

حسگری فشرده تصاویر ابرطیفی با دسته‌بندی طیفی و بازسازی با تنظیم‌کننده تغییرات کلی طیفی - مکانی

هادی شکری^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ محمدحسین کهای^۲، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت ایران- تهران- ایران - hadishokri@alumni.iust.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت ایران- تهران- ایران - kahaei@iust.ac.ir

چکیده: در این مقاله با توجه به همبستگی باندهای طیفی یک تصویر ابرطیفی، ابتدا این باندها را بر اساس ضرایب همبستگی دسته‌بندی می‌کنیم. سپس با استفاده از همبستگی مکانی بین پیکسل‌های یک تصویر ابرطیفی و به‌کارگیری دسته‌بندی مذکور، یک روش حسگری فشرده طیفی- مکانی را با دسته‌بندی طیفی برای تصاویر ابرطیفی پیشنهاد می‌نماییم. برای بازسازی این تصاویر، روش تنظیم‌کننده تغییرات کلی طیفی- مکانی پیشنهاد می‌شود که در آن علاوه بر گرادینان‌های گسسته عمودی و افقی، گرادینان گسسته فرکانسی را نیز به کار می‌گیریم. با دسته‌بندی باندهای طیفی، می‌توان محاسبات بازسازی باندهای طیفی دسته‌ها را به صورت موازی انجام داد که منجر به افزایش سرعت بازسازی می‌شود. همچنین در صورت حسگری فشرده طیفی- مکانی بدون دسته‌بندی و انجام بازسازی، روش پیشنهادی در مقایسه با روش‌های نرم‌یک و تنظیم‌کننده تغییرات کلی مکانی باعث بهبود کیفیت بازسازی تصاویر از لحاظ PSNR می‌شود. با استفاده از شبیه‌سازی‌های کامپیوتری روی تصاویر ابرطیفی واقعی، نتایج فوق تأیید می‌شود.

واژه‌های کلیدی: حسگری فشرده طیفی- مکانی، تصاویر ابرطیفی، دسته‌بندی، تنظیم‌کننده تغییرات کلی.

Spectral-Spatial Compressive Sensing of Hyperspectral Images with Spectral Clustering and Reconstruction via Spectral-Spatial Total Variation Regularization

H. Shokri¹, MSc student; M. H. Kahaei², Associate Professor

1- School of Electrical Engineering, IUST, Tehran, Iran, hadishokri@alumni.iust.ac.ir

2- School of Electrical Engineering, IUST, Tehran, Iran, kahaei@iust.ac.ir

Abstract: In this paper, considering the correlation of spectral bands of a hyperspectral image, first we cluster these bands based on correlation coefficients. Then, using spatial correlation among the pixels of a hyperspectral image and the mentioned clustering, we propose a spectral-spatial compressed sensing for hyperspectral images. For reconstruction of these images, we propose a spectral-spatial total variation regularization in which in addition to the vertical and horizontal discrete gradients, we incorporate the frequency discrete gradient as well. Using the mentioned clustering, reconstruction computations of spectral bands of clusters can be performed in parallel leading to a higher reconstruction speed. Also, in the case of spectral-spatial compressed sensing without clustering and performing reconstruction, the proposed method in comparison to the norm based and spatial total variation regularization methods improves the reconstruct quality in terms of PSNR. Computer simulations on actual hyperspectral images confirm the above results.

Keywords: Spectral-spatial compressive sensing, hyperspectral images, clustering, total variation regularization.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۱۷

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۰۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۰/۱۲

نام نویسنده مسئول: محمدحسین کهای

نشانی نویسنده مسئول: ایران - تهران - نارمک - خیابان فرجام - دانشگاه علم و صنعت ایران - دانشکده مهندسی برق.

۱- مقدمه

تصاویر به دست آمده از سامانه‌های سنجش از دور^۱، تعمیم یافته تصاویر تک‌رنگ یا رنگی هستند که دارای صدها باند طیفی مختلف هستند [۱]. به همین دلیل، این تصاویر را ابرطیفی^۲ می‌نامند. در واقع، یک تصویر ابرطیفی، مجموعه‌ای از صدها تصویر از یک ناحیه سطح زمین است که به صورت هم‌زمان در باندهای طیفی مجاور و باریک توسط حسگرهای موجود در فضا دریافت شده‌اند. تصاویر ابرطیفی حاصل نمونه‌برداری طیف‌سنج‌های گران‌قیمت از نور منعکس شده از یک ناحیه دوبعدی هستند. بنابراین تصاویر ابرطیفی به صورت یک مکعب با دو بعد مکانی و یک بعد طیفی هستند [۲].

وجود صدها باند طیفی در یک تصویر ابرطیفی، اطلاعات زیادی در اختیار قرار می‌دهد [۲]. به عنوان نمونه، با مقایسه اثرات طیفی مواد خالص با اثرات طیفی پیکسل‌ها می‌توان مواد تشکیل دهنده پیکسل‌ها را مشخص نمود [۱]. اگرچه، این اطلاعات طیفی غنی موجب بهبود عملکرد روش‌های تحلیل تصویر مانند گروه‌بندی و آشکارسازی هدف می‌شوند، شرایط آماری نامطلوب، پیچیدگی محاسباتی و بالا بردن ابعاد را نیز در پی دارند. همچنین، این اطلاعات موجب افزایش هزینه‌های ارسال اطلاعات از ماهواره به زمین نیز می‌شوند. بنابراین، کاهش ابعاد و یا فشرده‌سازی این اطلاعات در فرستنده امری ضروری خواهد بود. از جمله روش‌های کاهش ابعاد مرسوم می‌توان به تحلیل مؤلفه‌های اصلی^۳ (PCA) و تبدیل موجک گسسته^۴ (DWT) اشاره کرد [۳].

روش‌های PCA و DWT روش‌های وابسته به اطلاعات هستند، یعنی جهت اجرای این تبدیل‌ها بر روی تصویر، باید کل تصویر را به صورت دیجیتالی در یک حافظه ذخیره‌سازی نمود و سپس تبدیل‌های مذکور را بر روی تصویر اجرا نمود و با تغییر تصویر، پایه‌های این تبدیل‌ها نیز تغییر می‌کنند. اجرای این تبدیل‌ها در فرستنده موجب پیچیدگی و سنگین شدن ماهواره می‌شود [۳]. امروزه، حسگری فشرده^۵ به عنوان یک جایگزین مناسب برای چنین سامانه‌های حسگری سنتی مبتنی بر تبدیل مطرح شده است. حسگری فشرده در حقیقت یک چارچوب جدید جهت نمونه‌برداری و فشرده‌سازی به صورت هم‌زمان معرفی می‌نماید. البته شرط لازم جهت بازسازی دقیق سیگنال اصلی از روی سیگنال فشرده، تنگی^۶ یا فشرده‌پذیری سیگنال است و چون تصاویر در حوزه ویولت تنگ هستند، می‌توان از حسگری فشرده به صورت مؤثری استفاده نمود [۴]. جهت فشرده‌سازی تصویر با استفاده از تبدیل PCA باید کل تصویر به صورت دیجیتالی در دسترس باشد. اما امروزه با ظهور دوربین تک‌پیکسلی و استفاده از نظریه حسگری فشرده این مشکل حل شده است. حسگری فشرده در حقیقت نمونه‌برداری با نرخ کمتر از نرخ نایکوئیست است که به صورت هم‌زمان نمونه‌برداری و فشرده‌سازی را انجام می‌دهد [۵]. از سایر کاربردهای حسگری فشرده می‌توان به جهت‌یابی چند گوینده اشاره کرد [۶].

با توجه به ساختار تصاویر ابرطیفی، سه نوع روش حسگری فشرده را می‌توان جهت فشرده‌سازی این تصاویر به کار برد. روش اول حسگری فشرده طیفی نام دارد که باندهای مختلف هر پیکسل را با یکدیگر ترکیب می‌نماید [۳]. روش دوم حسگری فشرده مکانی است که پیکسل‌های هر باند طیفی را با یکدیگر ترکیب می‌نماید [۱]. آخرین روش نیز حسگری فشرده طیفی-مکانی نام دارد که تمامی پیکسل‌ها و باندهای یک تصویر ابرطیفی را با یکدیگر ترکیب می‌نماید که به علت ساختار سه‌بعدی آن، بهترین روش فشرده‌سازی این تصاویر محسوب می‌شود اما به علت بالا بودن ابعاد ماتریس اندازه‌گیری سرعت اجرای بازسازی کاهش می‌یابد [۲]. از طرفی، با توجه به وجود همبستگی طیفی بین باندهای یک تصویر ابرطیفی می‌توان آن‌ها را دسته‌بندی نمود، به طوری که باندهای قرار گرفته در هر دسته، همبستگی بالایی با یکدیگر داشته باشند [۴]. بنابراین، ما در این مقاله روش حسگری فشرده طیفی-مکانی به همراه دسته‌بندی را جهت فشرده‌سازی تصاویر ابرطیفی پیشنهاد می‌نماییم که به علت ایجاد قابلیت پردازش موازی دسته‌ها، موجب افزایش سرعت اجرای بازسازی خواهد شد.

در حالی که فرایند فشرده‌سازی یک فرایند خطی است، بازسازی سیگنال اصلی از روی مشاهدات یک فرایند غیرخطی است. یکی از این روش‌ها، روش نرم‌یک است که با استفاده از تنگ بودن سیگنال در یک حوزه، پاسخ مسئله را به دست می‌آورد [۷]. در مسائل بازسازی تصویر، تنظیم‌کننده تغییرات کلی^۷ (TV) به علت بهتر حفظ کردن لبه‌ها و کناره‌های تصویر نسبت به روش نرم‌یک به صورت مؤثرتری عمل می‌کند [۱]. روش TV در مسائل بازسازی تصاویر ابرطیفی نیز با موفقیت مورد استفاده قرار گرفته است [۸]. روش TV مورد استفاده در [۱] تنظیم‌کننده TV مکانی است که به علت تغییرات کم مکانی تصاویر ابرطیفی مورد استفاده قرار گرفته است. از طرفی، طیف تصاویر ابرطیفی، تابعی تکه‌ای هموار بر حسب طول موج است و گرادیان آن تنگ خواهد بود. بنابراین، با توجه به هموار بودن طیفی تصاویر ابرطیفی و تغییرات کم مکانی این تصاویر، ما در این مقاله تنظیم‌کننده TV طیفی-مکانی را پیشنهاد می‌نماییم.

سازمان‌دهی ادامه این مقاله به شرح زیر است: در بخش دوم اصول سنجش از دور و در بخش سوم اصول حسگری فشرده را به صورت مختصر بیان می‌کنیم. در بخش چهارم روش حسگری فشرده طیفی-مکانی با دسته‌بندی پیشنهادی را مطرح می‌کنیم. در بخش پنجم روش TV طیفی-مکانی پیشنهادی را معرفی می‌نماییم. بخش ششم به نتایج آزمایش‌ها و بخش آخر نیز به نتیجه‌گیری اختصاص دارند.

۲- مقدمه‌ای بر سنجش از دور

سنجش از دور علم جمع‌آوری اطلاعات از سطح زمین بدون تماس فیزیکی مستقیم با آن است. سامانه‌های سنجش از دور، انرژی الکترومغناطیسی بازتابیده از سطح زمین را دریافت می‌نمایند. مقداری از نور خورشید، پس از برخورد با سطح زمین منعکس شده و توسط

تنک x نامیده می‌شود و بردار x را k -تنک می‌نامند. به‌طور مشابه، در صورتی که ضرایب بردار θ را بر اساس اندازه مرتب نماییم، نمایش فشرده‌پذیر به معنای کاهش سریع اندازه ضرایب به‌صورت نمایی است، یعنی $|\theta(i)| < Ci^{-1/p}$ برای یک $C < \infty$ و $p \leq 1$ که تابع قدر مطلق و $\theta(i)$ مولفه i ام بردار θ است. در این مورد بردار θ را s -فشرده‌پذیر در Ψ می‌نامیم که $s = \frac{1}{p} - \frac{1}{2}$. چنین بردارهایی را می‌توان با استفاده از کدینگ تبدیل فشرده نمود، به این صورت که k ضریب بزرگ را نگه داشته و بقیه ضرایب را صفر می‌کنیم و بردار حاصل را با روش‌های کدینگ تبدیلی است که از تنک یا فشرده‌پذیر بودن سیگنال استفاده می‌کنند مانند JPEG، JPEG2000، MPEG و MP3 [۱۲].

جهت استفاده از روش‌های فشرده‌سازی مبتنی بر کدینگ تبدیل مانند JPEG باید کل تصویر به‌صورت دیجیتال در یک حافظه ذخیره و سپس فشرده‌سازی انجام شود. در سامانه‌هایی مانند سنسور از دور که در آن‌ها محدودیت حافظه وجود دارد، چنین روش‌هایی هزینه محاسباتی و حافظه زیادی نیاز دارند که به‌عنوان یک مشکل اساسی برای فشرده‌سازی به شمار می‌آید [۱۳].

نظریه حسگری فشرده این مشکل را برطرف نموده است. به این صورت که عمل نمونه‌برداری و فشرده‌سازی به‌صورت هم‌زمان انجام می‌شوند و جهت انجام فشرده‌سازی نیازی به ذخیره‌سازی تصویر به‌صورت دیجیتال وجود ندارد.

فرآیند حسگری فشرده از لحاظ ریاضیاتی به‌صورت ضرب نقطه‌ای سطرهای ماتریس اندازه‌گیری $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ($m < n$) در سیگنال اصلی $x \in \mathbb{R}^n$ تعریف می‌شود [۷]، یعنی داریم:

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \theta = A \theta \quad (1)$$

که $\theta \in \mathbb{R}^n$ بردار مشاهدات، $\Psi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ماتریس پایه تنک، $\theta \in \mathbb{R}^n$ بردار k -تنک و $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ماتریس حسگری است. در صورتی که خطای ناشی از اندازه‌گیری و مدل‌سازی سامانه نیز اضافه شود، خواهیم داشت:

$$y = \Phi x + e = \Phi \Psi \theta + e = A \theta + e \quad (2)$$

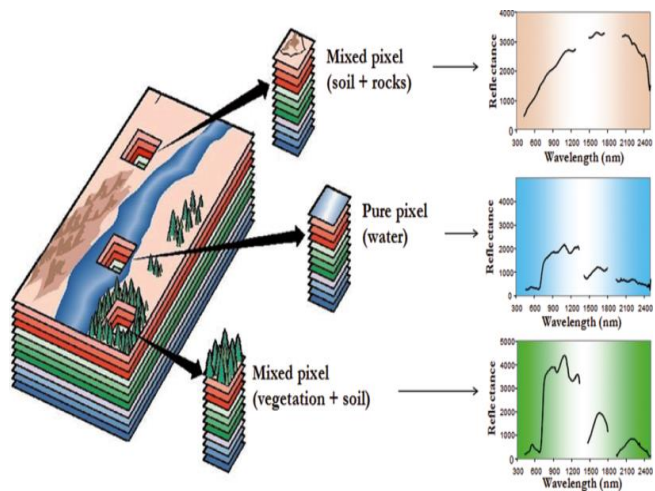
که $y \in \mathbb{R}^m$ بردار مشاهدات نویزی است و $e \in \mathbb{R}^m$ به‌صورت نویز گاوسی سفید با متوسط صفر و واریانس σ^2 مدل می‌شود. مسئله بازسازی سیگنال x از مشاهدات نویزی y یک مسئله فرموله‌شده است و دارای بی‌نهایت پاسخ است. بنابراین، جهت به‌دست آوردن پاسخ یکتای مسئله فوق، باید از یک تنظیم‌کننده استفاده نمود که در اکثر مقالات حسگری فشرده از تنظیم‌کننده نرم‌یک استفاده می‌شود [۱].

جهت بازسازی تصویر اصلی از روی مشاهدات نویزی مسئله بهینه‌سازی زیر باید حل شود:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \|\theta\|_1 \quad s.t. \quad \|\Phi \Psi \theta - y\|_2 \leq \epsilon \quad (3)$$

حسگرهای ماهواره جذب می‌شود [۹]. نور سفید دریافتی توسط ماهواره با عبور از یک منشور به طیف خود تجزیه می‌شود. این طیف، در حقیقت میزان بازتاب هر پیکسل را در طول موج‌های مختلف نشان می‌دهد [۱۰]. به‌عنوان نمونه، طیف‌سنج ناسا ضرایب انعکاس را در طول موج‌های ۰.۴ تا ۲/۴ میکرومتر با وضوح ۱۰ نانومتر در ۲۲۴ باند طیفی ثبت می‌کند [۳]. در حقیقت، هر پیکسل برداری به طول p خواهد بود که p نشان‌دهنده تعداد باندهای طیفی است. به‌عنوان مثال در مورد طیف‌سنج ناسا، p برابر ۲۲۴ خواهد بود.

با فرض اینکه هر پیکسل یک تصویر ابرطیفی از تعداد اندکی ماده تشکیل شده باشد، تغییرات مکانی کم یک فرض منطقی و قابل قبول برای این تصاویر است. از طرفی، همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، مشاهده می‌شود که میزان انعکاس پیکسل‌های مختلف بر حسب طول موج به‌صورت تابعی تکه‌ای هموار است، پس تغییرات طیفی پیکسل‌ها نیز کم خواهد بود. در شکل ۱ انعکاس سه پیکسل مختلف شامل یک پیکسل خالص برای آب، یک پیکسل مرکب از سنگ و خاک و پیکسل سوم مرکب از خاک و پوشش گیاهی بر حسب طول موج نمایش داده شده است. طول موج‌هایی که در آن‌ها ضریب انعکاس صفر است، طول موج‌هایی هستند که نور انعکاسی در آن‌ها توسط آب جذب شده است.



شکل ۱: نمایش شماتیک یک تصویر ابرطیفی به‌همراه اثرات طیفی سه پیکسل آن [۱۱].

۳- مقدمه‌ای بر اصول حسگری فشرده

در سال‌های اخیر، حسگری فشرده به‌عنوان یک چارچوب جدید نمونه‌برداری توجه زیادی را به خود جلب نموده است. مدل باند محدود در قضیه نمونه‌برداری نایکوئیست کلاسیک با مدل تنک در حسگری فشرده جایگزین شده است [۲]. فرض کنید $x \in \mathbb{R}^n$ سیگنال مطلوب باشد و $\Psi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ یک ماتریس پایه اورتونرمال باشد، یعنی $\Psi^T \Psi = I$ که I ماتریس واحد یا همانی و Ψ^T ترانزپوز ماتریس Ψ است. اگر $\theta = \Psi^T x$ تنها دارای $k \ll n$ ضریب مخالف صفر باشد، $\theta \in \mathbb{R}^n$ نمایش

می‌شود. یک فرم جایگزین ساده برای این نوع دسته‌بندی، دسته‌بندی یکنواخت است که تعداد یکسانی باند طیفی در هر دسته قرار می‌گیرد. در صورتی که تصویر ابرطیفی در دسترس باشد، می‌توان همبستگی بین باندها را محاسبه نمود و باندهای طیفی را به صورت غیریکنواخت دسته‌بندی کرد، اما در صورتی که تصویر ابرطیفی به صورت صریح در دسترس نباشد، باندهای طیفی را به صورت یکنواخت دسته‌بندی می‌نماییم [۴]. ما در این مقاله با استفاده از همبستگی‌های طیفی و مکانی موجود در تصاویر ابرطیفی و همچنین قابلیت دسته‌بندی باندهای طیفی این تصاویر، یک روش حسگری فشرده جدید به نام حسگری فشرده طیفی-مکانی به همراه دسته‌بندی طیفی پیشنهاد می‌کنیم.

تصویر ابرطیفی $X = [x_1, x_2, \dots, x_p] \in \mathbb{R}^{n \times p}$ که دارای n پیکسل و p باند طیفی است را در نظر بگیرید. ستون‌های این ماتریس نمایانگر یک تصویر دوبعدی در باندهای طیفی مختلف است. در صورتی که ستون‌های این ماتریس را زیر هم قرار دهیم، یعنی: $x = \text{vec}(X) \in \mathbb{R}^N$ که $N = n \times p$ است، به فرم برداری تصویر ابرطیفی دست خواهیم یافت. p باند طیفی این تصویر را به l دسته به صورت یکنواخت تقسیم می‌نماییم. در این صورت تعداد باندهای طیفی قرار گرفته در هر دسته برابر است با:

$$p_i = \frac{p}{l}, \quad \text{for } i = 1, \dots, l \quad (4)$$

که $p_1 = p_2 = \dots = p_l = \bar{p}$ و \bar{p} تعداد باندهای طیفی هر دسته است. جهت انجام حسگری فشرده طیفی-مکانی یک تصویر ابرطیفی به همراه دسته‌بندی باندهای طیفی، از ماتریس اندازه‌گیری زیر استفاده می‌نماییم:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 0 \\ 0 & \dots & 0 & A_l \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{M \times N} \quad (5)$$

که $A_i \in \mathbb{R}^{M_i \times N_i}$ ($M_i \ll N_i$) ماتریس اندازه‌گیری دسته i ام، N تعداد مولفه‌های بردار x و M تعداد کل اندازه‌گیری‌ها است. همچنین M_i تعداد اندازه‌گیری‌های دسته i ام است که با سایر دسته‌ها برابر است، یعنی:

$$M_1 = M_2 = \dots = M_l = \bar{M} \quad (6)$$

پس خواهیم داشت: $M = l \times \bar{M}$. از طرفی داریم:

$$N_i = n \times p_i = n \times \bar{p} = \bar{N}, \quad \text{for } i = 1, \dots, l \quad (7)$$

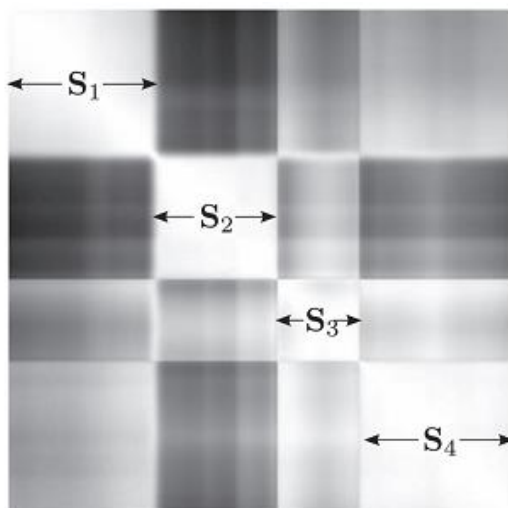
که N_i تعداد مولفه‌های دسته i ام است. در نتیجه ماتریس اندازه‌گیری برای هر دسته دارای ابعاد $\bar{M} \times \bar{N}$ خواهد شد که $\bar{M} \ll \bar{N}$ است.

هر یک از ستون‌های ماتریس X بیانگر یک تصویر دوبعدی در باندهای طیفی مختلف می‌باشند که با روش یکنواخت به l دسته قابل تقسیم‌بندی هستند:

که $\|\theta\|_1 = \sum_{i=1}^n |\theta_i|$ ، $\|x\|_2 = (\sum_{i=1}^n x^2(i))^{1/2}$ نرم دو یا نرم اقلیدسی و $\epsilon = \|\theta\|_2$ پارامتر مربوط به توان نویز است. پس از حل مسئله بهینه‌سازی فوق و یافتن $\hat{\theta}$ می‌توان \hat{x} را از رابطه $\hat{x} = \Psi \hat{\theta}$ یافت. روش فوق، حداقل‌سازی نرم یک یا پیگیری پایه^۹ (BP) نام دارد [۷].

۴- روش پیشنهادی حسگری فشرده طیفی-مکانی تصاویر ابرطیفی با دسته بندی طیفی

حسگرهای ابرطیفی معمولاً از نواحی با مساحت بسیار بالا تصویربرداری می‌کنند، بنابراین هر پیکسل یک تصویر ابرطیفی دارای مساحت بسیار زیادی خواهد بود. همچنین، هر یک از این پیکسل‌ها از تعداد کمی ماده تشکیل شده‌اند، بنابراین همبستگی زیادی بین پیکسل‌های یک تصویر ابرطیفی وجود خواهد داشت که به آن همبستگی مکانی می‌گویند [۱]. از طرفی، تصاویر ابرطیفی میزان نور منعکس شده از نقاط مختلف سطح زمین را در صدها طول‌موج (باند طیفی) باریک و مجاور ثبت می‌کنند. چون میزان انعکاس در باندهای طیفی مجاور اختلاف اندکی با یکدیگر دارند، بنابراین میان باندهای طیفی نیز همبستگی بالایی وجود دارد که به آن همبستگی طیفی می‌گویند [۲]. به‌عنوان مثال، شکل ۲ ماتریس ضرایب همبستگی بین باندهای طیفی یک تصویر ابرطیفی با ۱۹۱ باند طیفی را نمایش می‌دهد [۴].



شکل ۲: ماتریس ضریب همبستگی ۱۹۱×۱۹۱ واشنگتن دی‌سی. سفید ±۱ و سیاه ۰ را نمایش می‌دهند [۴].

باندهای قرارگرفته در ناحیه S_1 (یعنی باندهای ۱ تا ۵۵) همبستگی زیادی با یکدیگر دارند و می‌توان آن‌ها را در یک گروه قرار داد. همین مطلب در مورد باندهای قرار گرفته در نواحی S_2 و S_3 و S_4 نیز صادق است. پس می‌توان باندهای طیفی این تصویر ابرطیفی را در ۴ گروه یا دسته قرار داد به طوری که تعداد باندهای هر دسته با یکدیگر متفاوت است. این نحوه دسته‌بندی، دسته‌بندی غیریکنواخت نامیده

جهت بازسازی این تصاویر پیشنهاد می‌نماییم. جهت بازسازی سیگنال اصلی از روی سیگنال فشرده، مسئله بهینه‌سازی زیر باید حل شود:

$$\hat{x} = \arg \min_x \|x\|_{TV} \quad s.t. \quad \|Ax - y\|_2 \leq \epsilon \quad (14)$$

که $x \in \mathbb{R}^N$ سیگنال اصلی، $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ماتریس اندازه‌گیری، $y \in \mathbb{R}^M$ بردار مشاهدات نویزی، $\epsilon = \|e\|_2$ می‌توان نویز، $\|x\|_2 = (\sum_{i=1}^N x_i^2)^{1/2}$ نرم اقلیدسی و $\|x\|_{TV}$ نرم TV است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\|x\|_{TV} = \|D_V x\|_1 + \|D_H x\|_1 + \|D_F x\|_1 \quad (15)$$

که $D_V \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ، $D_H \in \mathbb{R}^{N \times N}$ و $D_F \in \mathbb{R}^{N \times N}$ به ترتیب عملگرهای گرادیان گسسته عمودی، افقی و فرکانسی هستند که به ترتیب تفاضل‌های عمودی، افقی و فرکانسی پیکسل‌های تصویر ابرطیفی را فراهم می‌کنند و $\|a\|_1 = \sum |a_i|$ است. در حقیقت، روش پیشنهادی یک عملگر گرادیان گسسته نسبت به [۱] بیش‌تر دارد که همان جمله آخر رابطه (۱۵) می‌باشد.

با توجه به ساختار بلوکی قطری ماتریس اندازه‌گیری A و دسته‌بندی انجام‌شده، می‌توان مسئله بهینه‌سازی فوق را به l مسئله مشابه با ابعاد پایین‌تر تبدیل نمود که قابل حل به صورت موازی هستند. بنابراین، برای دسته λ_m باید مسئله بهینه‌سازی زیر حل شود:

$$\hat{x}_i = \arg \min_{x_i} \|x_i\|_{TV} \quad s.t. \quad \|A_i x_i - \bar{y}_i\|_2 \leq \bar{\epsilon}_i, \quad (16)$$

for $i = 1, \dots, l$

که $\bar{x}_i \in \mathbb{R}^N$ تصویر ابرطیفی در دسته λ_m ، $A_i \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ماتریس اندازه‌گیری دسته λ_m ، $\bar{y}_i \in \mathbb{R}^M$ بردار مشاهدات نویزی دسته λ_m ، $\bar{\epsilon}_i = \|e_i\|_2$ می‌توان نویز دسته λ_m است که $e_i \in \mathbb{R}^M$ نویز دسته λ_m به صورت زیر از بردار e به دست می‌آید:

$$e = \begin{bmatrix} \bar{e}_1 \\ \vdots \\ \bar{e}_l \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^M \quad (17)$$

از طرفی، نرم TV برای دسته λ_m به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\|\bar{x}_i\|_{TV} = \|\bar{D}_V \bar{x}_i\|_1 + \|\bar{D}_H \bar{x}_i\|_1 + \|\bar{D}_F \bar{x}_i\|_1 \quad (18)$$

که $\bar{D}_V \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ، $\bar{D}_H \in \mathbb{R}^{N \times N}$ و $\bar{D}_F \in \mathbb{R}^{N \times N}$ عملگرهای گرادیان گسسته عمودی، افقی و فرکانسی هستند که به ترتیب تفاضل‌های عمودی، افقی و فرکانسی پیکسل‌های تصویر را در دسته λ_m فراهم می‌کنند و $\|a\|_1 = \sum |a_i|$ است.

روش‌های زیادی جهت حل l مسئله بهینه‌سازی مشابه فوق وجود دارد. روش‌هایی مانند ADMM^{۱۰} و PANCS^{۱۱} کههما در این مقاله از روش PANCS [۱] استفاده می‌نماییم.

$$X = [\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_l] \quad (8)$$

که $X \in \mathbb{R}^{n \times p}$ تصویر ابرطیفی و $\bar{X}_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$ تصویر ابرطیفی در دسته λ_m است. با زیر هم قرار دادن ستون‌های ماتریس \bar{X}_i خواهیم داشت: $\bar{x}_i = \text{vec}(\bar{X}_i) \in \mathbb{R}^N$ که نتیجه می‌دهد:

$$\bar{X} = [\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_l] \quad (9)$$

که $\bar{X} \in \mathbb{R}^{N \times l}$ است. با اعمال ماتریس اندازه‌گیری $A_i \in \mathbb{R}^{M \times N}$ به دسته λ_m داریم:

$$\bar{y}_i = A_i \bar{x}_i, \quad \text{for } i = 1, \dots, l \quad (10)$$

که $\bar{y}_i \in \mathbb{R}^M$ بردار مشاهدات مربوط به دسته λ_m است. بنابراین، خواهیم داشت:

$$\bar{Y} = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_l] \quad (11)$$

که $\bar{Y} \in \mathbb{R}^{M \times l}$ است. با زیر هم قرار دادن ستون‌های این ماتریس خواهیم داشت: $y = \text{vec}(\bar{Y}) \in \mathbb{R}^M$. به بیان دیگر، می‌توان با ضرب ماتریس اندازه‌گیری A در فرم برداری تصویر ابرطیفی یعنی بردار x به بردار مشاهدات y دست یافت. یعنی داریم:

$$y = Ax \quad (12)$$

که $y \in \mathbb{R}^M$ بردار مشاهدات، $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ماتریس اندازه‌گیری، $x \in \mathbb{R}^N$ تصویر ابرطیفی در فرم برداری است. در صورتی که نویز نیز در نظر گرفته شود، خواهیم داشت:

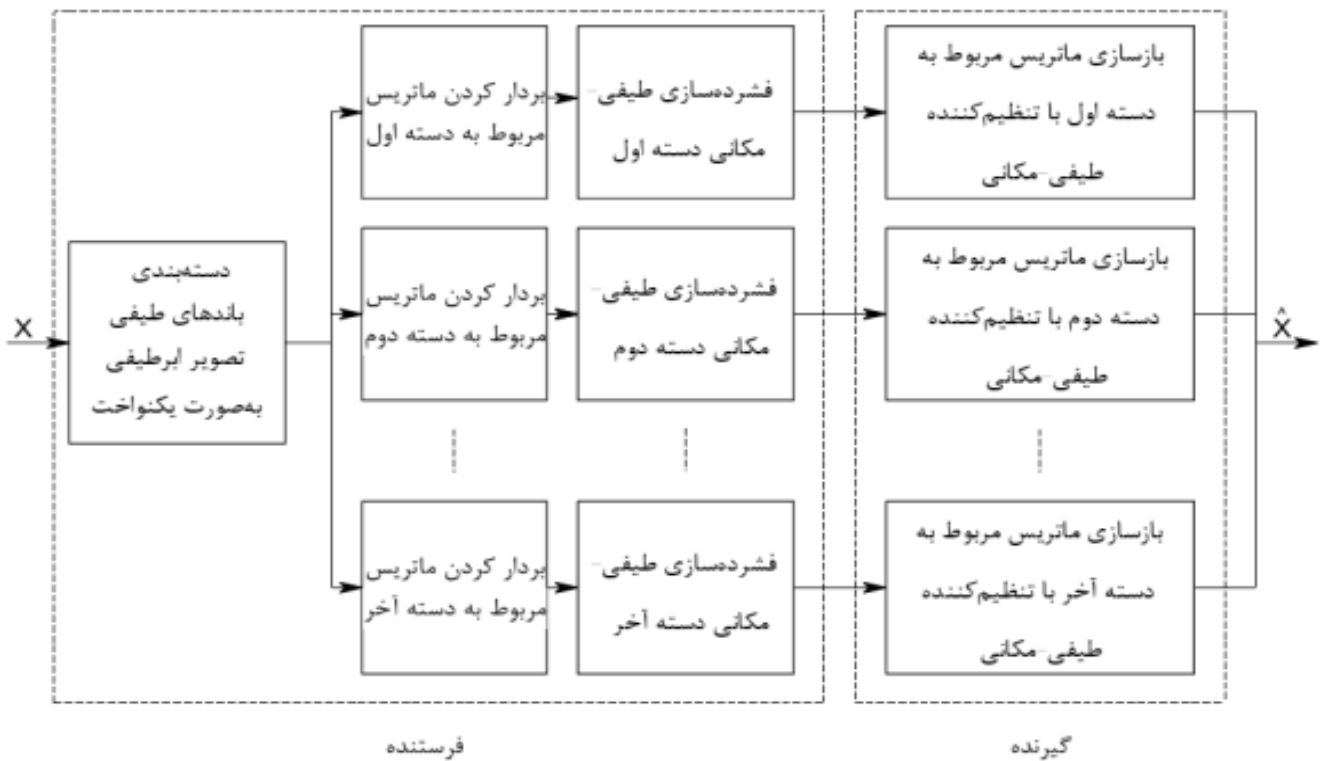
$$y = Ax + e \quad (13)$$

که $y \in \mathbb{R}^M$ بردار مشاهدات نویزی و $e \in \mathbb{R}^M$ بردار نویز گاوسی سفید با واریانس σ^2 است.

همان‌طور که در بخش سوم بیان شد، مسئله بازسازی سیگنال x از مشاهدات نویزی y یک مسئله فرومعین است و دارای بی‌نهایت پاسخ است. بنابراین، جهت به دست آوردن پاسخ یکتای مسئله فوق، باید از یک تنظیم‌کننده استفاده نمود که ما در این مقاله از تنظیم‌کننده تغییرات کلی طیفی-مکانی جهت بازیابی سیگنال اصلی استفاده می‌نماییم.

۵- روش پیشنهادی تنظیم‌کننده تغییرات کلی طیفی-مکانی

با توجه به تغییرات طیفی و مکانی اندک تصاویر ابرطیفی که در بخش دوم بیان شد، ما در این مقاله روش تغییرات کلی طیفی-مکانی را



شکل ۳: بلوک دیاگرام روش پیشنهادی

به صورت نسبت تعداد اندازه گیری ها به طول بردار سیگنال اصلی تعریف می شود [۱]، یعنی:

$$SR = M/N \quad (21)$$

که M تعداد اندازه گیری ها و N طول بردار سیگنال اصلی است. تصویر مورد استفاده در شبیه سازی ها یک تصویر ابرطیفی گرفته شده توسط ماهواره AVIRIS از منطقه سالیانس [۱۱] است. این تصویر دارای ۲۲۴ باند طیفی است که ۲۰ باند آن توسط آب جذب شده است، پس داریم: $p = 204$. ابعاد تصویر مذکور 512×217 است که با زیر نمونه برداری از آن، به یک تصویر با ابعاد 16×16 تبدیل نموده ایم.

بنابراین تصویر ابرطیفی مورد استفاده در شبیه سازی دارای ابعاد $16 \times 16 \times 204$ است. ماتریس اندازه گیری مورد استفاده در شبیه سازی ها، ماتریس تعریف شده در [۱۴] است که به صورت صریح ساخته شده و در حافظه ذخیره شده است. از سایر ماتریس های اندازه گیری یقینی مورد استفاده می توان به مقاله [۱۵] اشاره کرد. هر آزمایش ۷ مرتبه تکرار شده است، از کم ترین و بیش ترین مقدار PSNR صرف نظر شده و بین مقادیر PSNR به دست آمده متوسط گرفته شده است.

۶-۱- مقایسه اندازه مختلف دسته ها

شکل ۴، PSNR نرمالیزه را به ازای ۱۰ مقدار مختلف اندازه دسته برای تصویر ابرطیفی گرفته شده از منطقه سالیانس نمایش می دهد. به عنوان مثال، $l = 17$ به معنی ۱۷ دسته است که هر دسته دارای $p_l = \frac{p}{l} = 12$ باند طیفی و $l = 1$ به معنی عدم اجرای دسته بندی است، به عبارت دیگر

شکل ۳، بلوک دیاگرام روش پیشنهادی را نشان می دهد. همان طور که از شکل ۳ پیداست، در فرستنده، باندهای طیفی تصویر ابرطیفی پس از دسته بندی، با ماتریس های حسگری طیفی-مکانی پیشنهادی فشرده می شوند. سپس، باندهای طیفی هر دسته در گیرنده با استفاده از روش تنظیم کننده TV طیفی-مکانی پیشنهادی، بازسازی می شوند.

۶- نتایج شبیه سازی

در این بخش از مقاله به مقایسه روش پیشنهادی با روش های نرم یک و الگوریتم PANCS می پردازیم. شبیه سازی ها در نرم افزار متلب نسخه ۸.۱ در کامپیوتر خانگی با حافظه ۱۶ گیگابایت و پردازنده ۸ هسته ای به انجام رسیده است. جهت مقایسه روش پیشنهادی با روش های پیشین، از دو معیار ماکزیمم نسبت سیگنال به نویز^{۱۲} (PSNR) و زمان اجرای بازسازی استفاده خواهیم نمود. PSNR مورد استفاده در این مقاله از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{(\max(x))^2}{mse} \quad (19)$$

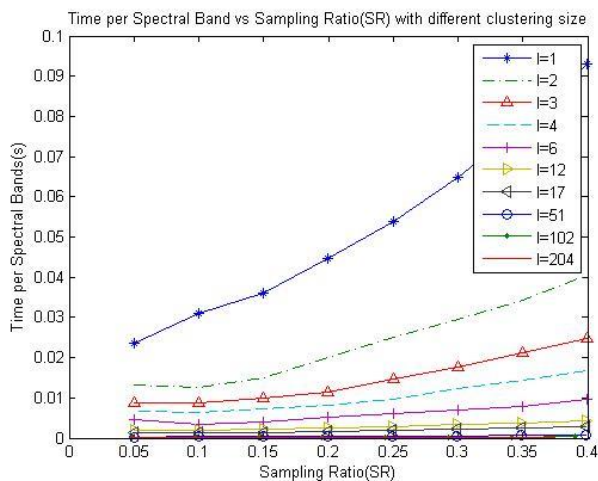
که $\max(x)$ حداکثر اندازه مولفه های بردار x ، mse میانگین مربع خطا^{۱۳} نام دارد [۳] و به صورت زیر تعریف می شود:

$$mse = \frac{\|x - \hat{x}\|^2}{\|x\|^2} \quad (20)$$

که $x \in \mathbb{R}^N$ سیگنال اصلی و $\hat{x} \in \mathbb{R}^N$ سیگنال بازسازی شده و $\|x\|^2$ توان سیگنال یا تصویر است. در این صورت PSNR تعریف شده در رابطه فوق PSNR نرمالیزه نامیده می شود [۳]. نرخ نمونه برداری^{۱۴} نیز

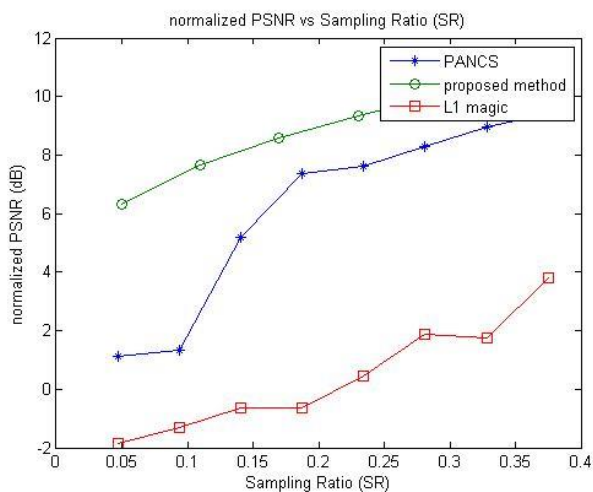
سرعت بازسازی کل تصویر افزایش خواهد یافت که این امر در شکل ۵ مشاهده می‌شود.

با توجه به شکل‌های ۴ و ۵ مشاهده می‌شود اگر هدف، کیفیت تصویر بازسازی شده باشد، $l=1$ مناسب است، چون دارای بیشترین مقدار PSNR است و در صورتی که هدف، بالا بودن سرعت اجرای الگوریتم باشد، $l=p$ مناسب خواهد بود، چون دارای کمترین زمان اجرای بازسازی است. پس ما در مواردی که سرعت اجرای بازسازی حائز اهمیت است، از دسته‌بندی استفاده می‌نماییم.



شکل ۵: زمان اجرای بازسازی یک باند طیفی بر حسب نرخ نمونه‌برداری و به ازای تعداد دسته‌های متفاوت.

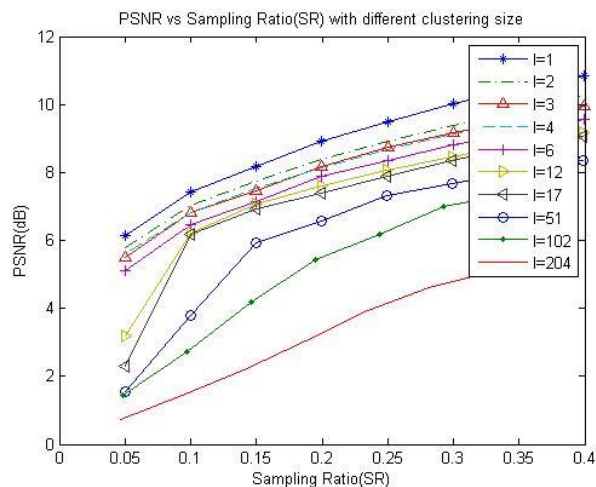
۲-۶- ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی بدون اجرای دسته‌بندی
 شکل ۶ منحنی PSNR نرمالیزه شده را بر حسب نرخ نمونه‌برداری برای روش پیشنهادی بدون اجرای دسته‌بندی، الگوریتم PANCS و روش نرمیک نمایش می‌دهد. همان‌طور که از شکل ۶ پیداست، روش پیشنهادی ۱/۵ تا ۳ دسی‌بل از روش PANCS و ۵ تا ۹ دسی‌بل بالاتر از روش نرمیک است.



شکل ۶: منحنی PSNR نرمالیزه شده بر حسب نرخ نمونه‌برداری برای روش پیشنهادی بدون اجرای دسته‌بندی، الگوریتم PANCS و روش نرمیک.

در این حالت، تمامی باندهای طیفی در یک دسته قرار دارند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بیشترین مقدار PSNR در نرخ‌های نمونه‌برداری مختلف مربوط به $l=1$ است و تعداد دسته‌های بیش‌تر دارای PSNR کم‌تری هستند.

در حقیقت، با انجام دسته‌بندی، تنها همبستگی باندهای طیفی همان دسته در نظر گرفته می‌شود. در حالتی که دسته‌بندی انجام نشود (یعنی $l=1$) یا به عبارت دیگر، تمامی باندها در یک دسته قرار گیرند، همبستگی تمامی باندهای طیفی در نظر گرفته شده و تمامی باندها به صورت هم‌زمان و با یکدیگر بازسازی می‌شوند، پس انتظار می‌رود دارای بیش‌ترین مقدار PSNR باشد که شکل ۴ نیز این موضوع را تصدیق می‌کند.

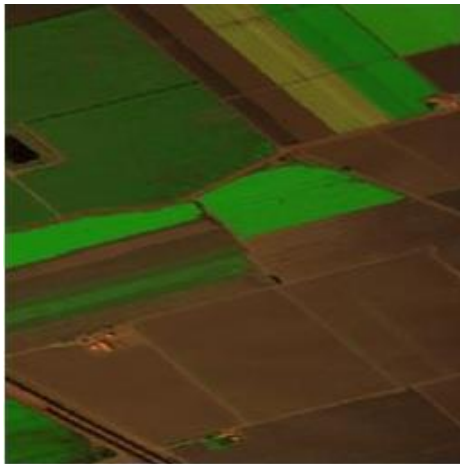


شکل ۴: ماکزیمم نسبت سیگنال به نویز بر حسب نرخ نمونه‌برداری و به‌ازای تعداد دسته‌های متفاوت.

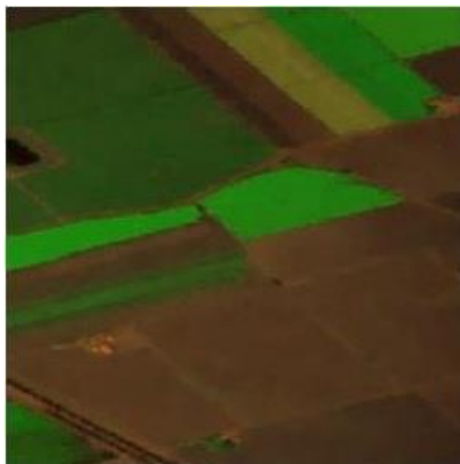
با افزایش l یعنی تعداد دسته‌ها، تعداد باندهای طیفی قرار گرفته در هر دسته (یعنی p_l) کاهش می‌یابد، در نتیجه، تعداد باندهایی که به صورت مستقل از یکدیگر بازسازی می‌شوند افزایش می‌یابد، در نتیجه مقدار PSNR کاهش خواهد یافت. شکل ۴ نشان می‌دهد که با افزایش l مقدار PSNR کاهش می‌یابد. کم‌ترین مقدار مربوط به $l=p=204$ است، یعنی حالتی که تمامی باندهای طیفی به صورت مستقل بازسازی می‌شوند و همبستگی طیفی در نظر گرفته نمی‌شود.

افزایش نرخ نمونه‌برداری که به معنی افزایش تعداد اندازه‌گیری‌های M یا به عبارتی افزایش تعداد معادلات نسبت به مجهولات است، منجر به کاهش میانگین مربع خطا و در نتیجه افزایش PSNR خواهد شد که این امر در شکل ۴ ملاحظه می‌شود.

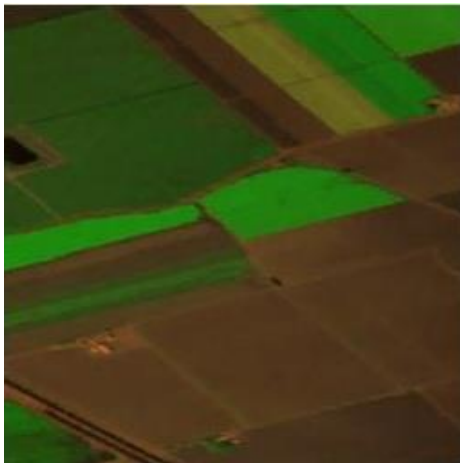
شکل ۵ زمان اجرای بازسازی هر باند طیفی را برای اندازه دسته‌های متفاوت بر حسب نرخ نمونه‌برداری نمایش می‌دهد. همان‌طور که از این شکل پیداست، زمان اجرای بازسازی با افزایش l کاهش می‌یابد. از آنجاکه بازسازی باندهای طیفی قرار گرفته در دسته‌های مختلف، به صورت موازی با یکدیگر انجام می‌شود، با افزایش تعداد دسته‌ها



(الف)



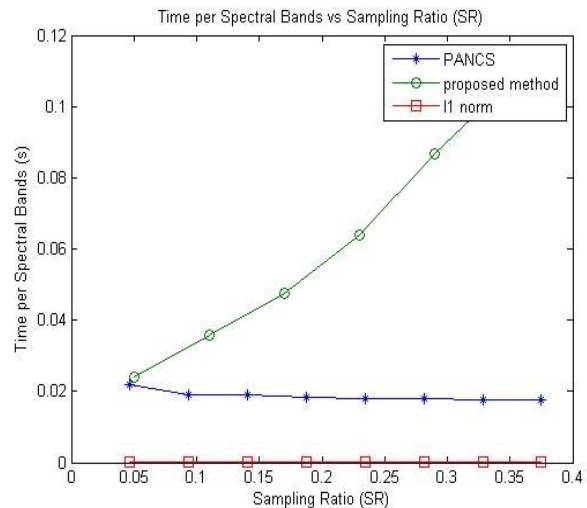
(ب)



(ج)

شکل ۸: مقایسه کیفیت بازسازی روش پیشنهادی بدون اجرای دسته‌بندی با الگوریتم PANCS (الف) شکل اصلی (ب) شکل بازسازی شده با الگوریتم PANCS (ج) شکل بازسازی شده با روش پیشنهادی.

ابعاد ماتریس اندازه‌گیری مورد استفاده در روش پیشنهادی $M \times N$ ، خیلی بزرگ‌تر از ابعاد ماتریس اندازه‌گیری روش PANCS $m \times n$ است، به‌عنوان نمونه، در نرخ نمونه‌برداری ۰/۱ داریم: $M = 52224$ ، $N = 5222$ ، $m = 26$ و $n = 256$. شکل ۷ منحنی زمان اجرای بازسازی یک باند طیفی را برحسب نرخ نمونه‌برداری برای روش پیشنهادی، الگوریتم PANCS و روش نرم‌یک نمایش می‌دهد.



شکل ۷: زمان اجرای بازسازی یک باند طیفی برحسب نرخ نمونه‌برداری برای روش پیشنهادی بدون اجرای دسته‌بندی، الگوریتم PANCS و روش نرم‌یک.

از شکل ۷ مشاهده می‌شود که زمان اجرای بازسازی روش پیشنهادی ۱/۲ تا ۵ برابر الگوریتم PANCS است که با توجه به بالا بودن ابعاد ماتریس اندازه‌گیری روش پیشنهادی قابل توجیه است. بنابراین، افزایش ۳-۱/۵ دسی‌بل در PSNR با افزایش ۵-۱/۲ برابری زمان اجرای بازسازی همراه است.

۳-۶- مقایسه کیفیت بازسازی روش پیشنهادی بدون اجرای دسته‌بندی با الگوریتم PANCS

جهت مقایسه کیفیت تصویر ابرطیفی بازسازی شده روش پیشنهادی و روش PANCS، یک تصویر ابرطیفی گرفته شده از منطقه سالیانس با ابعاد $204 \times 256 \times 256$ در نظر می‌گیریم [۱۱]. نرخ نمونه‌برداری در هر دو روش برابر با ۰/۱ است. در نمایش تصویر RGB باندهای ۲۸، ۵۹ و ۱۲۸ انتخاب شده‌اند.

همان‌طور که از شکل ۸ مشخص است، روش پیشنهادی نسبت به الگوریتم PANCS لبه‌های تصویر را بهتر بازسازی نموده و به تصویر اصلی نزدیک‌تر است. البته زمان اجرای بازسازی روش پیشنهادی ۶۲ ثانیه است که حدود ۳ برابر الگوریتم PANCS (۲۲ ثانیه) است.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش حسگری فشرده طیفی-مکانی به همراه دسته‌بندی جهت فشرده‌سازی تصاویر ابرطیفی پیشنهاد شد. جهت بازسازی تصویر اصلی از روی مشاهدات یک روش تغییرات کلی طیفی-مکانی پیشنهاد گردید. باتوجه به شبیه‌سازی‌های انجام‌شده مشاهده شد که انجام دسته‌بندی موجب افزایش سرعت اجرای بازسازی می‌شود به طوری که افزایش تعداد دسته‌ها مصادف با کاهش زمان اجرای بازسازی و نیز کاهش PSNR خواهد شد. روش پیشنهادی بدون اجرای دسته‌بندی در مقایسه با روش نرم‌یک و الگوریتم PANCS دارای کیفیت بازسازی بالاتری است. استفاده از همبستگی‌های طیفی و مکانی موجب بهبود عملکرد روش پیشنهادی شده است. زمان اجرای بازسازی روش پیشنهادی بدون دسته‌بندی در مقایسه با الگوریتم PANCS ۱/۵ تا ۳ برابر افزایش را نشان می‌دهد. بنابراین اگر هدف افزایش سرعت بازسازی تصویر باشد، می‌توان از دسته‌بندی استفاده نمود که موجب کاهش زمان اجرای بازسازی خواهد شد و طبیعی است که این کاهش زمان اجرای بازسازی همراه با کاهش کیفیت بازسازی خواهد شد.

مراجع

- [5] C. Li, "An efficient algorithm for total variation regularization with applications to the single pixel camera and compressive sensing," M.S. Thesis, Dept. Comput. Appl. Math., Rice Univ., Houston, TX, USA, 2009.
- [6] محمود آتشبار و محمدحسین کهایی، «جهت‌یابی چند گوینده با استفاده از نمونه‌برداری فشرده مبتنی بر فاز»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۰، شماره ۲، صفحه ۱-۱۱، زمستان ۱۳۸۹.
- [7] E. J. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489-509, Feb. 2006.
- [8] C. Li, T. Sun, K. F. Kelly, and Y. Zhang, "A compressive sensing and unmixing scheme for hyperspectral data processing," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 21, no. 3, pp. 1200-1210, Mar. 2012.
- [9] J. B. Campbell, *Introduction to remote sensing*, Fourth Edition, the Guilford Press. 2007.
- [10] G. A. Shaw and H. K. Burke, "Spectral imaging for remote sensing," *Lincoln Laboratory Journal*, vol. 14, no. 1, 2003.
- [11] *Hyperspectral Remote Sensing Scenes—GIC*. [Online]. Available: http://www.ehu.es/ccwintco/index.php/Hyperspectral_Remote_Sensing_Scenes, accessed Nov. 14, 2012.
- [12] Y. Shi and Q. Chang, "Efficient algorithm for isotropic and anisotropic total variation deblurring and denoising," *J. Appl. Math.*, vol. 2013, pp. 1-14, Jan. 2013.
- [13] X. Cheng, H. Daqin and, H. Wei, "Hyperspectral image compression and reconstruction based on compressed sensing," *International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering*, vol. 10, no. 2, pp. 351-360, 2015.
- [1] D. T. Eason and M. Andrews, "Total variation regularization via continuation to recover compressed hyperspectral images," *IEEE Trans. on Image Processing*, vol. 24, no. 1, Jan 2015.
- [2] Zh. Wang, Y. Fen and, Y. Jia, "Spatial-spectral compressive sensing of hyperspectral image," *International Conference on Information Science and Technology (ICIST)*, Yangzhou, China, Mar. 2013.
- [3] W. Li, S. Prasad and J. E. Fowler, "Classification and reconstruction from random projections for hyperspectral imagery," *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 51, no. 2, Feb. 2013.
- [4] Ch. Chen, W. Li, E. W. Trame and, J. E. Fowler, "Reconstruction of hyperspectral imagery from random projections using multihypothesis prediction," *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 52, no. 1, Jan. 2014.
- [14] L. Gan, T. Do and T. D. Tran, "Fast compressive imaging using scrambled block hadamard ensemble," *Signal Processing Conference, 16th European, Lausanne, Switzerland*, Aug. 2008.
- [۱۵] محمدمهدی محدث و محمدحسین کهایی، «ساخت ماتریس‌های نمونه‌برداری یقینی بر اساس توابع هش»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۶، شماره ۴، صفحه ۳۰۷-۳۱۵، زمستان ۱۳۹۵.

زیر نویس‌ها

¹ Remote Sensing

² Hyperspectral Images

³ Principal Component Analysis (PCA)

⁴ Discrete Wavelet Transform (DWT)

⁵ Compressed Sensing

⁶ Sparse

⁷ Total Variation (TV)

⁸ Underdetermined Problem

⁹ Basis Pursuit (BP)

¹⁰ Alternating Direction Method of Multipliers

¹¹ Projected Augmented Nonlinear Conjugate Subgradient

¹² Peak Signal to Noise Ratio (PSNR)

¹³ Mean Square Error

¹⁴ Sampling Ratio