W^{-1})} = \Delta \quad (41)$$

بنابراین، سیستم مورد بحث با کنترل کننده پیشنهادی، به ویژگی وعده داده شده در (۷) دست می یابد؛ اثبات قضیه به پایان می رسد.

شکل ۲ نشان دهنده پروتکل کنترلی پیشنهادی با مخابرات کاهش یافته است.

تبصره ۲: طبق (۴۱)، کران بالای خطای ردیابی به تعداد عوامل پیرو و پارامتر γ بستگی دارد؛ لذا، در سیستم های بزرگ با تعداد پیروان زیاد، اگر این پارامتر کوچک انتخاب شود، خطای ردیابی بسیار کم نیز قابل دستیابی است. از طرفی، طبق (۴۰)، کران پایین فاصله زمانی میان دو رخداد متوالی، با γ نسبت مستقیم دارد. بنابراین، با کاهش

بنابراین، جای گذاری (۲۴) و (۲۵) در (۲۳) نتیجه می دهد:

$$\dot{V}(\zeta) \leq -\alpha \zeta^T (H \otimes I_n) \zeta + \frac{\alpha}{\tau} \zeta^T (P \otimes I_n) \zeta$$

$$+ |N| \gamma + |N| \beta e^{-\sigma t}. \quad (26)$$

ضرب کردن طرفین این نامعادله در $\frac{V(\zeta)}{V(\zeta)}$ نتیجه می دهد:

$$\dot{V}(\zeta) \leq -\phi(V(\zeta)) + |N| \gamma + |N| \beta e^{-\sigma t}, \quad (27)$$

$$\text{که } \phi = \alpha \frac{\zeta^T (H \otimes I_n) \zeta}{\zeta^T (W^{-1} \otimes I_n) \zeta} - \frac{\alpha}{\tau} \frac{\zeta^T (P \otimes I_n) \zeta}{\zeta^T (W^{-1} \otimes I_n) \zeta}$$

اکنون با توجه به اصل ۲ و مثبت معین بودن P و H می توان نوشت:

$$\phi_{\min} \leq \phi \leq \phi_{\max},$$

$$\phi_{\min} = \alpha \frac{\lambda_{\min}(H)}{\lambda_{\max}(W^{-1})} - \frac{\alpha}{\tau} \frac{\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(W^{-1})},$$

$$\phi_{\max} = \alpha \frac{\lambda_{\max}(H)}{\lambda_{\min}(W^{-1})} - \frac{\alpha}{\tau} \frac{\lambda_{\min}(P)}{\lambda_{\max}(W^{-1})}. \quad (28)$$

لذا، (۲۷) و (۲۸) نتیجه می دهند:

$$\dot{V}(\zeta) \leq -\phi_{\min} V(\zeta) + |N| \gamma + |N| \beta e^{-\sigma t}. \quad (29)$$

با انتگرال گیری از طرفین رابطه بالا می توان نوشت:

$$V(\zeta) \leq \left(V(\zeta(0)) - \frac{|N| \gamma}{\phi_{\min}} - \frac{|N| \beta}{\phi_{\min} - \sigma} \right) \times e^{-\phi_{\min} t}$$

$$+ \frac{|N| \gamma}{\phi_{\min}} + \frac{|N| \beta}{\phi_{\min} - \sigma} e^{-\sigma t}. \quad (30)$$

اگر $\sigma < \phi_{\min}$ باشد، آن گاه برای تمام زمان ها رابطه زیر برقرار است:

$$V(\zeta) \leq V(\zeta(0)) + \frac{|N| \gamma}{\phi_{\min}} + \frac{|N| \beta}{\phi_{\min} - \sigma} = \psi. \quad (31)$$

با استفاده از اصل ۲ و (۲۰) و (۳۱) می توان نوشت:

$$\lambda_{\min}(W^{-1}) \zeta^T \zeta \leq V(\zeta) \leq \psi, \quad t \geq 0. \quad (32)$$

لذا، ثابت شده است که نرم خطای ردیابی عوامل پیرو، برای تمام زمان ها، به صورت زیر کران دار است:

$$\| \zeta_i(t) \| \leq \| \zeta(t) \| = \sqrt{\zeta^T \zeta} \leq \sqrt{\frac{\psi_1}{\lambda_{\min}(W^{-1})}} = \psi_2. \quad (33)$$

در ادامه نشان داده شده است که سیستم کنترل شده، از خود رفتار زانو نشان نمی دهد.

فرض کنید که t_1 و t_2 دو نقطه صفر حدی خطای اندازه گیری عامل i ام در بازه زمانی $[t_k^i, t_{k+1}^i]$ باشند که $t_k^i \leq t_1 < t_2 < t_{k+1}^i$ ، آن گاه برای تمام زمان های میان این دو زمان $\| e_i(t) \| \geq 0$ است و نامعادله زیر در بازه (t_1, t_2) برقرار است:

$$\frac{d}{dt} \| e_i \| = \frac{d}{dt} \sqrt{e_i^T e_i} = \frac{e_i^T \dot{e}_i}{\| e_i \|} \leq \| \dot{e}_i \|. \quad (34)$$

علاوه بر این، در بازه $[t_1, t_2]$ روابط زیر برقرار است:

$$\dot{e}_i(t) = -\dot{x}_i = \dot{\zeta}_i. \quad (35)$$

لذا، با استفاده از (۴)، (۱۰)، (۱۱)، (۱۶)، (۲۴) و (۳۵) می توان نوشت:

$$\| \dot{e}_i(t) \| \leq \alpha(2d_i + g_i)(\| \zeta_i(t) \| + \| e_i(t) \|). \quad (36)$$

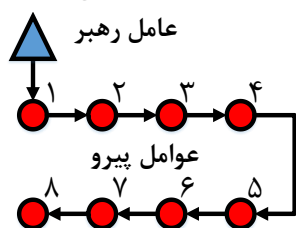
اکنون، با توجه به (۲۴)، (۳۳)، (۳۴) و (۳۶) نامعادلات زیر برقرار است:

در زمان‌های رخداد همسایه‌هایش هم به‌روزرسانی می‌شود. شکل ۸ نشان‌دهنده زمان‌های رخداد محلی مربوط به هر عامل است. تعداد این رخدادها برای عوامل پیرو ۱ تا ۸، به‌ترتیب ۲۰، ۲۳، ۳۶، ۳۳، ۳۶، ۳۷، ۴۳ و ۴۳ است. لذا مشاهده می‌شود که با تعداد محدودی مخابرات میان عامل‌ها هدف کنترلی با دقت مطلوب قابل دست‌یابی است. این یک مزیت بسیار بزرگ نسبت به روش‌های کنترلی نیازمند مخابرات پیوسته به‌شمار می‌آید؛ خصوصاً در کاربردهایی که وجود یک بستر مخابراتی با پهنای باند زیاد محدود است. همچنین با توجه به شکل ۸ و شبیه‌سازی انجام‌شده برای این سیستم نمونه، حداقل فاصله زمانی میان دو رخداد متوالی برای عوامل پیرو ۱ تا ۸، به‌ترتیب ۰/۰۲۰۵۴۵، ۰/۰۲۴۷۴۵، ۰/۰۳۱۶۶۵، ۰/۰۲۵۱۸۸، ۰/۰۲۰۶۴۵، ۰/۰۵۸۲۹۷۵، ۰/۰۵۹۱۳۲۵ و ۰/۰۱۷۷۱ ثانیه است. بنابراین این سیستم رفتار زانو از خود نشان نمی‌دهد و کنترل‌کننده پیشنهادی با مخابرات رخداد-تحریک می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد.

۵- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، یک پروتکل رهبر-پیرو مبتنی بر مخابرات رخداد-تحریک برای کنترل سیستم‌های چندعاملی با دینامیک تک‌انترگرال‌گیر چندمتغیره پیشنهاد شده است. این پروتکل کاملاً توزیعی است؛ از متغیر تصمیم‌گیری محلی و غیرترکیبی برای تعیین زمان رخداد استفاده شده است. پایداری سیستم مورد مطالعه با طرح کنترلی پیشنهادی به اثبات رسیده و نشان داده شده که خطای ردیابی عامل رهبر از جانب عوامل پیرو، کران‌دار است. همچنین نشان داده شده است که سیستم حلقه‌بسته با کنترل‌کننده پیشنهادی، از خود رفتار زانو نشان نمی‌دهد و به یک ویژگی خاص در پیروی عوامل پیرو از عامل رهبر دست می‌یابد. کارایی روش پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی عددی تأیید شده است.

از کارهای آینده در راستای این پژوهش می‌توان به ارائه یک پروتکل کنترلی مشابه برای کنترل رهبر-پیرو سیستم‌های چندعاملی با گراف شبکه متغیر و نیز دارای تأخیر زمانی اشاره کرد.



شکل ۳: گراف شبکه مربوط به سیستم نمونه

جدول ۱: شرایط اولیه متغیرهای عوامل پیرو

عامل	۱	۲	۳	۴
متغیر اول	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷
متغیر دوم	۰/۹۷	۰/۹۸	۱/۰۱	۰/۹۸۵
عامل	۵	۶	۷	۸
متغیر اول	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷
متغیر دوم	۱/۰۰۵	۰/۹۸	۰/۹۷۵	۱/۰۱

مقدار این پارامتر مخابرات میان عامل‌ها با فرکانس بیشتری رخ می‌دهد.

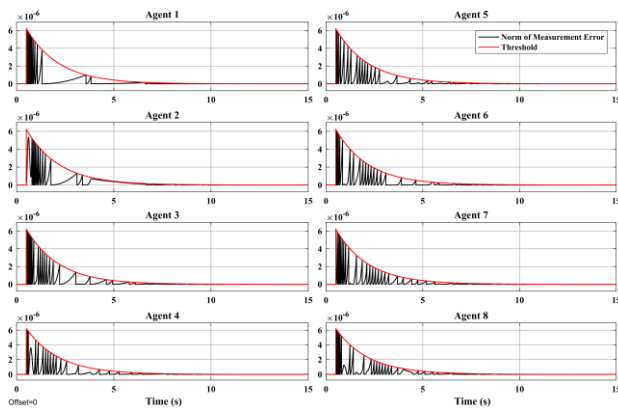
تبصره ۳: برای طراحی پارامترهای کنترلی، ابتدا باید مقادیر مثبت α ، τ و Δ را تعیین کرد. در تعیین این پارامترها باید توجه کرد که پارامتر $\phi_{\min}$ در (۲۸) باید مثبت باشد. سپس با استفاده از (۴۱) مقدار γ به‌دست می‌آید. پارامترهای α و β تعیین‌کننده فرکانس مخابرات میان عامل‌ها در زمان‌های اولیه است. لذا، اگر مقدار σ بزرگ انتخاب شود، باید مقدار β هم بزرگ انتخاب شود، تا مخابرات میان عوامل در زمان‌های اولیه با فرکانس بسیار زیادی صورت نگیرد.

۴- نتایج شبیه‌سازی

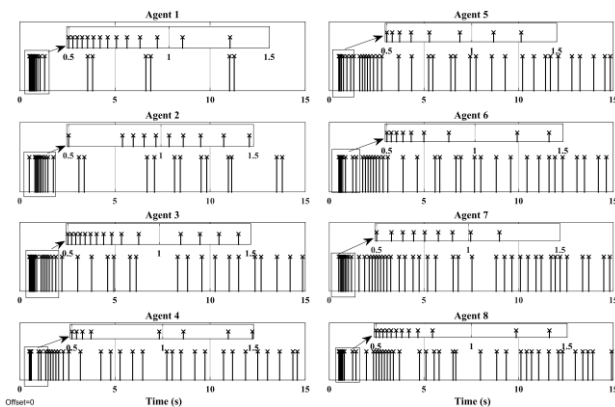
برای نشان‌دادن نتایج به‌دست‌آمده در این پژوهش، یک سیستم چندعاملی با کنترل‌کننده پیشنهادی در نظر گرفته شده است. این سیستم، شامل یک عامل رهبر و ۸ عامل پیرو است که نحوه ارتباط میان آن‌ها در شکل ۳ نشان داده شده است. طبق این شکل تنها عامل اول مستقیماً به رهبر دسترسی دارد و هر عامل تنها از عامل قبل از خود اطلاعات دریافت می‌کند. عوامل دارای دینامیک تک‌انترگرال‌گیر دومتغیره هستند. جدول ۱ شامل شرایط اولیه مربوط به عوامل مختلف است. برای ردیابی مقادیر مربوط به عامل رهبر که برابر واحد هستند، پروتکل کنترلی شکل ۲ استفاده شده است. مقادیر پارامترهای کنترلی این پروتکل در جدول ۲ قرار دارند. ماتریس‌های L و G با استفاده از شکل ۳ و مفاهیم بیان‌شده در بخش مقدمه‌ای بر نظریه گراف به‌دست می‌آیند.

شبیه‌سازی عددی برای این سیستم نمونه، در محیط نرم‌افزار MATLAB/Simulink صورت گرفته است. شکل‌های ۴ تا ۷ نتایج این شبیه‌سازی را نشان می‌دهند. در شکل ۴ نرم خطای پیروی عوامل پیرو ۲، ۵ و ۸ از عامل رهبر نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که نرم این خطا به‌مرور رو به کاهش است و تمام عوامل به مقادیر عامل رهبر دست می‌یابند. شکل ۵ ردیابی عامل رهبر از سوی عامل‌های پیرو ۲، ۵ و ۸ را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که پس از اندک زمانی حتی دورترین عامل (عامل ۸) نیز از رهبر پیروی می‌کند. شکل ۶ نشان‌دهنده ورودی‌های کنترلی اعمالی به عوامل پیرو ۲، ۵ و ۸ تحت قانون کنترلی ارائه‌شده است. همان‌طور که انتظار می‌رفت، ورودی‌های کنترلی به‌صورت تکه‌ای ثابت اعمال می‌شوند؛ با استفاده از آخرین داده‌های ذخیره‌شده در واحد ذخیره داده محاسبه می‌شوند.

شکل ۷ به ارزیابی خطای اندازه‌گیری و تابع آستانه‌ای به‌کاررفته در شرط تحریک می‌پردازد. زمان برخورد این دو منحنی، زمان رخداد محلی را تعیین می‌کند. مشاهده می‌شود که در فواصل زمانی میان دو رخداد متوالی، مقدار نرم این خطا عموماً افزایشی است. اما در برخی از زمان‌ها با وجودی که برخوردی میان دو منحنی صورت نگرفته است، مقدار نرم این خطا کاهش می‌یابد؛ این رفتار بیانگر این موضوع است که، قانون کنترلی هر عامل (شکل ۶)، علاوه بر زمان‌های رخداد محلی،



شکل ۷: ارزیابی خطای اندازه‌گیری و تابع آستانه‌ای در شرط تحریک



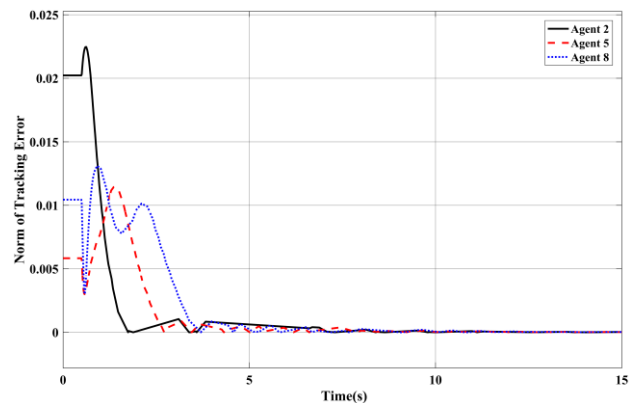
شکل ۸: زمان‌های رخداد محلی مربوط به عوامل پیرو

مراجع

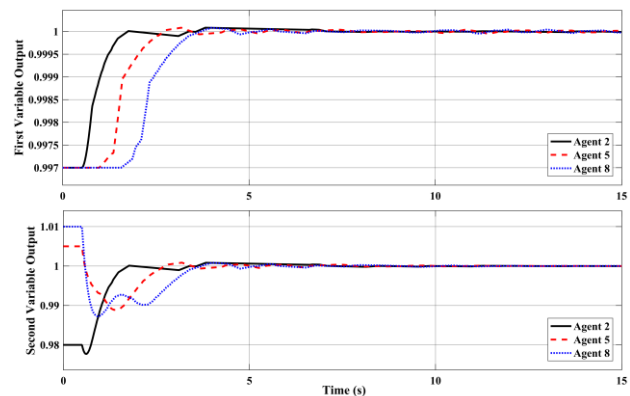
- [1] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 49, no. 9, pp. 1520–1533, 2004.
- [2] W. Ren and R. W. Beard, Distributed consensus in multi-vehicle cooperative control. Springer, 2008.
- [3] Q. Yang, J. A. Barria and T. C. Green, "Communication infrastructures for distributed control of power distribution networks," IEEE Trans. Ind. Informatics, vol. 7, no. 2, pp. 316–327, 2011.
- [4] W. Heemels, K. H. Johansson and P. Tabuada, "An introduction to event-triggered and self-triggered control," in Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on, pp. 3270–3285, 2012.
- [5] P. Tabuada, "Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 52, no. 9, pp. 1680–1685, 2007.
- [6] D. V Dimarogonas, E. Frazzoli and K. H. Johansson, "Distributed event-triggered control for multi-agent systems," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 57, no. 5, pp. 1291–1297, 2012.
- [7] G. S. Seyboth, D. V Dimarogonas and K. H. Johansson, "Event-based broadcasting for multi-agent average consensus," Automatica, vol. 49, no. 1, pp. 245–252, 2013.
- [8] Y. Fan, G. Feng, Y. Wang and C. Song, "Distributed event-triggered control of multi-agent systems with combinatorial measurements," Automatica, vol. 49, no. 2, pp. 671–675, 2013.

جدول ۲: پارامترهای کنترلی پروتکل پیشنهادی

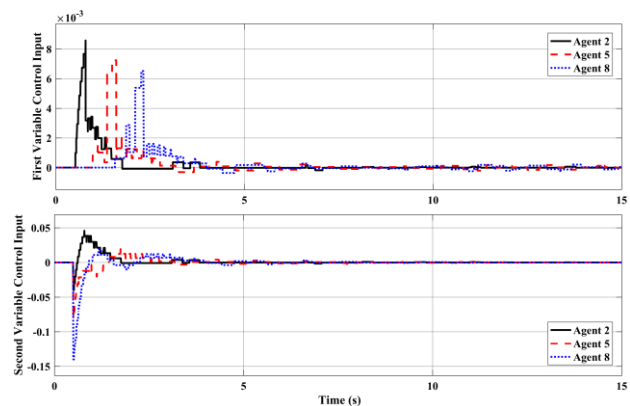
پارامتر	α	β	γ	σ	τ
مقدار	۴	۰/۰۰۱۷	$۳/۳۰۰۲ \times ۱۰^{-۱۰}$	۰/۵۹۶۶	۶۶/۴۰۳۵
پارامتر	Δ		$W = \text{diag} \{w_1, \dots, w_8\}$		
مقدار	$۱/۹۱۲۲ \times ۱۰^{-۱۰}$		$w_1 = ۱/۲۸۶۹$ $w_2, \dots, w_8 = ۱/۸۰۱۷$		



شکل ۴: نرم خطاهای ردیابی عوامل پیرو ۲، ۵ و ۸



شکل ۵: ردیابی عامل رهبر توسط عوامل پیرو ۲، ۵ و ۸



شکل ۶: ورودی‌های کنترلی مربوط به عوامل پیرو ۲، ۵ و ۸

- [15] A. Adaldo *et al.*, "Event-triggered pinning control of switching networks," IEEE Trans. Control Netw. Syst., vol. 2, no. 2, pp. 204–213, 2015.
- [16] Y. Cheng and V. Ugrinovskii, "Event-triggered leader-following tracking control for multivariable multi-agent systems," Automatica, vol. 70, pp. 204–210, 2016.
- [17] S. Mobayen and V. J. Majd, "Robust tracking control method based on composite nonlinear feedback technique for linear systems with time-varying uncertain parameters and disturbances," Nonlinear Dyn., vol. 70, no. 1, pp. 171–180, 2012.
- [۱۸] بدرالزمان حسینی، مهدی سجودی و عباس چترایی، «طراحی مشاهده‌گر مقاوم و کنترل‌گر فیدبک خروجی برای سیستم‌های چندعاملی دارای تأخیر بازه‌ای و متأثر از نامعینی و اغتشاش»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحات ۹۹–۱۲۰، بهار ۱۳۹۵.
- [19] W.H. Steeb and T. K. Shi, Matrix calculus and Kronecker product with applications and C++ programs. World Scientific, 1997.
- [20] H. K. Khalil, Nonlinear Systems. Prentice-Hall, New Jersey, 1996.
- [9] E. Garcia, Y. Cao and D. W. Casbeer, "Decentralized event-triggered consensus with general linear dynamics," Automatica, vol. 50, no. 10, pp. 2633–2640, 2014.
- [۱۰] فرهاد بیات و صالح میب، «ردیابی مقید مبتنی بر کنترل‌کننده پیش‌بین با هزینه محاسباتی کم: رویکرد برنامه‌ریزی پارامتری»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۶، شماره ۴، صفحات ۳۹–۴۷، زمستان ۱۳۹۵.
- [11] Y. Hong, J. Hu and L. Gao, "Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology," Automatica, vol. 42, no. 7, pp. 1177–1182, 2006.
- [12] J. Hu and Y. Hong, "Leader-following coordination of multi-agent systems with coupling time delays," Phys. A Stat. Mech. its Appl., vol. 374, no. 2, pp. 853–863, 2007.
- [13] A. Bidram, F. L. Lewis and A. Davoudi, "Synchronization of nonlinear heterogeneous cooperative systems using input–output feedback linearization," Automatica, vol. 50, no. 10, pp. 2578–2585, 2014.
- [14] W. Zhu and Z.-P. Jiang, "Event-based leader-following consensus of multi-agent systems with input time delay," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 60, no. 5, pp. 1362–1367, 2015.

زیر نویس‌ها

- ^۱ Event-triggered control
- ^۲ Embedded system
- ^۳ Zeno behavior
- ^۴ In-degree
- ^۵ Pinned node
- ^۶ Spanning tree
- ^۷ Kronecker product
- ^۸ Globally reachable
- ^۹ Hurwitz stable
- ^{۱۰} Positive definite