

# کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر در سیستم‌های فازی T-S با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم در حضور اشباع ورودی

افروز ناصری<sup>۱</sup>، دانشجوی کارشناسی ارشد، محمدحسن آسمانی<sup>۲</sup>، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - naseri-afrooz@shirazu.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - asemani@shirazu.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله، روشی جدید برای طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر در سیستم‌های غیرخطی مدل شده به وسیله مدل فازی تاکاگی - سوگنو ارائه می‌شود. در راستای پوشش دادن سیستم‌های کنترلی گسترده‌تر، دو محدودیت عملی در این مقاله در نظر گرفته شده است. ابتدا این که متغیرهای مقدم قواعد به صورت نامعلوم فرض می‌شوند که این امر امکان بررسی سیستم‌های غیرخطی با دامنه گسترده تری را می‌دهد. عامل دوم امکان به اشباع رفتن ورودی در اغلب سیستم‌های کنترلی می‌باشد. در واقع اشباع یک عبارت غیرخطی است که به علت محدودیت فیزیکی بسیاری از ادوات عملی مورد استفاده در سیستم‌ها، ممکن است رخ دهد. شرایط کافی برای طراحی چنین کنترل کننده‌ای به صورت دسته‌ای از نامساوی‌های ماتریسی خطی ارائه شده است. کارایی روش ارائه شده به وسیله شبیه سازی عددی نشان داده شده است.

**واژه‌های کلیدی:** سیستم فازی T-S، کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر، ورودی اشباع، متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم، نامساوی ماتریسی خطی.

## Unknown Premise Variables Observer-Based Controller Design for T-S Fuzzy Systems in the Presence of Input Saturation

A. Naseri, MSc<sup>1</sup>, M. H. Asemani, Assistant professor<sup>2</sup>

1- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Shiraz, Shiraz, Iran, naseri-afrooz@shirazu.ac.ir

2- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Shiraz, Shiraz, Iran, asemani@shirazu.ac.ir

**Abstract:** In this paper, we propose a new method for observer-based controller design of nonlinear systems which are represented by Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy systems. Two practical restrictions have been considered to cover a more general problem. First, we suppose that the premise variables of the T-S model are unmeasurable, which permits one to utilize the proposed method in more practical systems. Second, actuator saturation is considered as a physical limitation and the controller is designed subject to this restriction. Sufficient conditions for the existence of such a controller are derived in terms of linear matrix inequalities (LMIs). The effectiveness of developed technique is shown through numerical example.

**Keywords:** Input saturation, T-S fuzzy system, observer-based controller, unknown premise variable, PDC controller, linear matrix inequality (LMI).

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۰۱

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۲۰

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۲۰

نام نویسنده مسئول: محمدحسن آسمانی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - شیراز - دانشگاه شیراز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - گروه مهندسی قدرت و کنترل

## ۱- مقدمه

مجموعه‌ها و سامانه‌های فازی از زمان ارائه نظریه مجموعه فازی توسط پروفیسور لطفی زاده در حدود پنج دهه پیش، گسترش قابل توجهی داشته است. نظریه فازی در گستره وسیعی از کاربردها، از جمله مهندسی کنترل، شناسایی الگو، پردازش سیگنال، پردازش داده‌ها، هوش ماشینی، تصمیم‌گیری، مدیریت، پزشکی، صنعت اتومبیل، رباتیک و ... استفاده شده است [۱، ۲]. در دو دهه اخیر، سیستم‌های کنترل غیرخطی مبتنی بر مدل فازی T-S بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۳، ۴]. در این مدل، سیستم غیرخطی را به وسیله یک مجموع وزن دار شده غیرخطی از تعدادی مدل‌های خطی غیرمتغیر با زمان بازنمایی کرده و سپس از آن مدل در راستای تحلیل پایداری و طراحی کنترل کننده استفاده می‌کنند [۵، ۶]. غالباً طراحی کنترل کننده در سیستم‌های فازی T-S بر مبنای ساختار PDC می‌باشد که بر اساس آن، یک کنترل کننده غیرخطی توسط مجموع وزن دار شده غیرخطی از تعدادی بهره‌های خطی ایجاد می‌شود. همچنین برای تحلیل و طراحی کنترل کننده در یک مدل فازی T-S معمولاً از تابع لیاپانوف مربعی مشترک و در حالت کلی تر از توابع لیاپانوف چندگانه استفاده می‌شود [۷].

یکی از انواع محدودیت‌ها در کاربردهای عملی کنترلی، عدم دسترسی کامل به متغیرهای حالت سیستم می‌باشد. بدین معنا که تنها خروجی سیستم غیرخطی فازی T-S در دسترس طراح کنترل می‌باشد و اندازه‌گیری مستقیم تمام متغیرهای حالت سیستم دشوار و یا هزینه‌بر می‌باشد. در این سیستم‌ها از بازخورد خروجی برای طراحی کنترل کننده در مدل فازی T-S استفاده می‌شود. کنترل کننده بازخورد خروجی پویا و غیرپویا در [۸-۱۰] و کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر فازی در [۱۱] مورد بررسی قرار گرفته‌اند. رؤیت گرها با تخمین متغیرهای حالت سیستم در راستای طراحی کنترل کننده مبتنی بر بازخورد متغیرهای حالت و یا بازخورد خروجی در سیستم‌های غیرخطی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در بسیاری از سیستم‌های فازی T-S، متغیرهای مقدم قواعد وابسته به متغیرهای حالت می‌باشند و بنابراین توابع وزن دار شده غیرخطی نیز وابسته به متغیرهای حالت خواهند بود. به عنوان نتیجه در حالت کلی در ساختار رؤیت گر فازی T-S نمی‌توان از این توابع وزن دار شده غیرخطی استفاده نمود. این مشکل در انواع متفاوت بازخورد خروجی در سیستم‌های فازی T-S اعم از بازخورد خروجی پویا و بازخورد خروجی مبتنی بر رؤیت گر وجود دارد. در این مقاله با استفاده از تخمین‌های متغیرهای حالت در بازسازی توابع تعلق فازی مرتبط با کنترل کننده و رؤیت گر سعی در حل این مشکل داریم. در واقع به عنوان راهکار جایگزین، از مقادیر تخمین زده شده این توابع وزن دار شده غیرخطی در ساختار رؤیت گر استفاده می‌شود که این رؤیت گر، رؤیت گر فازی T-S با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم نامیده می‌شود [۱۲]. لازم به ذکر است که این نوع رؤیت گر فازی، کلی‌ترین حالت رؤیت گرهای فازی T-S می‌باشد [۱۲]. همچنین واضح است که طراحی کنترل کننده در این حالت نسبت به حالتی که متغیرهای قواعد وابستگی به متغیر حالت

ندارند، پیچیدگی بیشتری دارد. با این حال به علت در برگرفتن سیستم‌های عملی گسترده‌تر، تمایل به به کارگیری متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم در سیستم‌های کنترل فازی مبتنی بر رؤیت گر بیشتر می‌باشد. در [۱۳-۱۵] به طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر برای سیستم‌های فازی T-S زمان-پیوسته با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم پرداخته شده است.

همچنین کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر برای شبکه‌های غیرخطی کنترلی بر مبنای مدل فازی T-S همراه با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم در حضور عدم قطعیت و احتمال نقص مسیرهای ارتباطی شبکه کنترلی، در [۱۶] بررسی شده است.

یکی دیگر از محدودیت‌ها در کاربردهای عملی، وجود اشباع در سیستم‌های کنترلی می‌باشد. اشباع یک عبارت غیرخطی در سیستم‌های کنترلی پویا می‌باشد که ممکن است در قسمت‌های مختلف یک سیستم کنترلی اعم از عملگرها، حس‌گرها و کنترل کننده وجود داشته باشد. به علت محدودیت فیزیکی ادوات مورد استفاده، اشباع عملگر در سیستم‌های کنترلی ممکن است بسیار مخرب باشد. نادیده گرفتن اشباع منجر به کاهش عملکرد و یا حتی ناپایداری سیستم کنترلی می‌شود. در سیستمی که اشباع عملگر وجود دارد معمولاً یک حد بالا و یک حد پایین برای اعمال سیگنال کنترلی موجود است. در واقع، اگر مقدار سیگنال کنترلی بالاتر از حد بالا باشد، به علت اشباع عملگر این مقدار به سیستم اعمال نشده و همان حد بالای مجاز به جای سیگنال اصلی به سیستم اعمال می‌شود. طراحی کنترل کننده با در نظر گرفتن محدودیت اشباع عملگر در سیستم‌های فازی T-S در [۱۷-۱۹] مورد بررسی قرار گرفته است. برای مثال؛ در [۱۷] طراحی کنترل کننده در سیستم‌های فازی T-S منفرد<sup>۲</sup> در حضور اشباع عملگرها و تأخیر متغیر با زمان<sup>۳</sup>، مورد بررسی قرار گرفته است. ضمناً در این مقاله با به کارگیری روش DCP<sup>۴</sup> شرایط محافظه کارانه پایداری سیستم کنترلی بهبود بخشیده شده است. در [۲۰] نیز روشی برای مدل فازی T-S همراه با اشباع ورودی برای طراحی کنترل کننده بازخورد متغیرهای حالت و بهینه‌سازی معیار  $H_{\infty}$ ، ارائه شده است. لازم به ذکر است که در [۱۷، ۲۰] از ساختار بازخورد متغیرهای حالت در طراحی کنترل کننده استفاده شده است. در [۲۱] به بررسی و آنالیز سیستم‌های غیرخطی توصیفگر<sup>۵</sup> مبتنی بر مدل T-S با در نظر گرفتن اشباع ورودی، پرداخته شده است. ضمناً طراحی کنترل کننده در این مقاله بر اساس بازخورد متغیرهای حالت می‌باشد. از آنجایی که ممکن است متغیرهای حالت سیستم همواره در دسترس نباشند بنابراین استفاده از این ساختار در طراحی کنترل کننده سیستم‌های غیرخطی توصیه نمی‌گردد.

در برخی دستاوردها، طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر در حضور اشباع عملگر مورد مطالعه قرار گرفته است. به عنوان مثال در [۲۲] ساختار کنترلی تلورانس خطا برای سیستم NSV<sup>۶</sup> همراه با عدم قطعیت پارامترها، اغتشاش نامعلوم خروجی، خطای عملگر و اشباع ورودی، با استفاده از روش کنترل کننده مد لغزشی مورد بررسی قرار گرفته است.

اگر  $x(t)$  و  $u(t)$  را داشته باشیم، خروجی سامانه فازی به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mu(t))\{A_i x(t) + B_i u(t)\} \quad (5)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\mu(t))C_i x(t) \quad (6)$$

که در آن:

$$h_i(\mu(t)) = w_i(\mu(t)) / \sum_{i=1}^r w_i(\mu(t)) \quad (7)$$

و  $w_i(\mu(t))$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$w_i(\mu(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(\mu_j(t)) \quad (8)$$

## ۲-۲- رؤیت گر فازی همراه با ورودی اشباع

از آنجایی که غالباً متغیرهای حالت سیستم به طور کامل در دسترس نیستند مسئله طراحی رؤیت گر و یا بازخورد خروجی در سیستم های کنترلی اهمیت بسزایی دارد [۲۳، ۲۴]. در واقع، در طراحی کنترل کننده برای سیستم های فازی T-S به متغیرهای مقدم قواعد فازی  $\mu(t)$  برای تعیین توابع پایه فازی در هنگام بازسازی سیگنال کنترلی نیازمندیم. از این رو، مناسب ترین و جامع ترین کنترل کننده بازخورد خروجی در سیستم های T-S، کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر فازی با فرض نامعلوم بودن متغیرهای مقدم قواعد می باشد. لازم به ذکر است که در این حالت از مقدار تخمین زده شده متغیرهای مقدم قواعد فازی جهت بازسازی توابع تعلق فازی استفاده می گردد. در این مقاله، رؤیت گر حالت برای مدل فازی T-S همراه با ورودی اشباع به صورت زیر فرمول بندی شده است:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_{\hat{\mu}} \hat{x}(t) + B_{\hat{\mu}} \bar{u}(t) + L_{\hat{\mu}}(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (9)$$

$$\hat{y}(t) = C_{\hat{\mu}} \hat{x}(t)$$

که  $\hat{\mu}$  مقدار تخمین زده شده متغیر مقدم  $\mu$ ،  $L_i$  ها بهره های رؤیت گر بوده و قاعده کنترلی  $\bar{u}$  به عنوان ورودی اشباع شده به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\bar{u} = \text{sat}(u) \quad (10)$$

با تعریف متغیر کمکی  $v(t)$  به صورت زیر:

$$v(t) = -\frac{1+\varepsilon}{2} u(t) + \bar{u}(t) \quad (11)$$

داریم:

$$\bar{u} = \frac{1+\varepsilon}{2} u + v(t) \quad (12)$$

در این مقاله متغیرهای مقدم قواعد به صورت نامعلوم در نظر گرفته نشده اند. تا جایی که می دانیم، طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر برای سیستم های فازی T-S با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم در حضور اشباع ورودی، بررسی نشده است.

در این مقاله، روشی نوین برای طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر در سیستم های فازی T-S همراه با ورودی اشباع شده و با فرض نامعلوم بودن متغیرهای مقدم قواعد ارائه نموده ایم. شرایط طراحی با استفاده از لم فینسلر به فرم نامساوی های ماتریسی خطی در آورده خواهند شد. نشان می دهیم که کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر فرض شده، سیستم فازی T-S اشباع شده را در ناحیه جذب مربوط به متغیرهای حالت، پایدار خواهد نمود. همان گونه که اشاره شد، نوآوری این مقاله نسبت به مقاله [۱۵]، در نظر گرفتن اشباع ورودی به عنوان محدودیت کنترلی و همچنین روش جدید استفاده شده برای طراحی کنترل کننده و به دست آوردن شرایط لازم بر مبنای LMI می باشد.

ساختار این مقاله به صورت زیر است: مدل فازی T-S و کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر فازی در بخش ۲ معرفی شده اند. همچنین در این بخش برخی از پیش نیازها مطرح شده است. در بخش ۳ کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر برای سیستم فازی T-S همراه با ورودی اشباع طراحی شده، و پایداری سیستم حلقه بسته اثبات گردیده است. نتایج حاصل از شبیه سازی در بخش ۴ آورده شده است. در پایان نتیجه گیری در بخش ۵ ارائه شده است.

**نمادها.** نماد  $H(A)$  معرف  $(A + A^T)$  می باشد. همچنین در جهت سادگی روابط ریاضی، از نمادهای زیر در مقاله استفاده گردیده است:

$$A_{\mu} = \sum_{i=1}^r h_i(\mu(t)) A_i \quad (1)$$

$$\bar{A}_{\hat{\mu}\hat{\mu}} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\mu(t)) h_j(\hat{\mu}(t)) A_{ij} \quad (2)$$

$$A_{\hat{\mu}\hat{\mu}} = A_{\mu} - A_{\hat{\mu}} \quad (3)$$

## ۲-۲- تعریف مسئله و پیش نیازها

### ۲-۱- مدل فازی T-S

قاعده نام مدل فازی T-S به صورت زیر است:

$$\text{IF } \mu_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } \mu_p(t) \text{ is } M_{ip}, \\ \text{THEN } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases}, i = 1, 2, \dots, r \quad (4)$$

در اینجا،  $M_{ij}$  مجموعه فازی و  $r$  تعداد قواعد مدل می باشد.  $x(t) \in R^n$  بردار حالت،  $u(t) \in R^m$  بردار ورودی،  $y(t) \in R^q$  بردار خروجی،  $A_i \in R^{n \times n}$ ،  $B_i \in R^{n \times m}$  و  $C_i \in R^{q \times n}$  می باشند. همچنین  $\mu_1(t), \dots, \mu_p(t)$  متغیرهای معلوم مقدم قواعد می باشند.

$$\left[ \bar{u}(t) - \frac{1+\varepsilon}{2} u(t) \right]^T \left[ \bar{u}(t) - \frac{1+\varepsilon}{2} u(t) \right] \leq \left( \frac{1-\varepsilon}{2} \right)^2 u^T(t) u(t) \quad (22)$$

لم ۲ [۱۲]: برای هر ماتریس و یا بردار  $X$  و  $Y$  با ابعاد مناسب، داریم:

$$X^T Y + Y^T X \leq \zeta X^T X + \zeta^{-1} Y^T Y \quad (23)$$

که  $\zeta > 0$  یک پارامتر عددی می باشد.

لم ۳ (لم فینسلر) [۱۵]: قرار می دهیم  $\bar{\chi} \in R^n$ ،  $Q \in R^{n \times n}$ ،  $D \in R^{s \times n}$  و فرض می کنیم که مرتبه  $D$  کوچک تر از  $n$  باشد. در این صورت رابطه  $\bar{\chi}^T Q \bar{\chi} < 0$ ،  $\forall \bar{\chi} \neq 0$  با شرط  $B \bar{\chi} = 0$  برقرار است اگر هر یک از روابط زیر برآورده شود:

$$(1) D_{\perp}^T Q D_{\perp} < 0, \quad (24)$$

که  $D_{\perp}$  به نحوی انتخاب می شوند که داشته باشیم:

$$D D_{\perp} = 0, \quad D D^T + D_{\perp}^T D_{\perp} > 0 \quad (25)$$

$$(2) \exists \mu \in R : Q - \mu D^T D < 0; \quad (26)$$

$$(3) \exists V \in R^{n \times s} : Q + V D + D^T V^T < 0.$$

لم ۴ [۲۵]: با فرض وجود ماتریس  $C \in R^{m \times n}$  با مرتبه  $C$  برابر با  $m$  و ماتریس متقارن  $Q \in R^{n \times n}$ ، وجود دارد یک ماتریس  $\bar{Q} \in R^{m \times m}$  که رابطه  $C Q = \bar{Q} C$  را برآورده می کند اگر و تنها اگر بتوان ماتریس  $Q$  را به فرم زیر بازنویسی نمود:

$$Q = V \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 \\ 0 & Q_{22} \end{bmatrix} V^T, \quad (27)$$

که  $Q_{11} \in R^{m \times m}$  و  $Q_{22} \in R^{(n-m) \times (n-m)}$  می باشد و  $V$  ماتریس واحدی است که در رابطه زیر که مربوط به فرم تجزیه مقادیر منفرد ماتریس خروجی  $C$  است، صدق می کند:

$$C = U \begin{bmatrix} S & 0 \end{bmatrix} V^T. \quad (28)$$

### ۳- طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر همراه با محدودیت اشباع ورودی

در این بخش، روشی جدید برای طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر در سیستم های غیرخطی فازی T-S به همراه ورودی اشباع ارائه می گردد. تابع لیاپانوف استفاده شده تابع لیاپانوف مربعی مشترک می باشد و نتایج حاصله در قالب نامساوی های ماتریسی خطی ارائه خواهند شد. لازم به ذکر است که طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر فازی در [۱۵] مورد بررسی قرار گرفته است. اما در قضیه ۱ سعی بر کاهش پیچیدگی محاسباتی و سهولت در به دست آوردن شرایط LMI شده است. هم چنین در قضیه ۲ به طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر در سیستم های فازی T-S در حضور اشباع ورودی، پرداخته شده است.

در این مقاله از ساختار جبران ساز توزیع یافته موازی<sup>۷</sup> در طراحی سیگنال کنترلی به صورت زیر استفاده شده است:

$$u(t) = - \sum_{i=1}^r h_i(\hat{\mu}(t)) Z_i \hat{x}(t) \quad (13)$$

که  $Z_i$  ها بهره های کنترل کننده هستند که بایستی طراحی شوند.

توجه شود که شرط اشباع به فرم تابع غیرخطی زیر تعریف شده است:

$$\text{sat}(u) = \begin{cases} u_{\min} & \text{if } u < u_{\min} \\ u & \text{if } u_{\min} < u < u_{\max} \\ u_{\max} & \text{if } u > u_{\max} \end{cases} \quad (14)$$

### ۲-۳- دینامیک سیستم حلقه بسته

خطای تخمین را می توان به صورت  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  تعریف نمود.

بنابراین، دینامیک خطای رؤیت گر به فرم زیر به دست می آید:

$$\dot{e}(t) = \hat{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) \quad (15)$$

و یا به صورت:

$$\dot{e}(t) = A_{\mu} x(t) + B_{\mu} \bar{u} - \dot{\hat{x}}(t) \quad (16)$$

با استفاده از رابطه (۱۲) و جایگذاری (۹) در (۱۶)، داریم:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = & \left( A_{\mu\hat{\mu}} - \frac{1+\varepsilon}{2} B_{\mu\hat{\mu}} Z_{\hat{\mu}} - L_{\hat{\mu}} C_{\mu\hat{\mu}} \right) \hat{x} \\ & + (A_{\mu} - L_{\hat{\mu}} C_{\mu}) e + B_{\mu\hat{\mu}} v(t) \end{aligned} \quad (17)$$

بنابراین سیستم حلقه بسته به صورت زیر قابل نمایش می باشد:

$$\dot{\theta}(t) = A_{cl} \theta(t) + \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\mu\hat{\mu}} \end{bmatrix} v(t) \quad (18)$$

که:

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ e(t) \end{bmatrix} \quad (19)$$

و هم چنین:

$$A_{cl} = \begin{bmatrix} A_{\hat{\mu}} - \frac{1+\varepsilon}{2} B_{\hat{\mu}} Z_{\hat{\mu}} + L_{\hat{\mu}} C_{\mu\hat{\mu}} & L_{\hat{\mu}} C_{\mu} \\ A_{\mu\hat{\mu}} - \frac{1+\varepsilon}{2} B_{\mu\hat{\mu}} Z_{\hat{\mu}} - L_{\hat{\mu}} C_{\mu\hat{\mu}} & A_{\hat{\mu}} - L_{\hat{\mu}} C_{\mu} \end{bmatrix} \quad (20)$$

### ۲-۴- پیش نیازها

از لم های زیر در اثبات نتایج اصلی مقاله استفاده خواهد شد:

لم ۱ [۲۰]: برای شرط اشباع معرفی شده در (۱۶)، از آنجایی که

$$\left| u(t) \right| \leq \frac{u_{\max}}{2}$$

$$\left\| \bar{u}(t) - \frac{1+\varepsilon}{2} u(t) \right\| \leq \frac{1-\varepsilon}{2} \| u(t) \| \quad (21)$$

و بنابراین رابطه زیر برای  $0 < \varepsilon < 1$  برقرار می باشد:

$$\dot{V}(\theta(t)) = \dot{\theta}^T(t)P\theta(t) + \theta^T(t)P\dot{\theta}(t) \quad (38)$$

با توجه به رابطه (۱۸) داریم:

$$\dot{V}(\theta(t)) = \theta^T(t)(A_{cl}^T P + P A_{cl})\theta(t) + v^T(t) \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \end{bmatrix} P \theta(t) + \theta^T(t) P \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \end{bmatrix} v(t) \quad (39)$$

حال با در نظر گرفتن  $\zeta > 0$  به عنوان یک پارامتر عددی و استفاده از لم ۱ و ۲ خواهیم داشت:

$$\dot{V}(\theta(t)) \leq \theta^T(t)(A_{cl}^T P + P A_{cl} + \zeta^{-1} P^T \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \end{bmatrix} P) \theta(t) + \hat{x}^T (\zeta \frac{1-\varepsilon}{2} Z_{\hat{\mu}}^T Z_{\hat{\mu}}) \hat{x} \quad (40)$$

با توجه به رابطه (۳۴) و ضرب کردن عبارت  $Q \triangleq P^{-1}$  در قبل و بعد رابطه (۴۰) داریم:

$$\dot{V}(\theta(t)) \leq \theta^T(t) ((Q A_{cl}^T + A_{cl} Q + \zeta^{-1} \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \end{bmatrix} P) \theta(t) + \zeta \frac{1-\varepsilon}{2} Q \tilde{Z}_{\hat{\mu}}^T \tilde{Z}_{\hat{\mu}} Q) \theta(t) \quad (41)$$

بنابراین برای پایداری لیپانوف بایستی نامعادله زیر برقرار باشد:

$$(Q A_{cl}^T + A_{cl} Q + \zeta^{-1} \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \end{bmatrix} P) + \zeta \frac{1-\varepsilon}{2} Q \tilde{Z}_{\hat{\mu}}^T \tilde{Z}_{\hat{\mu}} Q \leq 0 \quad (42)$$

با برقراری شرط LMI زیر، رابطه (۴۲) برآورده می شود:

$$\begin{bmatrix} A_{cl} Q + Q A_{cl}^T + \zeta^{-1} B B^T & Q \tilde{Z}_k^T \\ \tilde{Z}_k Q & \zeta^{-1} \frac{1-\varepsilon}{2} I \end{bmatrix} < 0 \quad (43)$$

که  $B = \begin{bmatrix} B_{\hat{\mu}} \\ B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \end{bmatrix}$  می باشد.

برای برآورده شدن رابطه (۴۳) بایستی نامعادله زیر برقرار باشد:

$$A_{cl} Q + Q A_{cl}^T + \zeta^{-1} B B^T \quad (44)$$

در این راستا، با تقسیم بندی ماتریس  $Q$  به صورت  $Q = \text{diag}(Q_1, Q_2)$  با فرض  $Q_1 > 0$  و  $Q_2 > 0$  و با توجه به عبارت (۲۰)، رابطه (۴۴) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$H \left\{ \begin{bmatrix} A_{\hat{\mu}} Q_1 - \frac{1+\varepsilon}{2} B_{\hat{\mu}} M_{\hat{\mu}} & L_{\hat{\mu}} C_{\mu} Q_2 \\ A_{\hat{\mu}\hat{\mu}} Q_1 - \frac{1+\varepsilon}{2} B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} M_{\hat{\mu}\hat{\mu}} & A_{\mu} Q_2 - L_{\hat{\mu}} C_{\mu} Q_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi^{-1} B_{\hat{\mu}} B_{\hat{\mu}}^T & \xi^{-1} B_{\hat{\mu}} B_{\hat{\mu}\hat{\mu}}^T \\ \xi^{-1} B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} B_{\hat{\mu}}^T & \xi^{-1} B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} B_{\hat{\mu}\hat{\mu}}^T \end{bmatrix} < 0 \quad (45)$$

با تعریف  $\bar{\Lambda}_{\hat{\mu}\hat{\mu}} \triangleq -\frac{1+\varepsilon}{2} B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} M_{\hat{\mu}\hat{\mu}} + \xi^{-1} B_{\hat{\mu}\hat{\mu}} B_{\hat{\mu}\hat{\mu}}^T$  و همچنین

$$\bar{\Xi}_{\hat{\mu}} \triangleq -\frac{1+\varepsilon}{2} B_{\hat{\mu}} M_{\hat{\mu}} + \xi^{-1} B_{\hat{\mu}} B_{\hat{\mu}}^T \quad (45)$$

می باشد:

**قضیه ۱-** فرض کنید مقادیر عددی مثبت  $\delta_1, \delta_2$  داده شده است

و  $C_i = C$  به ازای  $i = 1, \dots, r$  باشد. به علاوه، فرض کنید تجزیه مقادیر منفرد ماتریس خروجی  $C$  با مرتبه کامل به صورت  $C = U [S \ 0] V^T$  مبتنی بر رؤیت گر (۱۸) به صورت مجانبی پایدار است اگر ماتریس های مثبت معین  $Q_1, Q_2$  و ماتریس های  $\mathcal{G}_1, M_k$  و  $Y_j$  برای  $j, k = 1, \dots, r$  وجود داشته باشند به نحوی که LMI زیر برقرار باشد:

$$\Pi_{jk}^i < 0 \quad (29)$$

که:

$$\Pi_{jk}^i = H \left\{ \begin{bmatrix} A_j Q_1 + \bar{\Xi}_{\hat{\mu}} & \xi^{-1} B_j B_{\hat{\mu}}^T & 0 & M_k^T \\ A_j Q_1 + \bar{\Lambda}_{ijk} + C_i^T Y_j^T & A_j Q_2 + \xi^{-1} B_j B_{\hat{\mu}}^T - C_i^T Y_j^T & -\mathcal{G}_1^T & 0 \\ Q_1 + \sigma C_i^T Y_j^T & Q_2 - \sigma C_i^T Y_j^T & -\sigma \mathcal{G}_1^T & 0 \\ M_k & 0 & 0 & \zeta^{-1} \frac{1-\varepsilon}{2} I \end{bmatrix} \quad (30)$$

که در آن:

$$\bar{\Xi}_{jk} = -\frac{1+\varepsilon}{2} B_j M_k + \xi^{-1} B_j B_j^T, \quad (31)$$

$$\bar{\Lambda}_{ijk} = -\frac{1+\varepsilon}{2} B_{ij} M_k + \xi^{-1} B_i B_j^T,$$

$$\mathcal{G}_1 = V \begin{pmatrix} \mathcal{G}_{11} & 0 \\ 0 & \mathcal{G}_{22} \end{pmatrix} V^T, \quad (32)$$

همچنین بهره های کنترلی (۱۳) و بهره های رؤیت گر (۹) به صورت

زیر قابل محاسبه اند:

$$\tilde{Z}_k = M_k Q^{-1} \quad (33)$$

که در آن:

$$\tilde{Z}_k \triangleq [-Z_k \ 0] \quad (34)$$

و همچنین:

$$L_j = Y_j \bar{\mathcal{G}}_1^{-1} \quad (35)$$

که در آن:

$$\bar{\mathcal{G}}_1 = U S \mathcal{G}_{11} S^{-1} U^{-1}. \quad (36)$$

**اثبات-** کاندیدای تابع لیپانوف مربعی مشترک زیر را در نظر بگیرید:

$$V(\theta(t)) = \theta^T(t) P \theta(t) \quad (37)$$

که در آن  $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$  و  $P_1 > 0$  و  $P_2 > 0$  می باشد.

مشق این تابع به صورت زیر می باشد:

**نکته ۲:** قابل ذکر است که به راحتی می توان با برابر صفر قراردادن سیگنال کنترلی در قضیه ۱، ابتدا همگرایی رؤیت گر را بدون در نظر گرفتن کنترل کننده ثابت نمود و سپس با در نظر گرفتن سیگنال کنترلی روند پایداری سیستم حلقه-بسته شامل کنترل کننده را دنبال نمود.

در ادامه، در قضیه ۲ شروط پایداری سیستم حلقه-بسته مبتنی بر رؤیت گر در حضور اشباع ورودی ارائه خواهد شد.

**قضیه ۲-** با فرض  $C_i = C$  به ازای  $i = 1, \dots, r$ ، سیستم حلقه-بسته مبتنی بر رؤیت گر همراه با محدودیت اشباع ورودی (۱۰) به صورت مجانبی پایدار است اگر ماتریس های مثبت معین  $Q_1$  و  $Q_2$  و ماتریس های  $Y_j, M_k, \mathcal{Q}_1$  برای  $(j, k = 1, \dots, r)$  وجود داشته باشند به نحوی که LMI های زیر برقرار باشند:

$$\Pi_{jk}^i < 0 \quad (52)$$

$$\begin{bmatrix} Q_1 & M_k^T \\ M_k & (\frac{u_{lim}}{\varepsilon})^2 \rho^{-1} I \end{bmatrix} \geq 0, \quad k = 1, \dots, r \quad (53)$$

که ماتریس  $\Pi_{jk}^i$  در رابطه (۳۰) تعریف شده است.

**اثبات-** می دانیم که قید  $|u(t)| \leq \frac{u_{lim}}{2}$  را می توان به صورت زیر بیان نمود:

$$\left| \sum_{k=1}^r h_k(\hat{\mu}) Z_k \hat{x}(t) \right| \leq \frac{u_{lim}}{2} \quad (54)$$

اگر  $\left| Z_{\hat{\mu}} \hat{x}(t) \right| \leq \frac{u_{lim}}{2}$  برقرار باشد، سپس رابطه (۵۴) برآورده می شود.

با در نظر گرفتن  $\left\{ \hat{x}(t) \mid \left| \hat{x}^T(t) Z_{\hat{\mu}}^T Z_{\hat{\mu}} \hat{x}(t) \right| \leq (\frac{u_{lim}}{2})^2 \right\}$

با تعریف ناحیه  $\Omega(P, \rho) = \{ \theta \mid \mathcal{P} \theta \leq \rho \}$  برای متغیرهای حالت سیستم به عنوان ناحیه جذب، بایستی رابطه زیر برقرار باشد تا این دو شرط تواما برآورده شوند:

$$\Omega(P, \rho) \subset \Omega(k) \quad (55)$$

که با برقراری رابطه (۵۵) داریم [۲۰]:

$$\tilde{Z}_k \left( \frac{P}{\rho} \right)^{-1} \tilde{Z}_k^T \leq \left( \frac{u_{lim}}{\varepsilon} \right)^2 \quad (56)$$

حال با اعمال لم شور<sup>۱</sup>، رابطه (۵۶) به صورت زیر بازنویسی خواهد شد:

$$\begin{bmatrix} P & \tilde{Z}_k^T \\ \tilde{Z}_k & (\frac{u_{lim}}{\varepsilon})^2 \rho^{-1} I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (57)$$

با ضرب کردن قبل و بعد رابطه (۵۷) در عبارت  $\begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$  داریم:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}^T \times \left\{ H \begin{bmatrix} A_{\hat{\mu}} Q_1 + \bar{\Xi}_{\hat{\mu}} & L_{\hat{\mu}} C_{\hat{\mu}} Q_2 + \zeta^{-1} B_{\hat{\mu}} B_{\hat{\mu}}^T \\ A_{\hat{\mu}} Q_1 + \bar{\Lambda}_{\hat{\mu}} & A_{\hat{\mu}} Q_2 - L_{\hat{\mu}} C_{\hat{\mu}} Q_2 + \zeta^{-1} B_{\hat{\mu}} B_{\hat{\mu}}^T \end{bmatrix} \right\} \times \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} < 0 \quad (46)$$

که  $x_1(t)$  و  $x_2(t)$  هر بردار غیر صفر می باشند. حال با تعریف متغیر جدید اختیاری به صورت زیر:

$$n(t) = C_{\hat{\mu}}^T L_{\hat{\mu}}^T (x_1(t) - x_2(t)) \quad (47)$$

رابطه (۴۶) را می توان برای  $i, j, k = 1, \dots, r$  به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ n(t) \end{bmatrix}^T \left\{ H \begin{bmatrix} A_j Q_1 + \bar{\Xi}_{jk} & \zeta^{-1} B_j B_j^T & 0 \\ \bar{A}_{ij} Q_1 + \bar{\Lambda}_{ijk} & A_i Q_2 + \zeta^{-1} B_{ij} B_{ij}^T & 0 \\ Q_1 & Q_2 & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ n(t) \end{bmatrix} < 0, \quad (48)$$

مقید به رابطه زیر:

$$\begin{bmatrix} C_i^T L_j^T & -C_i^T L_j^T & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ n(t) \end{bmatrix} = 0. \quad (49)$$

با استفاده از لم ۳ رابطه (۴۸) برقرار است اگر ماتریس  $\mathcal{Q}_1$  و پارامتر عددی  $\varpi$  وجود داشته باشند بطوری که:

$$H \begin{bmatrix} A_j Q_1 + \bar{\Xi}_{jk} & \zeta^{-1} B_j B_j^T & 0 \\ \bar{A}_{ij} Q_1 + \bar{\Lambda}_{ijk} & A_i Q_2 + \zeta^{-1} B_{ij} B_{ij}^T & 0 \\ Q_1 & Q_2 & 0 \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} 0 \\ \mathcal{Q}_1^T \\ \varpi \mathcal{Q}_1^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i^T L_j^T & -C_i^T L_j^T & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (50)$$

حال با استفاده از لم ۴ و با فرض  $Y_j \triangleq L_j \bar{Q}_1$ ، سیستم حلقه-بسته مبتنی بر رؤیت گر (۱۸) پایدار است اگر LMI (۵۱) برقرار باشد:

$$\Pi_{jk}^i = \begin{bmatrix} A_j Q_1 + \bar{\Xi}_{jk} & \zeta^{-1} B_j B_j^T & 0 & M_k^T \\ A_{ij} Q_1 + \bar{\Lambda}_{ijk} + C_i^T Y_j^T & A_i Q_2 + \zeta^{-1} B_{ij} B_{ij}^T - C_i^T Y_j^T & -\theta_1^T & 0 \\ Q_1 + \varpi C_i^T Y_j^T & Q_2 - \varpi C_i^T Y_j^T & -\varpi \theta_1^T & 0 \\ M_k & 0 & 0 & \zeta^{-1} \left( \frac{1-\varepsilon}{2} \right)^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (51)$$

در اینجا اثبات به پایان می رسد. □

**نکته ۱:** در قضیه ۱، با به کارگیری فرض تجزیه مقادیر منفرد ماتریس خروجی و استفاده از لم ۴ روشی جدید برای به دست آوردن شرایط پایداری سیستم حلقه-بسته مبتنی بر رؤیت گر بر پایه LMI ارائه شد. این در حالی است که در [۲۶، ۲۷] روندهای پیچیده تر و به تبع طولانی تری برای دستیابی شروط پایداری به فرم LMI به کار گرفته شده است.

$$A_1 = \begin{bmatrix} -63.16 & -1 & 0 \\ 1 & -63.16 & -36.67 \\ 0 & 36.67 & -360 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -63.16 & 1 & 0 \\ -1 & -63.16 & -36.67 \\ 0 & 36.67 & -360 \end{bmatrix}$$

$$B_{21} = B_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, C_2 = [2 \ 3 \ 5]$$

توابع تعلق فازی به صورت زیر نتیجه می شوند:

$$h_1(x_3(t)) = \frac{1 - x_3(t)}{2} \quad (64)$$

$$h_2(x_3(t)) = 1 - h_1(x_3(t))$$

جدول ۱: مقادیر پارامترهای موتور آهنربای دائم سنکرون [۳۰]

مقدار عددی	پارامتر
۰/۹ اهم	R
۰/۰۱۴۲۵ هانری	L
۱	n <sub>p</sub>
۰/۰۳۱ تسلا	ϕ
۰/۰۱۶۲ نیوتن. ثانیه/رادیان	τ
۴/۵ × ۱۰ <sup>-۵</sup> کیلوگرم.مترمربع	j

LMIهای مربوط به قضیه ۲ با تنظیم پارامترها به صورت ε = ۰/۹۹،

$$u_{lim} = ۳, \rho = ۱۰^{-۲}, \omega = ۱۰^{-۲} \text{ حل شده اند.}$$

حل LMIها به وسیله SeDuMi [۳۱]، به صورت زیر می باشد:

$$L_1 = 1e + 03 \times \begin{bmatrix} 0.5311 \\ -0.0204 \\ 0.0001 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = 1e + 03 \times \begin{bmatrix} 0.2160 \\ 0.0032 \\ -0.0032 \end{bmatrix},$$

$$Z_1 = 1e - 01 \times \begin{bmatrix} 0.05 & -0.3421 & -0.7462 \\ 0.05 & 0.6513 & 9.5624 \end{bmatrix}$$

$$Z_2 = 1e - 01 \times \begin{bmatrix} 0.05 & -0.3421 & 2.8431 \\ -0.05 & 0.6513 & 9.5624 \end{bmatrix}.$$

منحنی متغیرهای حالت سیستم حلقه-بسته با شرط اولیه

$x_0 = [1 \ 1 \ -0.5]$  در شکل ۱ نمایش داده شده است. هم چنین خطای

تخمین طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر حالت، در شکل ۲ نشان

داده شده است. شکل های ۳ و ۴ به ترتیب منحنی های سیگنال های

کنترلی اول و دوم سیستم به همراه سیگنال های اشباع شده را نشان

می دهند. قسمت هایی از سیگنال های کنترلی که دچار اشباع شده اند، با

وضوح بیشتر در شکل های ۵ و ۶ ارائه شده است.

$$\begin{bmatrix} P^{-1} & P^{-1}\tilde{Z}_k^T \\ \tilde{Z}_k P^{-1} & (\frac{u_{lim}}{\varepsilon})^2 \rho^{-1} I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (58)$$

با توجه به این که  $Q = P^{-1}$ ، رابطه (۵۸) معادل است با:

$$\begin{bmatrix} Q & Q\tilde{Z}_k^T \\ \tilde{Z}_k Q & (\frac{u_{lim}}{\varepsilon})^2 \rho^{-1} I \end{bmatrix} \geq 0 \quad (59)$$

و با فرض  $\tilde{Z}_k = M_k Q^{-1}$  شرط (۵۳) برقرار می گردد. به علاوه، اثبات رابطه (۵۲) در قضیه ۱ آورده شده است. بنابراین اثبات قضیه در اینجا به پایان

می رسد. □

**نکته ۳:** در قضیه ۲، شرایط پایداری سیستم حلقه-بسته مبتنی بر رؤیت گر در سیستم های فازی T-S همراه با محدودیت اشباع ورودی بررسی شد. در نظر گرفتن محدودیت اشباع، وجه تمایز این مقاله را با بسیاری از پژوهش هایی که در زمینه طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر در سیستم های فازی T-S ارائه شده اند را نشان می دهد [۱۳، ۲۸، ۲۹].

#### ۴- نتایج شبیه سازی

سیستم غیرخطی موتور آهنربای دائم سنکرون<sup>۹</sup> را در نظر بگیرید [۳۰]. معادلات دینامیکی حالت های سیستم به قرار زیر می باشند:

$$\dot{i}_d(t) = -\frac{R}{L}i_d(t) + n_p i_q(t)\omega(t) + u_d(t) \quad (60)$$

$$\dot{i}_q(t) = -\frac{R}{L}i_q(t) + n_p i_d(t)\omega(t) - \frac{\phi}{L}\omega(t) + u_q(t) \quad (61)$$

$$\dot{\omega}(t) = \frac{\phi}{L}i_q(t) - \frac{\tau}{j}\omega(t) \quad (62)$$

که  $i_d(t)$  و  $i_q(t)$  به ترتیب جریان مستقیم و جریان ربعی<sup>۱۰</sup> هستند.

هم چنین  $\omega(t)$  بیانگر سرعت زاویه ای موتور می باشد. R مقاومت

سیم پیچ استاتور، L اندوکتانس سلف استاتور،  $n_p$  تعداد جفت قطب ها،

$\phi$  شار مغناطیسی آهنربای دائمی،  $\tau$  ضریب میرایی چسبندگی<sup>۱۱</sup> و

j زمان اینرسی قطبی است. مقادیر این پارامترها در جدول ۱ آمده

است. سیستم غیرخطی فوق را می توان به صورت زیر نیز بیان نمود:

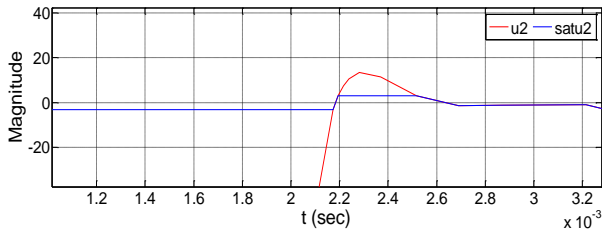
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -63.16 & x_3(t) & 0 \\ x_3(t) & -63.16 & -36.67 \\ 0 & 36.67 & -360 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_d(t) \\ u_q(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (63)$$

که:

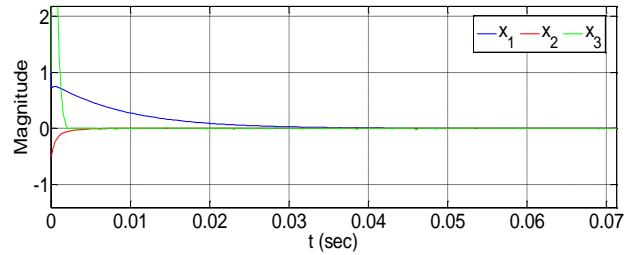
$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ x_3(t)]^T \triangleq [i_d(t) \ i_q(t) \ \omega(t)]^T.$$

این سیستم غیرخطی را می توان به فرم فازی T-S به صورت زیر

بازنمایی نمود [۳۰]:



شکل ۶: بزرگ‌نمایی سیگنال کنترلی ۲



شکل ۱: پاسخ سیستم حلقه-بسته

با توجه به شکل‌های ۱-۶ واضح است که کنترل کننده طراحی شده بر پایه رؤیت گر حالت با استناد به بهره‌های کنترلی و رؤیت گر حاصل از حل LMI های قضیه ۲، سیستم حلقه-بسته همراه با محدودیت سیگنال کنترلی را به خوبی پایدار نموده است. لازم به ذکر است که اگر محدودیت سیگنال کنترلی در نظر گرفته نمی شد، مقادیر سیگنال های کنترلی ممکن است از مرز  $10^4$  نیز عبور کند که چنین مقادیری برای ورودی کنترل کننده با توجه به محدودیت فیزیکی عملگرها قابل اجرا نمی باشد. لازم به ذکر است که رابطه  $x_0^T P x_0 < \rho$  به ازای مقادیر اولیه  $x_0 = [1 \ 1 \ -0.5]^T$  برقرار است. این بدین معنا می باشد که کنترل کننده طراحی شده مبتنی بر رؤیت گر، سیستم را در ناحیه جذب  $\Omega(P, \rho)$  به خوبی پایدار می سازد.

برای مقایسه روش ارائه شده در قضیه ۲ و روش [۲۰]، جدول ۲ ارائه شده است. در این جدول با استفاده از روش های مختلف، مقادیر  $U_{lim}$  قابل اعمال به سیستم کنترلی آورده شده است که نشان از برتری روش ارائه شده در این مقاله دارد.

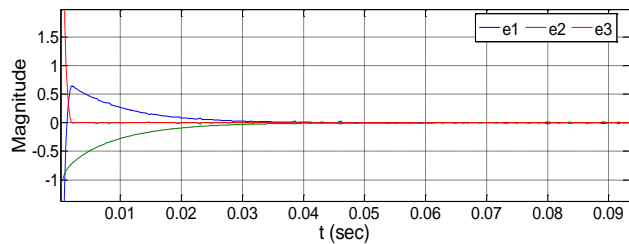
جدول ۲: مقایسه مقادیر  $U_{lim}$  قابل اعمال به سیستم کنترلی به ازای

روش ارائه شده در قضیه ۲ و روش [۲۰]

روش	$\rho = 10^{-1}$	$\rho = 10^{-2}$
قضیه ۲	۲۰	۳
روش [۲۰]	۴۵	۶۱۵

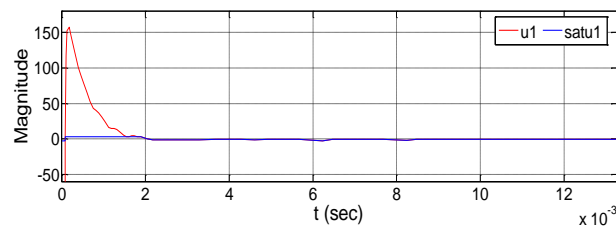
### ۵- نتیجه

در این مقاله روشی برای طراحی کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر در سیستم های غیرخطی مدل شده بر اساس T-S با در نظر گرفتن اشباع ورودی کنترل کننده ارائه شده است. همان طور که قبلاً ذکر شد، اشباع عملگرها یکی از محدودیت های عملی در سیستم های کنترلی می باشد که در اینجا جهت پوشش دادن سیستم های کنترلی گسترده تر، این محدودیت عملی در نظر گرفته شده است. هم چنین در راستای عمومیت دادن به طراحی چنین کنترل کننده ای، متغیرهای مقدم قواعد مدل فازی T-S به صورت نامعلوم در نظر گرفته شده اند. ساختار کنترلی استفاده شده در این مقاله جبران ساز توزیع یافته موازی می باشد.

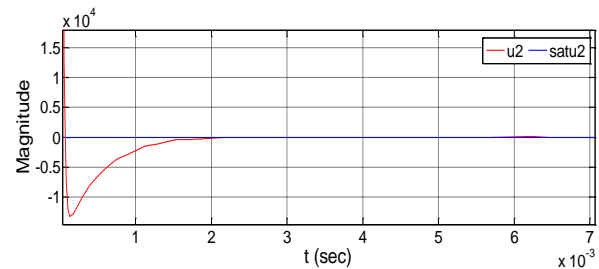


شکل ۲: خطای تخمین متغیرهای حالت سیستم

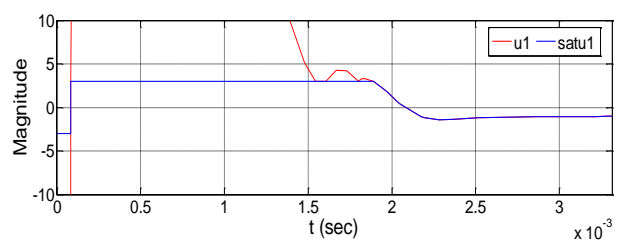
$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$



شکل ۳: سیگنال کنترلی ۱ ( $u_1$ )



شکل ۴: سیگنال کنترلی ۲ ( $u_2$ )



شکل ۵: بزرگ‌نمایی سیگنال کنترلی ۱



- نشان داده شد که کنترل کننده مبتنی بر رؤیت گر به همراه محدودیت کنترلی سیستم حلقه بسته را در ناحیه جذب مربوط به متغیرهای حالت سیستم، پایدار نموده است. شرایط لازم برای وجود چنین کنترل کننده به فرم LMI تبدیل شده است. هم چنین موثر بودن روش طراحی ارائه شده توسط یک مثال شبیه سازی ارائه شده است.
- مراجع**
- [۱] فرناز صباحی و محمدرضا اکبرزاده توتونچی، «شنا سایی سیستم های غیرخطی بر اساس منطق فازی توسعه یافته»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۴، شماره ۱، صفحات ۲۳-۳۲، ۲۰۱۴.
- [۲] حسین مرادی فراهانی و جواد عسگری، «طراحی کنترل کننده عصبی- فازی نوع-۲»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۴۳، شماره ۱، صفحات ۶۳-۷۳، ۲۰۱۴.
- [3] T. Youssef and M. Chadli, "Observer-based Fault Tolerant Tracking Control for TS Fuzzy Models subject to Actuator faults," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 21, pp. 1024-1029, 2015.
- [4] S. Baili, C. Zengqiang and Y. Zhuzhi, "Constrained predictive control based on TS fuzzy model for nonlinear systems," *Journal of systems engineering and electronics*, vol. 18, no. 1, pp. 95-100, 2007.
- [5] A. T. Nguyen, T. Laurain, R. Palhares, J. Lauber, C. Sentouh and J.-C. Popieul, "LMI-based control synthesis of constrained Takagi-Sugeno fuzzy systems subject to L2 or L $\infty$  disturbances," *Neurocomputing*, vol. 207, no. 1, pp. 793-804, 2016.
- premisevariables via LMI," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 212, no. 1, pp. 21-40, 2013.
- [16] H. Li, C. Wu, S. Yin and H. K. Lam, "Observer-based fuzzy control for nonlinear networked systems under unmeasurable premise variables," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 24, no. 5, pp. 1233-1245, 2015.
- [17] Y. Ma, M. Chen, and Q. Zhang, "Memory dissipative control for singular T-S fuzzy time-varying delay systems under actuator saturation," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 352, no. 10, pp. 3947-3970, 2015.
- [18] H. Yang, X. Li, Z. Liu and L. Zhao, "Robust fuzzy-scheduling control for nonlinear systems subject to actuator saturation via delta operator approach," *Information Sciences*, vol. 272, no. 1, pp. 158-172, 2014.
- [19] Y. Zhao and H. Gao, "Fuzzy-model-based control of an overhead crane with input delay and actuator saturation," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 20, no. 1, pp. 181-186, 2012.
- [20] H. Du and N. Zhang, "Fuzzy control for nonlinear uncertain electrohydraulic active suspensions with input constraint," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 17, no. 2, pp. 343-356, 2009.
- [21] B. Zhu, J. Zhang, S. Xing and C. Sun, "Stability analysis and control design for a kind of nonlinear descriptor system via TS fuzzy model with actuator saturation," *35th Chinese Control Conference (CCC)*, pp. 1539-1544, 2016.
- [22] Y. I. Zhou and M. Chen "Disturbance-observer-based fault tolerant control for near space vehicles with input saturation," *33rd Chinese Control Conference (CCC)*, pp. 2101-2105, 2014.
- [23] L. Xiaodong and Z. Qingling, "New approaches to H $\infty$  controller designs based on fuzzy observers for TS fuzzy systems via LMI," *Automatica*, vol. 39, no. 9, pp. 1571-1582, 2003.
- [6] M. H. Asemani and V. J. Majd, "A Robust Non-PDC Design Scheme for Singularly Perturbed T-S Fuzzy Systems With Immeasurable State Variables," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 23, no. 3, pp. 525-541, 2015.
- [7] J. Luo and J. Zhao, "A generalized multiple Lyapunov functions method based non-fragile guaranteed cost control for uncertain switched fuzzy systems," *Applied Mathematics and Computation*, vol. 237 no. 1, pp. 494-500, 2014.
- [8] S. W. Kau, H. J. Lee, C. M. Yang, C. H. Lee, L. Hong and C. H. Fang, "Robust H $\infty$  fuzzy static output feedback control of T-S fuzzy systems with parametric uncertainties," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 158, no. 2, pp. 135-146, 2007.
- [9] J. Yoneyama, "H $\infty$  filtering for fuzzy systems with immeasurable premise variables: an uncertain system approach," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 160, no. 12, pp. 1738-1748, 2009.
- [10] S. K. Nguang and P. Shi, "Robust H $\infty$  output feedback control design for fuzzy dynamic systems with quadratic D stability constraints: An LMI approach," *Information Sciences*, vol. 176, no. 15, pp. 2161-2191, 2006.
- [11] K. Tanaka, T. Ikeda and H. O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs," *IEEE Transactions on fuzzy systems*, vol. 6, no. 2, pp. 250-265, 1998.
- [12] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*: John Wiley & Sons, 2004.
- [13] H. Moodi and M. Farrokhi, "On observer-based controller design for Sugeno systems with unmeasurable premise variables," *ISA transactions*, vol. 53, no. 2 pp. 305-316, 2014.
- [14] C. Liu, H. Lam, S. H. Tsai and C. S. Chen, "Control of nonlinear systems by fuzzy observer-controller with unmeasurable premise variables," *International Conference on Advanced Robotics and Intelligent Systems (ARIS)*, pp. 1-6, 2015.
- [15] M. H. Asemani and V. J. Majd, "A robust H $\infty$  observer-based controller design for uncertain T-S fuzzy systems with unknown T-S fuzzy control design for T-S fuzzy systems with state delays," *Automatica*, vol. 44, no. 3, pp. 868-874, 2008.
- [24] C. Lin, Q. G. Wang, T. H. Lee, Y. He and B. Chen, "Observer-based H $\infty$  fuzzy control design for T-S fuzzy systems with state delays," *Automatica*, vol. 44, no. 3, pp. 868-874, 2008.
- [25] C. C. MacDuffee, *The theory of matrices*: Courier Corporation, 2004.
- [26] T. M. Guerra, A. Kruszewski, L. Vermeiren and H. Tirmant, "Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno's form," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 157, no. 9, pp. 1248-1259, 2006.
- [27] Y. J. Liu, S. C. Tong and T. S. Li, "Observer-based adaptive fuzzy tracking control for a class of uncertain nonlinear MIMO systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 164, no. 1, pp. 25-44, 2011.
- [28] S. K. Nguang and P. Shi, "H $\infty$  fuzzy output feedback control design for nonlinear systems: An LMI approach," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 3, pp. 331-340, 2003.
- [29] H. Gassara, A. El Hajjaji, M. Kchaou and M. Chaabane, "Observer based (Q, V, R)- $\alpha$ -dissipative control for TS fuzzy descriptor systems with time delay," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 1, pp. 187-206, 2014.
- [30] D. Saifia, M. Chadli, S. Labiod and T. M. Guerra, "Robust H $\infty$  static output feedback stabilization of TS fuzzy systems subject to actuator saturation," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 10, no. 3, pp. 613-622, 2012.
- [31] J. F. Sturm, "Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones," *Optimization methods and software*, vol. 11, no. 1, pp. 625-653, 1999.

#### زیر نویس ها

<sup>∇</sup> Parallel distributed compensation (PDC)

<sup>∧</sup> Schur Lemma

<sup>∧</sup> Permanent Magnetic Synchronous Motor (PMSM)

<sup>∧</sup> Quadrature current

<sup>∧∧</sup> Viscous Damping Coefficient

<sup>∧</sup> Imperfect communication links

<sup>∧</sup> Singular

<sup>∧</sup> Time-varying delay

<sup>∧</sup> Delay-central-point

<sup>∧</sup> Nonlinear Descriptor System

<sup>∧</sup> Near Space Vehicles