

مدل سازی ماشین القایی روتور سیم پیچی شده با اثر اشباع از طریق مدار معادل مغناطیسی تعمیم یافته

پیمان نادری^۱، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی - تهران - ایران - p.naderi@srttu.edu

چکیده: در این مقاله، مدل سازی ماشین القایی روتور سیم پیچی شده با استفاده از مدار معادل مغناطیسی تعمیم یافته انجام شده است. به طور کلی در روش مدار معادل مغناطیسی دودسته معادلات، مشتمل بر معادلات دیفرانسل خطی (مربوط به بخش الکتریکی) و معادلات جبری غیرخطی (مربوط به بخش های مغناطیسی هسته) وجود دارد که در مقالات مختلف برای مدل سازی ماشین از این طریق، به طور جداگانه بررسی شده است. چنین روشی سبب پیچیده شدن مدل سازی گردیده و در برخی حالات نیز سبب از دست دادن بخشی از رفتار دینامیکی ماشین می شود. در این مقاله، پس از تبدیل معادلات دیفرانسل موجود از طریق روش انتگرال گیری دوزنقه ای و ترکیب آن با معادلات جبری، یک دسته معادلات جبری غیرخطی از طریق روش نیوتن-رافسون حل شده که این فن به عنوان نوآوری این تحقیق معرفی می گردد. روش ارائه شده برای یک ماشین با انواع تعداد شیار در روتور و استاتور، تعداد قطب دلخواه، نوع و تعداد لایه های سیم پیچی مختلف و همچنین منحنی مغناطیس شوندگی دلخواه، معرفی گردیده و برای مدل سازی سایر انواع ماشین های الکتریکی نیز قابل تعمیم خواهد بود. در نهایت، مدل معرفی شده طریق شبیه سازی المان محدود، اعتبارسنجی شده است.

واژه های کلیدی: انتگرال گیری دوزنقه ای، اثر اشباع، ماشین القایی روتور سیم پیچی شده، مدار معادل مغناطیسی.

Wound Rotor Induction Machine Modeling with Saturation Effect using Modified Magnetic Equivalent Circuit

P. Naderi¹, Assistant Professor

1- Faculty of Electrical Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran, Email: p.naderi@srttu.edu

Abstract: In this paper, wound rotor induction modeling has been presented by modified Magnetic-Equivalent-Circuit (MEC). Generally, there are two separate sets of equations which are differential equations (relative to electrical part) and nonlinear algebraic equations (relative to core's magnetic parts) which were solved separately in previous works. This caused to ambiguous manner and some of dynamic behaviors may be loss. In this paper the differential equations are converted to algebraic equations by trapezoidal method and a set of nonlinear equation are solved by Newton-Raphson technique. This manner is introduced as the paper novelty. Proposed manner is capable to modeling of a wound rotor machine with given slot and poles number and also arbitrary magnetization curve. Moreover, another machine types could be modeled by proposed method. Finally, performed validation by Finite-Element-Method shows the effectiveness of proposed method.

Keywords: Trapezoidal integration method, saturation effect, wound rotor induction machine, magnetic equivalent circuit.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۳۱

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۰۷

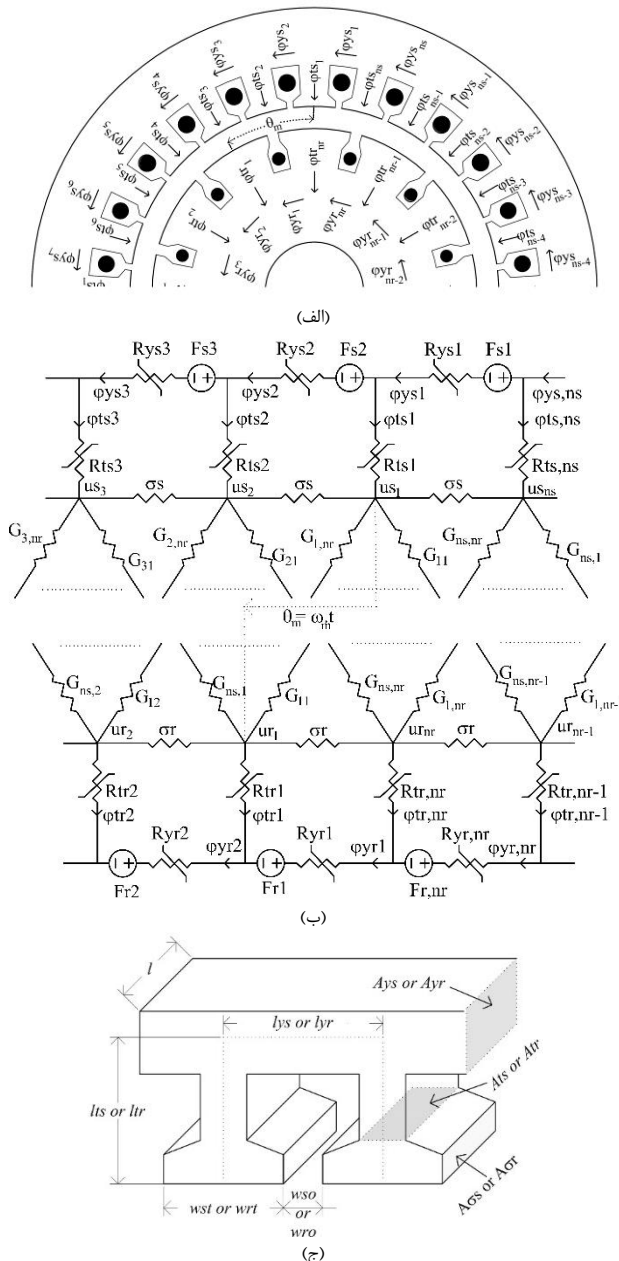
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۱۵

نام نویسنده مسئول: پیمان نادری

نشانی نویسنده مسئول: ایران - تهران - لویزان - خیابان شهید شعبانلو - دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی - دانشکده مهندسی برق.

۱- مقدمه

معادل مغناطیسی و ابعاد مهم ماشین در غالب بخش های الف تا ج نمایش داده شده است. برای هر دندانه یک شار و برای هر بخش از یوغ هسته های روتور و استاتور نیز یک شار فرض شده است. همان گونه که در شکل ۱-الف نشان داده شده است، موقعیت روتور، زاویه بین اولین دندانه روتور و اولین دندانه استاتور فرض شده است. در معادلات (۱) تا (۵)، چگونگی مدل سازی رلوکتانس و هدایت الکتریکی در بخش های مختلف هسته بیان شده است. همان گونه که در روابط مشخص است، رلوکتانس های هسته به شار عبوری از عناصر هسته وابسته خواهد بود که این موضوع اجازه مدل سازی اثر اشباع هسته را خواهد داد.



شکل ۱: چگونگی مدل سازی ماشین، (الف) - شماتیک کلی، (ب) - مدار معادل مغناطیسی، (ج) - ابعاد هندسی مورد استفاده در مدار مدار معادل

به طور کلی چهار روش جهت مدل سازی ماشین های الکتریکی وجود دارد که عبارتند از تبدیلات پارک، تئوری تابع سیم پیچی، المان محدود و مدار معادل مغناطیسی. در روش تبدیلات پارک عموماً تحلیل ماشین های ایڈئال انجام شده و در مطالعات دقیق کم تر مورد استفاده قرار می گیرد. در روش تئوری تابع سیم پیچی، هر چند امکان مدل سازی هارمونیک های مکانی امکان پذیر است، لیکن منظور کردن اثرات غیر خطی هسته به روش معمول آن امکان پذیر نیست و نیاز به ملاحظات پیچیده مدل سازی دارد. در روش المان محدود، امکان مدل سازی دقیق ماشین وجود داشته لیکن حجم محاسباتی بسیار سنگین و حساسیت زیاد این روش به پارامترهایی از قبیل مش بندی، از نقاط ضعف این روش به شمار می رود. روش مدار معادل مغناطیسی یک روش بسیار کارآمد است که در آن منظور نمودن تمامی اثرات هارمونیک و مشخصه غیر خطی هسته امکان پذیر بوده و با حفظ دقت لازم، از حجم محاسباتی بسیار کم تری نسبت به تحلیل المان محدود برخوردار است. در سالیان اخیر، هر چهار روش مورد توجه محققین در مطالعات ماشین های الکتریکی قرار گرفته است. در [۱-۳] از روش المان محدود برای مدل سازی ماشین های القایی و سنکرون استفاده شده و در [۴-۵] از تئوری تابع سیم پیچی در مدل سازی ماشین های فوق استفاده شده لیکن در تمامی تحقیقات فوق از اثر اشباع و خاصیت غیر خطی هسته صرف نظر شده است. یک خاصیت مهم روش تئوری تابع سیم پیچی، امکان مدل سازی اثرات دهانه های شیار و تابع غیر سینوسی سیم پیچی است که در [۶-۹] به خوبی نمایش داده شده لیکن در این تحقیقات نیز اثر اشباع هسته در نظر گرفته نشده است. در [۱۰]، با استفاده مدار معادل مغناطیسی ماشین القایی دو سوتغذیه با اثر اشباع مدل سازی شده لیکن چگونگی حل معادلات در آن معلوم نیست. در [۱۱] از همین روش برای مدل سازی ماشین القایی روتور قفسی استفاده شده و در [۱۲] یک مدل سه بعدی برای مدار معادل مغناطیسی یک ماشین القایی معرفی شده که در آن هسته به صورت خطی مدل گردیده است. در [۱۳، ۱۴] مدار معادل مغناطیسی برای مدل سازی ماشین های سنکرون معرفی شده که در آن ها اثرات اشباع و مورب سازی میله های میراساز نیز دیده شده است لیکن در هر دو تحقیق معادلات الکتریکی و مغناطیسی ماشین به صورت جداگانه حل شده که این موضوع پیچیدگی بیش تر و سرعت محاسباتی پایین تری را نسبت به روش معرفی شده در این تحقیق ارائه می کند.

اکنون در این مقاله یک روش جدید بر مبنای مدار معادل مغناطیسی معرفی می گردد که در آن معادلات الکتریکی و مغناطیسی به طور همزمان حل شده و تمامی رفتار دینامیکی ماشین مدل می گردد. در روش معرفی شده، ولتاژهای ماشین به همراه مشخصه گشتاور-سرعت بار به عنوان ورودی منظور شده و کمیت های ماشین از قبیل جریان سیم پیچ ها، شارها، گشتاور و ولتاژهای القایی در یک فرایند مبتنی بر تکرار با وجود اثر اشباع محاسبه می گردد.

۲- مدار مغناطیسی ماشین القایی روتور سیم پیچی شده

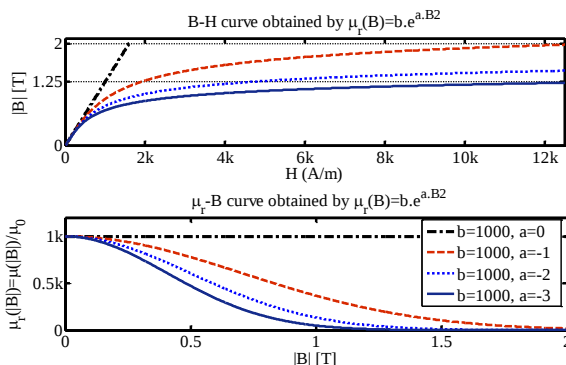
ماشین القایی با تعداد دلخواه قطب و شیار برای مدل سازی به این روش مد نظر قرار گرفته است. در شکل ۱ شماتیک کلی ماشین به همراه مدار

۳- مدل سازی اثر اشباع

برای مدل سازی مشخصه غیرخطی هسته، از متد معرفی شده در [۱۱] و [۱۵] استفاده شده است که توسط آن روابط (۲) تا (۴) با توجه به منحنی اشباع هسته مدل می شوند. در این روش ضریب نفوذپذیری نسبی با استفاده از ضرایب a و b مطابق (۱۴) محاسبه می شوند به نحوی که نقطه زانویی منحنی مغناطیس شونگی توسط ضریب a و بیشینه ضریب نفوذپذیری نسبی توسط b مدل می شود. به عنوان مثال با فرض $a=0$ هسته به صورت خطی با ضریب نفوذپذیری b مدل می گردد. در شکل ۳ منحنی حاصل شده توسط رابطه (۱۴) به ازای چند انتخاب مختلف برای ضرایب فوق نمایش داده شده است.

$$\mu_r(B) = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{dB(H)}{dH} = b \cdot e^{a \cdot B^2} \quad (14)$$

$$H(B) = \frac{\sqrt{\pi} \operatorname{Erf}(B \sqrt{a})}{\mu_0 \cdot 2b \sqrt{a}}$$



شکل ۳: نمایش نحوه مدل سازی اثر اشباع و مشخصه غیر خطی هسته

۴- معادلات جبری (مغناطیسی)

همان گونه که بیان شد، معادلات جبری سیستم، مربوط به بخش مغناطیسی ماشین هستند که به دلیل اثر اشباع غیر خطی می باشند. این معادلات مبتنی بر قوانین کیرشهف بوده و به صورت زیر با توجه به شکل ۱-ب قابل بیان هستند. با استفاده از قانون جریان کیرشهف در هر دندانه روتور و استاتور، معادلات (۱۵) و (۱۶) حاصل می شوند.

$$Ass.us + Asr.ur = \varphi st \quad (15)$$

$$Ars.us + Arr.ur = -\varphi rt \quad (16)$$

که در (۱۵) و (۱۶) ماتریس های لازم به صورت زیر تعریف می شوند.

$$Asr = Ars^T = - \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1,nr} \\ G_{21} & G_{22} & \dots & G_{2,nr} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{ns,1} & G_{ns,2} & \dots & G_{ns,nr} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\sigma_s = \frac{\mu_0 \cdot A \sigma_s}{wso}, \sigma_r = \frac{\mu_0 \cdot A \sigma_r}{wro} \quad (1)$$

$$Rtsi = \frac{lts}{\mu_0 \cdot \mu(\varphi tsi / Ats) \cdot Ats} \quad (2)$$

$$Rtri = \frac{ltr}{\mu_0 \cdot \mu(\varphi tri / Atr) \cdot Atr} \quad (3)$$

$$Rysi = \frac{lys}{\mu_0 \cdot \mu(\varphi ysi / Ays) \cdot Ays} \quad (4)$$

$$Ryri = \frac{lyr}{\mu_0 \cdot \mu(\varphi yri / Ayr) \cdot Ayr} \quad (5)$$

با توجه به شکل ۱-ب، بین هر دندانه استاتور و تمامی دندانه های روتور (و به عکس) هدایت الکتریکی وجود دارد (G_{ij}) که این هدایت ها متناسب با موقعیت روتور (θ_m) متغیر خواهند بود. روابط ریاضی برای تعریف این هدایت ها در روابط (۶) تا (۹) بیان شده که در آن ها u تابع پله است. در ابتدا با استفاده از (۶) و (۷) G_{11} محاسبه شده و سپس تمامی پارامترهای مذکور از رابطه (۹) محاسبه می شوند. در شکل ۲، نحوه حصول این پارامترها و وابستگی آن ها به موقعیت روتور تشریح شده است.

$$G'(\theta_m) = G_{\max} \cdot [u(\theta_m) - u(\theta_m - \theta'_t)] + \frac{G_{\max}}{2} [1 + \cos(\pi \frac{\theta_m - \theta'_t}{\theta_t - \theta'_t})] \cdot [u(\theta_m - \theta'_t) - u(\theta_m - \theta_t)] \quad (6)$$

$$G''(\theta_m) = G'(\theta_m) + G'(-\theta_m) \quad (7)$$

$$G_{11}(\theta_m) = \sum_{k=-1}^1 G''(\theta_m - 2k\pi) \quad (8)$$

$$G_{ij}(\theta_m) = G_{11} \left(\theta_m + (i-1) \frac{2\pi}{ns} - (j-1) \frac{2\pi}{nr} \right) \quad (9)$$

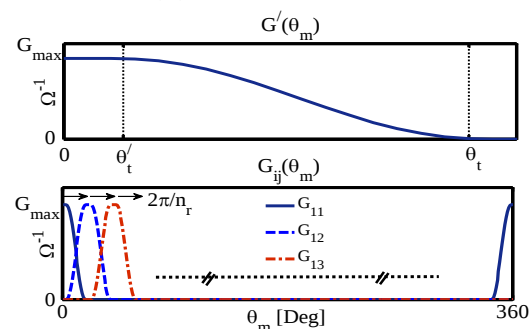
که در رابطه (۶) متغیرهای استفاده شده به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\theta_t = \frac{wst + wrt + wso + wro + l \cdot \tan(\beta)}{D_{ag}} \quad (10)$$

$$\theta'_t = \frac{l \cdot \tan(\beta) - wst - wrt}{D_{ag}} \quad (11)$$

$$D_{ag} = \frac{D_{si} + D_{ro}}{2} \quad (12)$$

$$G_{\max} = \mu_0 \frac{wst \cdot wrt}{\delta \cdot \tan(\beta)} \quad (13)$$



شکل ۲: نمایش هدایت الکتریکی بین دندانه ها

(۲۸)

$$A_{\varphi st} = \begin{bmatrix} Rts1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -Rts,ns \\ -Rts1 & Rts2 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -Rts2 & Rts3 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & Rts,ns-2 & Rts,ns-1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -Rts,ns-1 & Rts,ns \end{bmatrix}$$

$$A_{\varphi sy} = \text{diag}[Rys1 \ Rys2 \ \dots \ Rys,ns] \quad (۲۹)$$

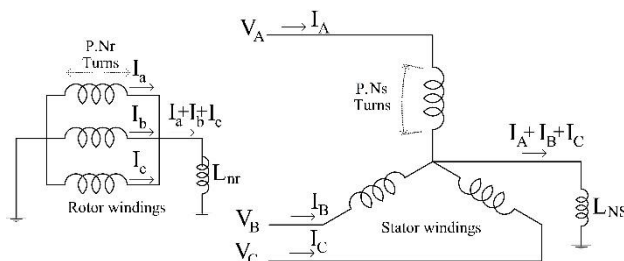
$$A_{\varphi ry} = \text{diag}[Ryr1 \ Ryr2 \ \dots \ Ryr,nr] \quad (۳۰)$$

(۳۱)

$$A_{\varphi rt} = \begin{bmatrix} Rtr1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -Rtr,nr \\ -Rtr1 & Rtr2 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -Rtr2 & Rtr3 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & Rtr,nr-2 & Rtr,nr-1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & -Rtr,nr-1 & Rtr,nr \end{bmatrix}$$

۵- معادلات دیفرانسیلی (الکتریکی)

این معادلات مربوط به بخش الکتریکی سیستم و بیان کننده رابطه بین ولتاژ و جریان سیم پیچ ها می باشند. این معادلات باید به نحوی بیان شوند که امکان مدل سازی اتصال سیم پیچ ها به صورت های ستاره و مثلث فراهم باشد. برای این منظور از تکنیک در نظرگیری القاگرهای مجازی L_{nr} و L_{ns} در نقطه خنثی مطابق شکل ۱۴ استفاده شده است. چنین روشی برای اولین بار در [۱۱] توسط نویسنده ارائه گردیده به نحوی که با بزرگ منظور نمودن این القاگر، مجموع جریان سیم پیچ به سمت صفر میل کرده و اتصال ستاره سیم پیچ ها مدل سازی می شود. بدیهی است صفر منظور نمودن این القاگر برای مدل سازی اتصال ستاره زمین شده و یا مثلث کاربرد خواهد داشت.



شکل ۴: نحوه مدل سازی اتصالات روتور و استاتور

با در نظر گرفتن $MCFS$ و $MCFR$ به عنوان توابع دور سیم پیچ های روتور و استاتور [۱۶]، معادلات دیفرانسیل حاکم بر سیم پیچ ها به صورت (۳۲) و (۳۳) خواهند بود. در ضمیمه مقاله، این ماتریس ها برای ماشینی که در بخش شبیه سازی استفاده خواهد شد، آورده شده اند.

$$MCFS.A_{syt} \cdot \frac{d\varphi_{ys}}{dt} + L_N \cdot \frac{dI_S}{dt} + R_S.I_S = V_S \quad (۳۲)$$

$$MCFR.A_{ryt} \cdot \frac{d\varphi_{yr}}{dt} + L_n \cdot \frac{dI_r}{dt} + R_r.I_r = V_r \quad (۳۳)$$

(۱۸)

$$Arr = \begin{bmatrix} 2\sigma r + \sum_{k=1}^{ns} G_{k1} & -\sigma r & 0 & \dots & 0 & -\sigma r \\ -\sigma r & 2\sigma r + \sum_{k=1}^{ns} G_{k2} & -\sigma r & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & \ddots & \ddots & 2\sigma r + \sum_{k=1}^{ns} G_{k,ns} \\ -\sigma r & 0 & \dots & 0 & -\sigma r & 2\sigma r + \sum_{k=1}^{ns} G_{k,ns} \end{bmatrix}$$

(۱۹)

$$Ass = \begin{bmatrix} 2\sigma s + \sum_{k=1}^{nr} G_{k1} & -\sigma s & 0 & \dots & 0 & -\sigma s \\ -\sigma s & 2\sigma s + \sum_{k=1}^{nr} G_{k2} & -\sigma s & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & \ddots & \ddots & 2\sigma s + \sum_{k=1}^{nr} G_{k,ns} \\ -\sigma s & 0 & \dots & 0 & -\sigma s & 2\sigma s + \sum_{k=1}^{nr} G_{k,ns} \end{bmatrix}$$

با توجه به برقراری روابط بیان شده در (۲۰) بین شارهای تعریف شده در بخش های مختلف یوگ و دندانه ها در روتور و استاتور، روابط (۱۵) و (۱۶) به صورت (۲۱) و (۲۲) حاصل می شوند.

$$\varphi_{ts} = A_{syt} \cdot \varphi_{ys}, \quad \varphi_{tr} = A_{ryt} \cdot \varphi_{yr} \quad (۲۰)$$

$$Ass.us + Asr.ur - A_{syt} \cdot \varphi_{sy} = 0 \quad (۲۱)$$

$$Ars.us + Arr.ur + A_{ryt} \cdot \varphi_{ry} = 0 \quad (۲۲)$$

که در (۲۰) ماتریس (۲۳) به صورت زیر تعریف می شود.

$$A_{syt} = -A_{ryt} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۲۳)$$

با اعمال معادلات ولتاژ کیرشهف بین هر دو دندانه مجاور در روتور و استاتور، معادلات (۲۴) و (۲۵) به صورت ماتریسی حاصل می شوند که ماتریس های W_{cr} و W_{cs} بیان گر تعداد دور در هر شیار روتور و استاتور هستند [۱۶]. در ضمیمه مقاله، این ماتریس ها برای ماشینی که در بخش شبیه سازی استفاده خواهد شد، آورده شده اند.

$$\leftarrow F_s \rightarrow \quad A_{ust}.us + A_{\varphi sy} \cdot \varphi_{ys} + A_{\varphi st} \cdot \varphi_{ts} = W_{cs}.I_S \quad (۲۴)$$

$$\leftarrow F_r \rightarrow \quad A_{urt}.ur + A_{\varphi ry} \cdot \varphi_{yr} + A_{\varphi rt} \cdot \varphi_{tr} = W_{cr}.I_r \quad (۲۵)$$

با جایگزینی معادله (۲۰) در (۲۴) و (۲۵)، معادلات (۲۶) و (۲۷) بازنویسی خواهند شد. اکنون چهار دسته معادلات (۲۱) و (۲۲) و (۲۴) و (۲۵)، معادلات بخش مغناطیسی هستند که ناشی از اثر اشباع، غیرخطی هستند.

$$\leftarrow M3 \rightarrow \quad A_{ust}.us + (A_{\varphi sy} + A_{\varphi st} \cdot A_{syt}) \cdot \varphi_{ys} - W_{cs}.I_S = 0 \quad (۲۶)$$

$$\leftarrow M4 \rightarrow \quad A_{urt}.ur + (A_{\varphi ry} + A_{\varphi rt} \cdot A_{ryt}) \cdot \varphi_{yr} - W_{cr}.I_r = 0 \quad (۲۷)$$

که در (۲۶) و (۲۷)؛

$$\omega_m(t) = \frac{1}{1 + \frac{B \Delta t}{2J}} \left(\frac{\Delta t}{2J} \tau_e(t) + \frac{\Delta t}{2J} \tau_e(t - \Delta t) - \frac{\Delta t}{2J} \tau_L(t) - \frac{\Delta t}{2J} \tau_L(t - \Delta t) - \left(\frac{B \Delta t}{2J} - 1 \right) \omega_m(t - \Delta t) \right) \quad (41)$$

۸- حل معادلات

با توجه روش معرفی شده در بخش های قبل برای شبیه سازی دینامیکی ماشین با متد معرفی شده، شش دسته معادلات (۲۱)، (۲۲)، (۲۴)، (۲۵)، (۳۷) و (۳۸) معادلات مغناطیسی و الکتریکی هستند که به صورت جبری و غیرخطی حاصل شده اند. اکنون در هر لحظه از زمان می بایست این معادلات از طریق روش نیوتن-رافسون حل، و سپس موقعیت جدید روتور بر اساس رابطه (۴۱) محاسبه شود. برای این منظور، الگوریتم تکراری مطابق با روابط (۴۲) تا (۴۴) برای حل معادلات در هر لحظه از زمان استفاده می شود که در آن k شاخص تکرار است.

$$\Delta B(t)^{(k)} = B(t) - A(t)^{(k-1)} \cdot x(t)^{(k-1)} \quad (42)$$

$$\Delta x(t)^{(k)} = [J(t)^{(k-1)}]^{-1} \cdot \Delta B(t)^{(k)} \quad (43)$$

$$x(t)^{(k)} = x(t)^{(k-1)} + \Delta x(t)^{(k)} \quad (44)$$

که در روابط (۴۲) تا (۴۴)؛

$$(45)$$

$$A(t)^{(k)} = \begin{bmatrix} MCFS.A_{syt} & 0 & 0 & 0 & L_N + \frac{\Delta t}{2} R_s & 0 \\ 0 & MCFR.A_{ryt} & 0 & 0 & 0 & L_n + \frac{\Delta t}{2} R_r \\ M3(t)^{(k)} & 0 & A_{ust} & 0 & -W_{CS} & 0 \\ 0 & M4(t)^{(k)} & 0 & A_{urt} & 0 & -W_{CR} \\ -A_{syt} & 0 & A_{ss} & A_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & A_{ryt} & A_{rs} & A_{rr} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$x(t)^{(k)} = \begin{bmatrix} \varphi_{ys}(t)^{(k)} & \varphi_{yr}(t)^{(k)} & u_s(t)^{(k)} & u_r(t)^{(k)} & I_s(t)^{(k)} & I_r(t)^{(k)} \end{bmatrix}^T \quad (47)$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} \frac{\Delta t}{2} V_s(t) + MCFS.A_{syt} \cdot \varphi_{ys}(t - \Delta t) - \left(\frac{\Delta t}{2} R_s - L_N \right) \cdot I_s(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} V_s(t - \Delta t) \\ \frac{\Delta t}{2} V_r(t) + MCFR.A_{ryt} \cdot \varphi_{yr}(t - \Delta t) - \left(\frac{\Delta t}{2} R_r - L_n \right) \cdot I_r(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} V_s(t - \Delta t) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$J(t)^{(k)} = \frac{d}{dX(t)^{(k)}} [A(t)^{(k)} \cdot X(t)^{(k)}] \quad (48)$$

که در (۳۲) و (۳۳)؛

$$R_s = \begin{bmatrix} R_{as} & 0 & 0 \\ 0 & R_{as} & 0 \\ 0 & 0 & R_{as} \end{bmatrix}, R_r = \begin{bmatrix} R_{ar} & 0 & 0 \\ 0 & R_{ar} & 0 \\ 0 & 0 & R_{ar} \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$L_N = \begin{bmatrix} L_{NS} & L_{NS} & L_{NS} \\ L_{NS} & L_{NS} & L_{NS} \\ L_{NS} & L_{NS} & L_{NS} \end{bmatrix}, L_n = \begin{bmatrix} L_{nr} & L_{nr} & L_{nr} \\ L_{nr} & L_{nr} & L_{nr} \\ L_{nr} & L_{nr} & L_{nr} \end{bmatrix} \quad (35)$$

۶- تبدیل معادلات دیفرانسیلی به جبری

برای این کار روش های متفاوتی از قبیل روش رانگ کوتا با مرتبه های مختلف و همچنین روش دوزنقه ای وجود دارد که همگی مبتنی بر روش هایی تکراری هستند. در این مقاله برای این منظور از روش دوزنقه ای استفاده شده است که در آن سطح زیر منحنی تابع فرضی $f(t)$ در هر بازه Δt مطابق رابطه (۳۶) محاسبه می شود.

$$\theta_m(t) = \frac{\Delta t}{2} \omega_m(t) + \frac{\Delta t}{2} \omega_m(t - \Delta t) + \theta_m(t - \Delta t) \quad (36)$$

با انتگرال گیری از دوطرف معادلات (۳۲) و (۳۳) و همچنین اعمال رابطه (۳۶) به هر دوطرف آن ها روابط (۳۷) و (۳۸) به صورت جبری حاصل می شوند.

$$MCFS.A_{syt} \cdot \varphi_{ys}(t) + \left(L_N + \frac{\Delta t}{2} R_s \right) \cdot I_s(t) = \frac{\Delta t}{2} \times V_s(t) + \frac{\Delta t}{2} \times V_s(t - \Delta t) + MCFS.A_{syt} \cdot \varphi_{ys}(t - \Delta t) + \left(L_N - \frac{\Delta t}{2} R_s \right) \cdot I_s(t - \Delta t) \quad (37)$$

$$MCFR.A_{ryt} \cdot \varphi_{yr}(t) + \left(L_n + \frac{\Delta t}{2} R_r \right) \cdot I_r(t) = \frac{\Delta t}{2} \times V_r(t) + \frac{\Delta t}{2} \times V_r(t - \Delta t) + MCFR.A_{ryt} \cdot \varphi_{yr}(t - \Delta t) + \left(L_n - \frac{\Delta t}{2} R_r \right) \cdot I_r(t - \Delta t) \quad (38)$$

۷- معادلات گشتاور و سرعت

علاوه بر معادلات الکتریکی و مغناطیسی، معادله گشتاور نیز باید در هر لحظه از زمان در روش پیشنهادی حل و از این طریق موقعیت جدید روتور محاسبه گردد. معادله مکانیکی گشتاور مطابق رابطه (۳۹) است ضمن اینکه گشتاور خروجی در روش مدار معادل مغناطیسی، از رابطه (۴۰) محاسبه می گردد.

$$\tau_e(t) - \tau_L(t) = J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} + B \cdot \omega_m(t) \quad (39)$$

$$\tau_e(t) = \sum_{i=1}^{ns} \sum_{j=1}^{nr} (u_{si}(t) - u_{rj}(t))^2 \frac{dG_{ij}(\theta_m)}{d\theta_m} \quad (40)$$

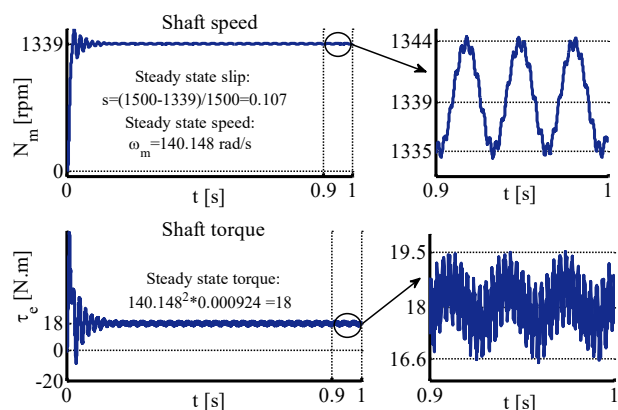
با اعمال روش دوزنقه ای معرفی شده در (۳۶) به رابطه (۳۹) معادله (۴۱) به صورت جبری حاصل شده و سرعت روتور در هر لحظه فرضی محاسبه می شود.

مساحت عبور شار از یوغ استاتور	Ays	۵۰	cm ²
مساحت عبور شار از یوغ روتور	Ayr	۱۰۰	cm ²
تعداد لایه‌های سیم‌پیچی استاتور	۲		
تعداد لایه‌های سیم‌پیچی روتور	۲		
تعداد دور در هر شیار از هر لایه استاتور	۱۱		
تعداد دور در هر شیار از هر لایه روتور	۱۶		

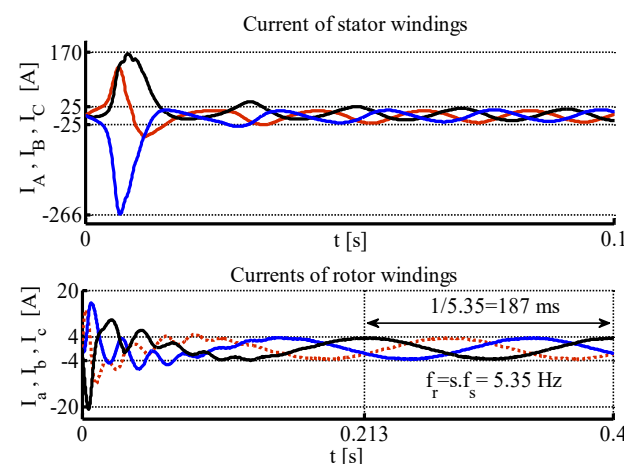
نقشه سیم‌بندی	
فاز	شماره شیار
A	۶-۱ ↑, ۱۵-۱۰ ↓, ۲۴-۱۹ ↑, ۳۳-۲۸ ↑
B	۹-۴ ↑, ۱۸-۱۳ ↓, ۲۷-۲۲ ↑, ۳۶-۳۱ ↑
C	۱۲-۷ ↑, ۲۱-۱۶ ↓, ۳۰-۲۵ ↑, ۳۹-۳۴ ↑
a	۴-۱ ↑, ۱۰-۷ ↓, ۱۶-۱۳ ↑, ۲۲-۱۹ ↑
b	۶-۳ ↑, ۱۲-۹ ↓, ۱۸-۱۵ ↑, ۲۴-۲۱ ↑
c	۸-۵ ↑, ۱۴-۱۱ ↓, ۲۰-۱۷ ↑, ۲۶-۲۳ ↑

عملکرد ماشین به صورت موتوری با مشخصه گشتاور بار نوشته شده در (۵۰) شبیه سازی گردیده و نتایج در غالب شکل های ۵ الی ۸ شرایط راه اندازی تا رسیدن به عملکرد حالت ماندگار آورده شده است.

$$\tau_L(\omega_m) = 9.24 \times 10^{-4} \omega_m(t)^2 \quad (50)$$



شکل ۵: گشتاور و سرعت ماشین در مانور راه اندازی ماشین ماشین با اتصال ستاره استاتور



شکل ۶: جریان های روتور و استاتور در مانور راه اندازی ماشین با اتصال ستاره استاتور

با در نظر گرفتن یک خطای مشخص برای تعیین همگرایی، پس از همگرایی الگوریتم نیوتن-رافسون در هر t فرضی، سرعت از طریق رابطه (۴۱) و موقعیت جدید روتور از طریق (۴۹) محاسبه می گردد.

$$\theta_m(t) = \frac{\Delta t}{2} \omega_m(t) + \frac{\Delta t}{2} \omega_m(t - \Delta t) + \theta_m(t - \Delta t) \quad (49)$$

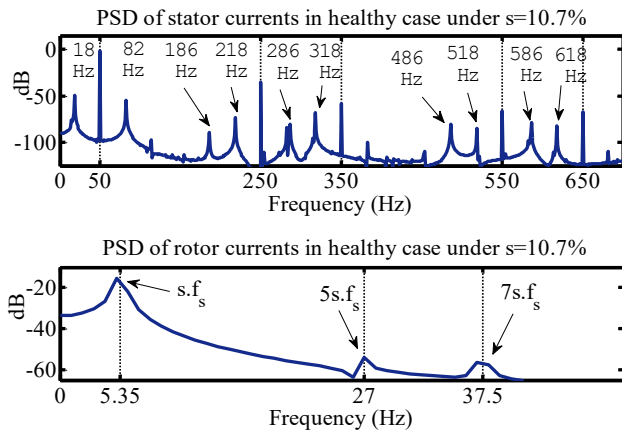
بدیهی است هر چقدر مقدار Δt کوچک تر انتخاب شود، شبیه سازی با دقت بالاتری انجام می گردد که در این مقاله مقدار فوق ۱۰۰ میکروثانیه انتخاب شده است. اکنون با در نظر داشتن روند تشریح شده، مدل سازی یک ماشین القایی با روتور سیم پیچی شده امکان پذیر خواهد بود.

۹- شبیه سازی

برای شبیه سازی از یک ماشین القایی با مشخصات مندرج در جدول ۱ استفاده شده است. برای مدل سازی اثر اشباع نیز از منحنی آورده شده در شکل ۳ با پارامترهای a , b به ترتیب برابر با ۲۳۰۰ و ۲- استفاده شده تا از طریق این پارامترها، هسته با نوع Steel-1010 با تقریب خوبی مدل گردد. رفتار ماشین در دو حالت، شامل اتصال ستاره و همچنین مثلث با اعمال ولتاژ نامی مندرج در جدول ۱ بررسی گردیده و کمیت های مختلف شامل جریان خطوط ماشین، به دست آورده شده است.

جدول ۱: مشخصات ماشین شبیه سازی شده

واحد	مقدار	سمبل	مشخصه
kW	۵	P_{Max}	قدرت نامی
N.m	۱۲۵۰ @ ۳۷	τ_{e-max}	گشتاور نامی در دور نامی
V _{rms}	۳۸۰/۲۲۰	$V_s (V/D)$	ولتاژ خط نامی
Hz	۵۰	f_s	فرکانس تغذیه
cm	۱۲	D_{si}	شعاع داخلی استاتور
cm	۱۸	D_{so}	شعاع بیرونی استاتور
cm	۲۱/۹	D_{ro}	شعاع بیرونی روتور
--	۳۶	n_s	تعداد دندانه های استاتور
--	۲۴	n_r	تعداد دندانه های روتور
Turn	۶۶	N_s	تعداد دور در هر قطب استاتور
Turn	۶۴	N_r	تعداد دور در هر قطب روتور
--	۴	P	تعداد قطب
Ω	۰/۶	R_{as}	مقاومت هر فاز استاتور
Ω	۸	R_{ar}	مقاومت هر فاز روتور
cm	۲۵	l	طول محوری
cm	۱/۳۱	l_{ys}	طول هر بخش از یوغ استاتور
cm	۰/۹	l_{yr}	طول هر بخش از یوغ روتور
cm	۱	l_{ts}	طول دندانه استاتور
cm	۱	l_{tr}	طول دندانه روتور
cm	۰/۸۱۶	w_{st}	پهنای دندانه استاتور
cm	۱/۳۳	w_{rt}	پهنای دندانه روتور
cm	۰/۲۳	w_{so}	پهنای دهانه شیار استاتور
cm	۰/۲۲۸	w_{ro}	پهنای دهانه شیار روتور
cm ²	۱۰۲	A_{ts}	مساحت عبور شار از دندانه استاتور
cm ²	۱۶۶	A_{tr}	مساحت عبور شار از دندانه روتور



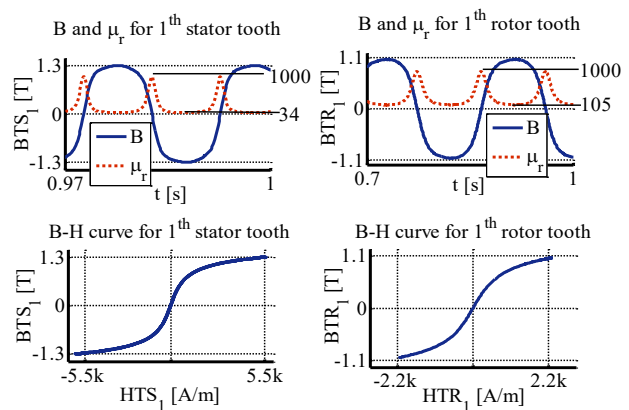
شکل ۸: طیف جریان های روتور و استاتور در عملکرد حالت ماندگار بر حسب دسی بل

جدول ۲: مولفه های موجود در جریان استاتور ناشی از هارمونیک های زمانی و مکانی در حالت اتصال ستاره استاتور

مولفه های موجود در جریان استاتور		
فرکانس بر حسب هرتز	رابطه با فرکانس تغذیه و لغزش	دلیل
۱۸	$f_s - 6s.f_s$	زمانی-مکانی
۵۰	f_s	پایه
۸۲	$f_s + 6s.f_s$	زمانی-مکانی
۱۸۶	$5f_s - 12s.f_s$	زمانی-مکانی
۲۱۸	$5f_s - 6s.f_s$	مکانی
۲۵۰	$5f_s$	زمانی
۲۸۶	$7f_s - 12s.f_s$	زمانی-مکانی
۳۱۸	$7f_s - 6s.f_s$	مکانی
۳۵۰	$7f_s$	زمانی
۳۸۶	$9f_s - 12s.f_s$	زمانی-مکانی
۴۸۶	$11f_s - 12s.f_s$	زمانی-مکانی
۵۱۸	$11f_s - 6s.f_s$	مکانی
۵۵۰	$11f_s$	زمانی
:	:	:

۹-۲- اتصال مثلث

در این بخش، شبیه سازی با فرض اتصال مثلث سیم پیچی استاتور انجام و بخشی از نتایج آن ارائه شده است. به طور کلی در استاتور با اتصال ستاره با نقطه خنثی باز، امکان بروز هارمونیک سوم جریان امکان پذیر نیست. این موضوع به دلیل یکسان بودن جریان هارمونیک سوم فازها است که با توجه به باز بودن نقطه نول، به اجبار صفر بوده و امکان تولید نخواهند داشت. این موضوع، در اتصال مثلث، دارای تفاوت هایی از نقطه نظر امکان تولید است. در اتصال مثلث، چنانچه تابع تابع دور استاتور که از طریق ماتریس MCFS و از روی W_{cs} توصیف می گردد، فاقد مؤلفه سوم باشد (عدم وجود هارمونیک سوم مکانی)، جریان هارمونیک سوم بازم تولید نمی گردد. چنانچه تابع دور خود دارای هارمونیک سوم باشد، جریان هارمونیک سوم در فازهای استاتور تولید، ولی به دلیل یکسان بودن، در مثلث بسته گردش نموده و در جریان خطوط ظاهر



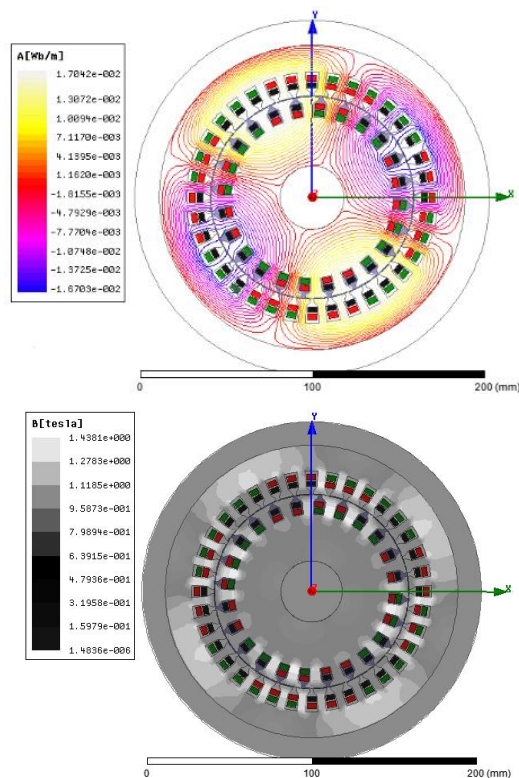
شکل ۹: چگالی شار، ضریب نفوذ پذیری نسبی و منحنی B-H حاصل شده در یک بازه زمانی نمونه برای دندانه های شماره ۱ روتور و استاتور به عنوان نمونه با اتصال ستاره استاتور

۹-۱- اتصال ستاره با نقطه خنثی باز

در این حالت با فرض اتصال ستاره سیم پیچ های استاتور، شبیه سازی انجام شده است. در ماشین های الکتریکی با اتصال ستاره، نقطه خنثی باز بوده و لذا در معمولاً نقطه خنثی اتصال ستاره به صورت باز فرض می گردد. در شکل ۵، گشتاور و سرعت ماشین در شرایط راه اندازی تا رسیدن به حالت ماندگار آورده شده و همان گونه که مشخص است ماشین در حالت ماندگار دارای لغزش ۱۰/۷ درصد است. با توجه به نتایج، نوساناتی در سرعت و گشتاور ماشین مشاهده می شود که این موضوع به دلیل تأثیر مشخصات غیر ایده آل ماشین شامل تأثیر هارمونیک های مکانی و زمانی است. در شکل ۶، جریان های روتور و استاتور نمایش داده شده است و مشخص است که ماشین در شرایط راه اندازی جریانی حدود ۷ برابر جریان نامی را کشیده است. ضمن اینکه در همین شکل، فرکانس پایه جریان روتور نیز نشان داده شده و مشخص است که رابطه شناخته شده ای بین فرکانس روتور و استاتور برقرار است. در شکل ۷، به منظور نشان دادن توانایی روش معرفی شده در مدل سازی اثر اشباع، چگالی شار در دو دندانه نمونه به همراه ضریب نفوذ پذیری نسبی آن ها و همچنین منحنی مغناطیسی حاصل شده در این دو دندانه آورده شده و همان گونه که پیداست، اشباع این دو دندانه به خوبی مشخص است از اینرو، توانایی روش پیشنهادی در مدل سازی اثر اشباع، اثبات می گردد. در شکل ۸، طیف فرکانسی جریان های روتور و استاتور بر حسب دسی بل نمایش داده شده است. علاوه بر مولفه های پایه (f_s در جریان استاتور و $s.f_s$ در جریان روتور)، مولفه های دیگری نیز وجود دارند که به دلیل تأثیرات هارمونیک های مکانی تولیدی از توابع سیم پیچی غیر سینوسی و دهانه های شیار و همچنین هارمونیک های زمانی تولیدی از اشباع هسته، ظاهر شده اند. در جدول ۲، رابطه و علت هر یک از مولفه های هارمونیک ایجاد شده فهرست شده است. با توجه به شکل ۸ و همچنین جدول ۲، مشخص است که در جریان استاتور، مولفه های فرد مضرب ۳ از قبیل ۱۵۰ و ۴۵۰ هرتز وجود ندارند که این موضوع به دلیل اتصال ستاره سیم پیچ های استاتور با نقطه خنثی باز است.

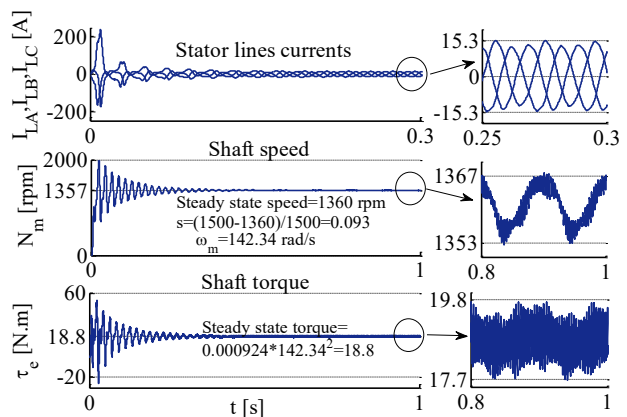
۱۰- اعتبارسنجی از طریق شبیه سازی المان محدود

به منظور اعتبارسنجی روش ارائه شده در این مقاله، ماشین شبیه سازی شده با مشخصات مندرج در جدول ۱ از طریق نرم افزار مکسول به روش المان محدود شبیه سازی شده است. برای این منظور، منحنی مغناطیس شوندهی استفاده شده در بخش قبل، در غالب معرفی یک هسته جدید به نرم افزار اعمال، و مانور راه اندازی با گشتاور مندرج در (۵۰) از طریق نرم افزار فوق تا مدت زمان ۵/ ثانیه شبیه سازی شده تا عملکرد ماشین در حالت گذرا و ماندگار مقایسه گردد. اتصال سیم پیچی استاتور نیز به صورت ستاره با نقطه خنثی باز فرض شده و به منظور استفاده از تحلیل المان محدود دوبعدی، نتایج حاصله از شبیه سازی با روش پیشنهادی بدون مورب سازی دندانه های روتور، مجدداً انجام و نتایج آن با تحلیل المان محدود دوبعدی به دست آمده از نرم افزار مکسول مقایسه شده است. در شکل ۱۱ ساختار ماشین در محیط نرم افزار مکسول و در شکل ۱۲ شکل موج گشتاور ماشین در مانور راه اندازی که از هر دو روش توصیف شده و المان محدود حاصل شده، نشان داده شده است. همان طور که مشخص است تطابق قابل قبولی بین نتایج حاصله دیده می شود. در شکل ۱۳، طیف فرکانسی جریان حالت ماندگار استاتور که از تحلیل المان محدود حاصل شده نیز نشان داده شده است. با مقایسه این شکل با بخش فوقانی شکل ۸، واضح است که مولفه های فرکانسی یکسانی حاصل شده است. به عنوان یک نتیجه کلیدی، زمان محاسبات انجام شده از طریق روش پیشنهادی، بسیار کمتر از روش المان محدود حاصل شده (در حدود یک دهم) که از نقاط قوت روش پیشنهادی در مقایسه با روش المان محدود است.

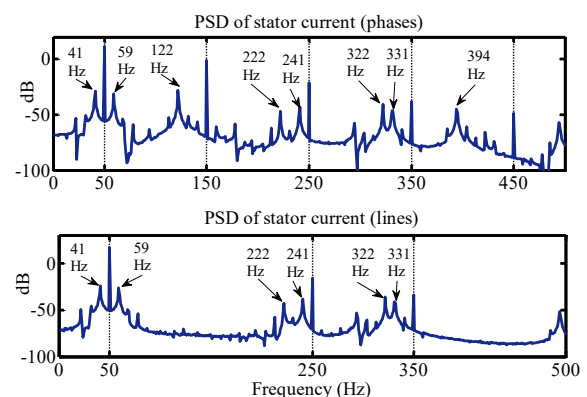


شکل ۱۱: ساختار ماشین شبیه سازی شده در نرم افزار مکسول با نمایش خطوط شار و چگالی شار در یک لحظه از حالت ماندگار

نمی گردند. اکنون برای نمایش این موضوع، با در نظر گرفتن توزیع سیم پیچی قطب های استاتور در سه شیار (به جای شش شیار)، و قرار گیری ۲۲ دور در هر شیار (به جای ۱۱ دور)، سیم پیچی استاتور به صورت تک لایه مدل سازی گردیده و بخشی از نتایج شبیه سازی در شکل های ۹ و ۱۰ آورده شده است. در شکل ۹، جریان خطوط استاتور، سرعت و گشتاور ماشین و در شکل ۱۰، طیف هارمونیک جریانی یک فاز استاتور و یک خط از آن به عنوان نمونه آورده شده است. مشخصه گشتاور و سرعت نیز مطابق رابطه (۵۰) و شرایط عملکردی ماشین مطابق با شرایط شبیه سازی شده در بخش قبل است. با توجه به نتایج، لغزش حالت ماندگار ماشین به ۹/۳ درصد رسیده و گشتاور حالت ماندگار نیز از رابطه (۵۰) به خوبی تبعیت داشته است. جریان حالت ماندگار استاتور نیز در حدود ۵۸ درصد حالت اتصال ستاره است که همان نسبت جریان خطوط در دو اتصال است.



شکل ۹: جریان خطوط استاتور، سرعت ماشین و گشتاور شفت در حالت استاتور مثلث با سیم پیچی تک لایه



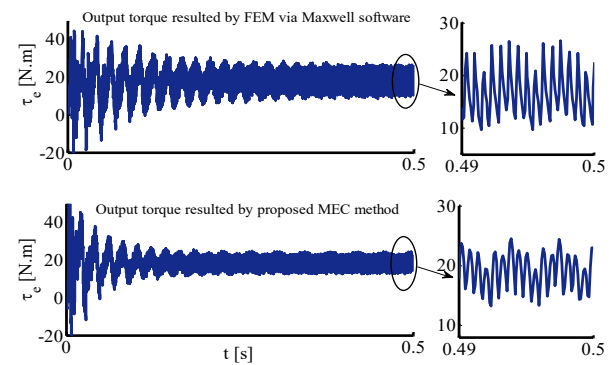
شکل ۱۰: طیف فرکانسی جریان فازهای استاتور و خطوط آن در اتصال مثلث سیم پیچ های استاتور بر حسب دسی بل

با توجه به شکل ۱۰، مشاهده می شود که برخلاف نتایج حاصله از اتصال ستاره با نقطه خنثی باز، در جریان فاز، مولفه های ۱۵۰ و ۴۵۰ هرتز که همان مولفه های فرد مضرب سه هستند وجود داشته ولی این مولفه ها، مطابق انتظار در جریان خط ظاهر نمی گردند.

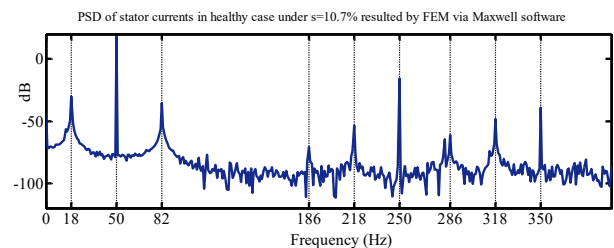
در این مقالات، استفاده از مدل مدار معادل مغناطیسی، بررسی دقیق تر عملکرد کنترل کننده های مربوطه را نتیجه خواهد داد. به عنوان یک نکته قابل توجه دیگر، دقت تحلیل المان محدود به پارامترهایی از قبیل نحوه و ابعاد مش بندی و همچنین گام زمانی تحلیل است و از روشی کاملاً متفاوت با روش های دیگر از جمله روش مدار معادل مغناطیسی پیروی می کند. بدیهی است که در این شرایط امکان تولید نتایج کاملاً یکسان، به دو روش المان محدود و مدار معادل مغناطیسی وجود نداشته و وجود اختلاف در نتایج امری بدیهی است. مسئله مهم، حصول جواب هایی با ماهیت یکسان از نقطه نظر مولفه های هارمونیک، دامنه مولفه ها و همچنین علائم یکسانی است که در شکل موج کمیت ها ایجاد می گردد. تجربه حاصل از شبیه سازی های متعدد نشان داده که بیشترین اختلاف بین نتایج حاصل از تحلیل به دو روش متفاوت، در شکل موج گشتاور حاصل می شود که نسبت به سایر کمیت ها از قبیل جریان و شار، حساسیت بیشتری دارد. به همین دلیل برای مقایسه نتایج حاصل از متد پیشنهادی، از شکل موج گشتاور نشان داده شده در شکل ۱۰ استفاده شده و همانطور که مشاهده می شود، اختلافی در دامنه ریبیل گشتاور دیده می شود. این موضوع به دلیل دقت بالاتر روش المان محدود در محاسبات مربوط به رلوکتانس فاصله هوایی بین دندانه های روتور و استاتور (که در روش این مقاله از طریق رابطه (۹) محاسبه می شود) و همچنین دقت بالاتر محاسبات شار ناشی است. از این رو، اگرچه روش المان محدود همواره پاسخ های دقیق تری را نسبت به سایر روش ها ارائه می کند ولی همانگونه که بیان شد، حجم محاسباتی بسیار سنگین این روش، سبب توجه محققین به سایر روش هایی است که دقت لازم در محاسبات و مدل سازی ماشین های الکتریکی را ارائه کنند. یکی از این روش ها، مدار معادل مغناطیسی است که در این مقاله ارائه و ترکیب معادلات مغناطیسی و الکتریکی آن برای حل هم زمان و تحلیل کامل دینامیک ماشین، به عنوان نوآوری ارائه گردید.

۱۱- نتیجه گیری

در این مقاله، از مدار معادل مغناطیسی برای مدل سازی یک ماشین القایی با روتور سیم پیچی شده استفاده و اعتبار سنجی آن از طریق تحلیل المان محدود به انجام رسید. حل هم زمان معادلات مغناطیسی و معادلات الکتریکی از طریق یکسان سازی آن ها به روش دوزنقه ای، مهم ترین نقطه قوت این تحقیق در مقایسه با سایر تحقیقات مشابه به شمار می رود که این موضوع اجازه شبیه سازی کامل رفتار دینامیکی ماشین با کمترین پیچیدگی را فراهم می کند. در نظر گرفتن اشباع هسته، مورب سازی دندانه های روتور، جامعیت مدل در تعداد قطب و شیار و در نظر گرفتن کلیه اثرات هارمونیک ماشین از دیگر نقاط قوت روش استفاده شده در این مقاله است. ضمن این که تعمیم و تغییر روش ارائه شده برای سایر انواع ماشین های نیز امکان پذیر است که آن را به عنوان یک روش بسیار کارآمد در تحلیل و طراحی ماشین های الکتریکی معرفی خواهد کرد.



شکل ۱۲: شکل موج گشتاور در مانور راه اندازی حاصل شده از هر دو روش



شکل ۱۳: طیف جریان استاتور، حاصل شده از تحلیل المان محدود

همان گونه که در شکل موج های جریان، سرعت، گشتاور و همچنین شار و چگالی شار ماشین که در غالب شکل های مختلف در متن مقاله نشان داده شده اند، وجود نوسانات و مولفه های هارمونیک در کمیت های فوق مشهود است. این نوسانات و هارمونیک ها در مطالعاتی که از طریق روش های کلاسیک از جمله تبدیلات پارک انجام می شود قابل بررسی نبوده و لذا روش هایی از قبیل تحلیل المان محدود، تئوری تابع سیم پیچی و همچنین مدار معادل مغناطیسی، مورد استفاده محققین در مدل سازی انواع ماشین های الکتریکی قرار گرفته است. از یک طرف، تحلیل المان محدود با وجود توانایی بسیار بالا در مدل سازی ماشین های الکتریکی، دارای حجم محاسباتی بسیار سنگین و مدت زمان طولانی تحلیل، به ویژه زمانی که اثر اشباع هسته از طریق هسته با مشخصه مغناطیسی غیرخطی مدل می گردد، است که استفاده از آن را محدود می کند. از طرفی دیگر، در تحلیل به روش المان محدود، به دلیل عدم امکان پیاده سازی کنترل کننده ها و ادوات الکترونیک قدرت موجود در محرکه های ماشین های الکتریکی، مطالعات مربوط به بخش محرکه های الکتریکی غالباً از طریق مدل ایدئال ماشین های الکتریکی انجام می گردد که این موضوع سبب عدم در نظر گرفتن اثرات هارمونیک ماشین در عملکرد این محرکه ها می گردد. به همین دلیل استفاده از روش مدار معادل مغناطیسی در طراحی محرکه های متصل به ماشین و بررسی دقیق تر عملکرد آن یک ابزار کارآمد در این منظور خواهد بود. به عنوان دو نمونه از تحقیقات مرتبط با این موضوع، در [۱۷ و ۱۸] برای کنترل سرعت ماشین القایی روتور سیم پیچی شده، به طراحی کنترل کننده های مربوطه پرداخته شده لیکن از مدل ایدئال ماشین استفاده و در نتیجه، عملکرد کنترل کننده بدون اثرات هارمونیک ماشین بررسی شده است.

مراجع

- [15] Nazarzadeh J, Naeini V. Magnetic reluctance method for dynamical modeling of squirrel cage induction machines. In: Chomat M, (editor). Electrical machines and drives, Intech Publication; 2011. ISBN: 978-953-307-548-8. doi: <http://www.dx.doi.org/10.5772/14798>. Availableat: www.intechopen.com/books/electric-machines-and-drives/magnetic-reluctance-method-for-dynamical-modeling-of-squirrel-cage-induction-machines.
- [16] Ostovic V. Dynamic of saturated electric machines. New York, NY: Springer- verlag; 1989.
- [۱۷] طاهر عابدین زاده، مهدی احسان، محمد رضا جاهد، «یک روش جدید برای کنترل ماشین القایی تغذیه دوگانه بدون نیاز به سنسور به روش SVM-DTC»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۵، شماره ۲، صفحه ۱۰۷-۹۹، ۱۳۹۴.
- [۱۸] محسن ناصری، محمدرضا عزیزیان، رحیم عجیبی فرشباغ، «یک ساختار ترکیبی برای کنترل توان لغزش موتور القایی روتور سیم پیچی شده با کنترل بدون حسگر سرعت»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۱، شماره ۲، صفحه ۷۳-۶۱، ۱۳۹۰.
- فهرست علائم اختصاری به کار رفته در مدار معادل مغناطیسی**
- | سمبل | توصیف |
|----------|---|
| Ats | کمترین مساحت عبور شار در دندانه های استاتور |
| Atr | کمترین مساحت عبور شار در دندانه های روتور |
| Ays | مساحت عبور شار در یوغ استاتور |
| Ayr | مساحت عبور شار در یوغ روتور |
| BTS_i | چگالی شار i امین دندانه استاتور |
| BTR_i | چگالی شار i امین دندانه روتور |
| Dsi | قطر داخلی استاتور |
| Dro | قطر بیرونی روتور |
| Dso | قطر بیرونی استاتور |
| Gij | پرمیانسی بین i امین دندانه استاتور با j امین دندانه روتور |
| l | طول محوری ماشین |
| lys | طول بخش های یوغ استاتور |
| lyr | طول بخش های یوغ روتور |
| lts | طول دندانه های استاتور |
| ltr | طول دندانه های روتور |
| N_m | سرعت روتور |
| Ns | تعداد دور در هر قطب از هر فاز استاتور |
| Nr | تعداد دور در هر قطب از هر فاز روتور |
| ns | تعداد دندانه/شیار استاتور |
| nr | تعداد دندانه/شیار در روتور |
| P | تعداد قطب های ماشین |
| $Rysi$ | رلوکتانس i امین بخش یوغ استاتور |
| $Ryri$ | رلوکتانس i امین بخش یوغ روتور |
| $Rtsi$ | رلوکتانس i امین دندانه استاتور |
| $Rtri$ | رلوکتانس i امین دندانه روتور |
| R_{as} | مقاومت اهمی هر فاز استاتور |
| R_{ar} | مقاومت اهمی هر فاز روتور |
| usi | ولتاژ i امین دندانه استاتور |
| uri | ولتاژ i امین دندانه روتور |
| wst | پهنای دندانه استاتور |
- [1] A.C. Smith, S. Williamson, and J.R. Smith, "Transient currents and torques in wound-rotor induction motors using the finite-element method," *Electric Power Applications, IEE proceedings B.*, vol. 137, no. 3, pp. 160-173, 1990.
- [2] J. Faiz, B. M. Ebrahimi, B. Akin, and H.A. Toliyat, "Finite Element Transient Analysis of Induction Motors Under Mixed Eccentricity Fault", *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 44, no.1, pp. 66-74, 2008.
- [3] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik and A. Rezzoug, "Comparison Between Finite-Element Analysis and Winding Function Theory for Inductances and Torque Calculation of a Synchronous Reluctance Machine," *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 43, no. 8, pp. 3406-3410, 2007.
- [4] J. Faiz and I. Tabatabaee, "Extension of Winding Function Theory for Non-uniform Air Gap in Electrical Machinery," *IEEE Transaction on Magnetics*, vol.38, no.6, pp. 3654 – 3657, 2002.
- [5] S. Saied, K. Abbaszadeh and A. Tenconi, "Improvement of Winding Function Theory for PM Machine Analysis," *International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives*, Malaga, Spain, pp. 1-6, 2011.
- [6] P. Naderi, "Eccentricity Fault Diagnosis and Torque Ripple Analysis of a Four-pole Synchronous Reluctance Machine in Healthy and Faulty Conditions," *Electric power component and systems*, vol. 43, no.11, pp. 1236-1245, 2015.
- [7] P. Naderi and A. Shiri, "Pole Arc Skewing Analysis of Synchronous Reluctance Machine Using Discrete Method Combined with Winding Function Approach," *The applied computational electromagnetic society*, vol.30, no.7, pp. 731-739, 2015.
- [8] P. Naderi and A. Taheri, "Slot Numbering and Distributed Winding Effects Analysis on the Torque/Current Spectrum of Three-Phase-Wound-Rotor Induction Machine, using Discrete Modeling Method," *Electric power component and systems*, vol. 43, no.15, pp. 1236-1245, 2015.
- [9] P. Naderi, "Torque/current spectral analysis for healthy and eccentricity faulty synchronous reluctance machine using mathematical modeling method," *International Transactions on Electrical Energy Systems*, vol. 25, no.12, pp. 1625-1645, 2015.
- [10] R. Roshanfekar, A. Jalilian, "Analysis of rotor and stator winding inter-turn faults in WRIM using simulated MEC model and experimental results," *Electric Power System Research*, vol. 119, pp. 418-424, 2015.
- [11] P. Naderi, "Inter-turn short-circuit fault detection in Saturable squirrel-cage induction motor using magnetic equivalent circuit model," *The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, vol. 35, no. 1, pp. 245-269, 2016.
- [12] J. Faiz, M. Ghasemi-Bijan and B. M. Ebrahimi, "Modeling and Diagnosing Eccentricity Fault Using Three-dimensional Magnetic Equivalent Circuit Model of Three-phase Squirrel-cage Induction Motor," *Electric power component and systems*, vol. 43, no. 11, pp. 1246-1256, 2015.
- [13] R. Wang, S. Pekarek, M. L. Bash, A. Larson, R. V. Maaren, "Incorporating Dynamics in a Mesh Based Magnetic Equivalent Circuit Model of Synchronous Machines," *Ieee Transactions on Energy Conversion*, vol. 30, no. 3, pp. 821-832, 2015.
- [14] R. Wang, S. Pekarek, M. L. Bash, A. Larson, R. V. Maaren, "Incorporating Skew in a Magnetic Equivalent Circuit Model of Synchronous Machines," *IEEE Transaction on energy conversion*, vol. 30, no. 2, pp. 816-817, 2015.

$$W_{cs} = \begin{bmatrix} a & 0 & -a \\ a & 0 & -a \\ a & 0 & -a \\ a & a & 0 \\ a & a & 0 \\ a & a & 0 \\ 0 & a & a \\ 0 & a & a \\ -a & 0 & a \\ -a & 0 & a \\ -a & 0 & a \\ -a & -a & 0 \\ -a & -a & 0 \\ 0 & -a & -a \\ 0 & -a & -a \\ 0 & -a & -a \\ a & 0 & -a \\ a & 0 & -a \\ a & 0 & -a \\ a & a & 0 \\ a & a & 0 \\ a & a & 0 \\ 0 & a & a \\ 0 & a & a \\ 0 & a & a \\ -a & 0 & a \\ -a & 0 & a \\ -a & 0 & a \\ -a & -a & 0 \\ -a & -a & 0 \\ -a & -a & 0 \\ 0 & -a & -a \\ 0 & -a & -a \\ 0 & -a & -a \end{bmatrix}, MCFST = \begin{bmatrix} a & 0 & 2a \\ 2a & 0 & a \\ 3a & 0 & 0 \\ 4a & a & 0 \\ 5a & 2a & 0 \\ 6a & 3a & 0 \\ 6a & 4a & a \\ 6a & 5a & 2a \\ 6a & 6a & 3a \\ 5a & 6a & 4a \\ 4a & 6a & 5a \\ 3a & 6a & 6a \\ 2a & 5a & 6a \\ a & 4a & 6a \\ 0 & 3a & 6a \\ 0 & 2a & 5a \\ 0 & a & 4a \\ 0 & 0 & 3a \\ a & 0 & 2a \\ 2a & 0 & a \\ 3a & 0 & 0 \\ 4a & a & 0 \\ 5a & 2a & 0 \\ 6a & 3a & 0 \\ 6a & 4a & a \\ 6a & 5a & 2a \\ 6a & 6a & 3a \\ 5a & 6a & 4a \\ 4a & 6a & 5a \\ 3a & 6a & 6a \\ 2a & 5a & 6a \\ a & 4a & 6a \\ 0 & 3a & 6a \\ 0 & 2a & 5a \\ 0 & a & 4a \\ 0 & 0 & 3a \end{bmatrix}$$

$$W_{cr} = \begin{bmatrix} b & 0 & -b \\ b & 0 & -b \\ b & 0 & -b \\ b & b & 0 \\ 0 & b & b \\ 0 & b & b \\ -b & 0 & b \\ -b & 0 & b \\ -b & -b & 0 \\ -b & -b & 0 \\ 0 & -b & -b \\ 0 & -b & -b \\ b & 0 & -b \\ b & 0 & -b \\ b & 0 & -b \\ b & b & 0 \\ 0 & b & b \\ 0 & b & b \\ 0 & b & b \\ -b & 0 & b \\ -b & 0 & b \\ -b & -b & 0 \\ -b & -b & 0 \\ 0 & -b & -b \\ 0 & -b & -b \\ 0 & -b & -b \end{bmatrix}, MCFRT = \begin{bmatrix} b & 0 & b \\ 2b & 0 & 0 \\ 3b & b & 0 \\ 4b & 2b & 0 \\ 4b & 3b & b \\ 4b & 4b & 2b \\ 3b & 4b & 3b \\ 2b & 4b & 4b \\ b & 3b & 4b \\ 0 & 2b & 4b \\ 0 & b & 3b \\ 0 & 0 & 2b \\ b & 0 & b \\ 2b & 0 & 0 \\ 3b & b & 0 \\ 4b & 2b & 0 \\ 4b & 3b & b \\ 4b & 4b & 2b \\ 3b & 4b & 3b \\ 2b & 4b & 4b \\ b & 3b & 4b \\ 0 & 2b & 4b \\ 0 & b & 3b \\ 0 & 0 & 2b \end{bmatrix}$$

wrt	پهنای دندان روتور
ws0	پهنای دهانه شیار استاتور
wro	پهنای دهانه شیار روتور
θ_m	موقعیت روتور
ϕ_{tsi}	شار i امین دندان استاتور
ϕ_{tri}	شار i امین دندان روتور
ϕ_{ysi}	شار i امین بخش یوغ استاتور
ϕ_{yri}	شار i امین بخش یوغ روتور
σ_s	هدایت الکتریکی مدل شده برای دهانه های شیار استاتور
σ_r	هدایت الکتریکی مدل شده برای دهانه های شیار روتور
τ_e	گشتاور تولیدی
τ_L	گشتاور بار
ω_m	سرعت روتور

توصیف بردارهای به کار رفته در مدار معادل مغناطیسی

$\phi_{ts} = [\phi_{ts1} \ \phi_{ts2} \ \dots \ \phi_{ts,ns}]$	شار دندانهای استاتور
$\phi_{tr} = [\phi_{tr1} \ \phi_{tr2} \ \dots \ \phi_{tr,nr}]$	شار دندانهای روتور
$\phi_{ys} = [\phi_{ys1} \ \phi_{ys2} \ \dots \ \phi_{ys,ns}]$	شار بخش های یوغ استاتور
$\phi_{yr} = [\phi_{yr1} \ \phi_{yr2} \ \dots \ \phi_{yr,nr}]$	شار بخش های مختلف یوغ روتور
$us = [us1 \ us2 \ \dots \ us,ns]$	ولتاژ دندانهای استاتور
$ur = [ur1 \ ur2 \ \dots \ ur,nr]$	ولتاژ دندانهای روتور
$I_s = [I_A \ I_B \ I_C]$	جریان استاتور
$I_r = [I_a \ I_b \ I_c]$	جریان روتور
$V_s = [V_A \ V_B \ V_C]$	ولتاژ سیم پیچ های استاتور
$a = \frac{N_s}{6}, b = \frac{N_r}{4}$	ولتاژ سیم پیچ های روتور

ضمیمه

با توجه به وجود N_r و N_s دور در هر قطب از هر فاز استاتور و روتور و همچنین توزیع هر قطب استاتور و روتور به ترتیب در ۶ و ۴ شیار:

$$a = \frac{N_s}{6}, b = \frac{N_r}{4}$$

ماتریس های مربوط به تعداد دور در هر شیار و همچنین مربوط به توابع دور ماشین شبیه سازی شده با اطلاعات مندرج در جدول ۱، و با فرض سیم پیچی دولایه در روتور و استاتور، به شرح زیر هستند: