

طراحی کنترل کننده فازی- تطبیقی بهینه برای کنترل ربات‌های با بازوی انعطاف پذیر

امید سید موسوی^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد، محمد فرخی^۲، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت ایران- تهران- ایران -omid_mousavi@yahoo.com

۲- دانشکده مهندسی برق- دانشگاه علم و صنعت ایران- تهران- ایران -farrokhi@iust.ac.ir

چکیده: در این مقاله، کنترل کننده فازی-تطبیقی برای کنترل موقعیت ربات‌های با بازوی انعطاف پذیر ارائه خواهد شد. از مزایای عمده این کنترل کننده عدم نیاز به دینامیک سیستم به صورت معادلات دیفرانسیل به فرم بسته است. علاوه بر آن، به دلیل تطبیقی بودن، کنترل کننده پیشنهادی می‌تواند با هرگونه تغییرات در پارامترهای سیستم و نویز اندازه‌گیری مقابله کند. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده تطبیقی ارائه شده نسبت به روش‌های غیرتطبیقی همانند کنترل کننده فازی-ممدانی و روش کلاسیک گشتاور محاسباتی مقاوم‌تر است. علاوه بر آن، به علت ماهیت تطبیقی، کنترل کننده پیشنهادی با تعداد توابع عضویت کمتری برای ورودی‌ها و خروجی کنترل کننده و همچنین قواعد فازی اگر-آنگاه کمتر نسبت به روش فازی-ممدانی، می‌تواند تشکیل شود. پایداری کنترل کننده پیشنهادی با استفاده از روش پایداری لیپانوف و نقاط تکین ربات مورد تجزیه و تحلیل قرار خواهد گرفت.

واژه‌های کلیدی: بازوی انعطاف پذیر، کنترل کننده‌های فازی-تطبیقی، نقاط تکین، گرادیان نزولی، پایداری لیپانوف.

Optimal Fuzzy-Adaptive Controller Design for Manipulators with Flexible Links

O. S. Mosavi and M. Farrokhi

Faculty of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

Abstract: This paper presents adaptive neuro-fuzzy controller to control the position of manipulators with flexible links. The main advantage of this controller is that there is no need for differential equations of the system in closed-form. Moreover, since the controller is trained on-line, it can adapt itself to the changes in the system parameters and measurement noises. Simulation results show that the proposed method is more robust as compared to the non-adaptive control schemes such as the computed torque method. In addition, due to the adaptability property of the proposed controller, it can be constructed with less number of membership functions for inputs and output of the controller as well as fewer fuzzy IF-THEN rules as compared to the fuzzy-Mamdani controllers. Stability of the proposed controller is shown using the Lyapunov method and singular points of the robot.

Keywords: Flexible links, Fuzzy-adaptive controllers, Singular points, Gradient descent, Lyapunov stability.

۱- مقدمه

وجود انعطاف‌پذیری در ربات‌ها و یا شناور بودن آنها از مسائلی است که پژوهشگران در بسیاری از کاربردهای رباتیک بر روی آن تحقیق می‌کنند. ربات‌هایی که جرم و سختی کمی دارند یا از سازه‌های سبک ساخته می‌شوند دارای وزن کمتری نسبت به انواع دیگر ربات‌ها بوده و از محرک‌های کوچکتری بهره می‌گیرند. لذا هزینه ساخت و حمل و نقل آنها نسبت به ربات‌های دیگر کمتر است [۱]. لیکن به علت سبکی وزن این‌گونه ربات‌ها، انعطاف در طول بازو پیش می‌آید که به علت عدم شناخت دقیق از روابط و پارامترهای انعطاف، طراحی کنترل‌کننده پیچیده‌تر خواهد شد. مشکل اصلی در این ربات‌ها ناشناخته بودن دینامیک دقیق و تعداد بیشتر پارامترهای کنترلی نسبت به سیگنال‌های کنترلی است [۲]. به‌عنوان نمونه، در رباتی با دو بازوی انعطاف‌پذیر به ازای دو ورودی گشتاور، چهار خروجی (یعنی زاویه و انعطاف دو بازو) وجود دارند که باید کنترل شوند.

مدل‌های دینامیکی مختلفی در مقالات برای ربات‌هایی با بازوی انعطاف‌پذیر ارائه شده‌اند لیکن در بسیاری از آنها به فرم صریحی از دینامیک اشاره نشده است. مرجع [۳] دینامیک صریحی از معادلات دیفرانسیل با استفاده از روش لاگرانژ و نرم‌افزار نمادین MACSYMA ارائه کرده است. در مرجع [۴] مدل ریاضی بازوی انعطاف‌پذیری که به‌طور پیوسته بر روی پایه‌ای در صفحه افقی می‌چرخد و تحت تغییرات زیاد در تغییر شکل می‌باشد، ارائه شده است. از روش اجزای محدود نیز برای مدل‌سازی بازوهای انعطاف‌پذیر استفاده شده است [۵]. اگر چه این روش از دقت بالایی برخوردار است، حجم محاسبات آن بسیار زیاد می‌باشد. علاوه بر آن، در اثر تغییر پارامترهای سیستم در طول زمان، کارایی آن بسیار کاهش می‌یابد.

کنترل ربات‌هایی با تک بازوی انعطاف‌پذیر به وفور توسط پژوهشگران انجام شده است [۶-۱۶]. لیکن، کنترل ربات‌هایی با دو بازوی انعطاف‌پذیر به دلیل پیچیدگی سیستم کمتر بررسی شده است [۱۷] و [۱۸]. این‌گونه ربات‌ها دارای چهار ورودی و دو خروجی‌اند که خطی‌سازی مدل آن‌ها با مشکلات فراوانی روبه‌رو است. به طور کلی، کنترل این سیستم غیرخطی با استفاده از روش‌های کلاسیک مسئله‌ای دشوار است به‌ویژه که حرکت بازوها در صفحه عمودی باشد؛ زیرا در این حالت، نیروی جاذبه اثر بسیار نامطلوبی بر روی نوسانات بازوها دارد که عمل کنترلی را بسیار پیچیده‌تر می‌کند.

روش کنترل گشتاور محاسباتی، که در آن از اطلاعات دینامیک ربات استفاده می‌شود، در واقع نوعی خطی‌سازی انجام می‌دهد. این روش وابستگی کاملی به دینامیک دارد و طراحی آن محاسبات زیادی دارد [۱۹]. علاوه بر آن، این کنترل‌کننده به صورت قطع-خط طراحی شده و لذا با تغییرات زیاد در پارامترهای سیستم امکان ناپایداری آن

وجود دارد. مضافاً، در مسائل غیرخطی پیچیده، ارائه مدل دقیقی از دینامیک سیستم دشوار و یا غیر ممکن است. لذا طراحی کنترل‌کننده‌هایی که مستقل از دینامیک باشند لازم به نظر می‌رسد [۲۰]. از طرفی، کنترل‌کننده تطبیقی به کنترل‌کننده‌ای گفته می‌شود که بتواند خود را با تغییرات غیرقابل پیش‌بینی در سیستم و یا محیط آن (از قبیل نویز اندازه‌گیری و اغتشاشات خارجی) وفق دهد. این مفهوم همواره بسیار مورد توجه مهندسان کنترل بوده است زیرا سیستمی که تطبیق‌پذیری زیاد داشته باشد می‌تواند خود را علاوه بر تغییرات محیطی با خطاها و عدم قطعیت‌های معقول وفق داده و عیب‌های اجزای درون سیستم را بر طرف کند؛ به این ترتیب ضریب اطمینان سیستم افزایش خواهد یافت [۲۱]. در مرجع [۲۲]، کنترل‌کننده تطبیقی برای رباتی با دو بازوی انعطاف‌پذیر طراحی شده است که در آن بازوهای ربات حرکت افقی دارند و لذا نیروی جاذبه بر انعطاف بازوها اثری ندارد.

در مرجع [۲۳] از روش «سختی متغیر»^۱ برای کنترل نوسانات دو بازوی انعطاف‌پذیر آزمایشگاهی استفاده شده است. از این روش در مرجع [۵] نیز برای کنترل نوسانات دو بازوی انعطاف‌پذیر آزمایشگاهی استفاده شده است که در آن ضمن دستیابی به مقاومت بیشتر روش کنترلی در مقابل تغییر پارامترهای سیستم، دارای اجزای سخت‌افزاری کمتری نیز می‌باشد.

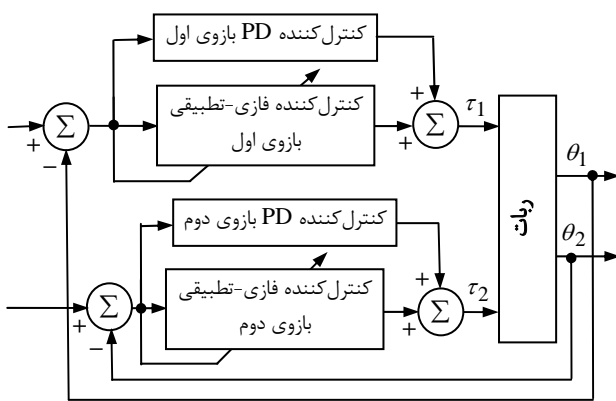
در مرجع [۲۴] کنترل موقعیت/نیروی دو بازوی انعطاف‌پذیر با استفاده از الگوریتم سینماتیک وارون حلقه-بسته و کنترل‌کننده PD در فضای مفصلی انجام شده است. در مرجع [۲۵] نیز کنترل ترکیبی موقعیت/نیروی دو بازوی انعطاف‌پذیر همکار برای جابه‌جایی جسمی در فضای سه بعدی با استفاده از روش کنترلی بر مبنای سینماتیک و دینامیک ربات هنگامی که بازوها تشکیل زنجیره سینماتیکی بسته را می‌دهند، انجام شده است. در مرجع [۲۶] از دو بازوی انعطاف‌پذیر برای گرفتن جسمی در فضا استفاده شده است. در این مقاله، بازوها قبل از برخورد با جسم کنترل نمی‌شوند و پس از برخورد با آن توسط کنترل‌کننده PD پایدارسازی می‌شوند. در مرجع [۲۷] از روش کنترلی تحت نظارت با بهره‌گیری از قواعد زبانی برای رباتی آزمایشگاهی با دو بازوی انعطاف‌پذیر استفاده شده است.

کنترل‌کننده فازی- تطبیقی پیشنهادی در این مقاله، با دریافت اطلاعات زاویه و انعطاف بازوها به صورت وصل-خط (برخط) گشتاورهای لازم را تولید می‌کند. این کنترل‌کننده، ضمن دارا بودن مزیت کنترل‌کننده‌های فازی، به علت ساختار تطبیقی، نسبت به تغییر پارامترهای سیستم و نویز اندازه‌گیری مقاوم است.

آن‌ها را به صورت وصل-خط دریافت کرده و بعد از تنظیم پارامترهای آزاد، خود گشتاور مناسب را به منظور ردیابی زاویه‌ها و حداقل کردن انعطاف بازوها تولید می‌کند. کنترل کننده طراحی شده ترکیبی از یک کنترل کننده فازی-تطبیقی و یک کنترل کننده PD است. استفاده از کنترل کننده PD به این جهت است که هنگامی که خطای موقعیت بازوی ربات خیلی زیاد باشد، تغییرات در پارامترهای کنترل کننده فازی-تطبیقی بسیار زیاد می‌شود که این امر می‌تواند ورودی با تغییرات و دامنه زیاد به ربات اعمال کند که در نهایت باعث ناپایداری سیستم شود. کنترل کننده PD به سرعت بازوی ربات را به حوالی نقطه کار برده و مانع از ناپایداری در کنترل کننده فازی-تطبیقی می‌شود. علاوه بر آن، از آنجایی که کنترل کننده پیشنهادی به صورت تطبیقی عمل می‌کند نیازی به محاسبه دقیق ضرایب PD با استفاده از روش‌هایی نظیر زیگلر- نیکولز نیست و صرفاً انتخاب مقادیر مثبت و تجربی برای آن‌ها به طوری که سیستم را ناپایدار نکند، کافی است. در واقع، با انتخاب غیردقیق ضرایب کنترل کننده PD با توجه به تطبیقی بودن کنترل کننده فازی، خطای ردیابی جبران خواهد شد ولی ممکن است زمان تطبیق طولانی‌تری داشته باشد.

برای هر یک از ورودی‌های کنترل کننده فازی- تطبیقی دو تابع عضویت گوسی در نظر گرفته شده است. بازه تغییرات توابع عضویت ورودی‌های خطای زاویه و انعطاف بازوها مطابق شکل (۲) برای هر دو کنترل کننده $[-0.05, 0.05]$ در نظر گرفته شده است. ورودی‌های کنترل کننده فازی-تطبیقی هر بازو خطای زاویه و خطای انعطاف همان بازو به همراه مشتق آن‌ها است.

شکل (۳) توابع عضویت ورودی‌های مشتق خطا را نشان می‌دهد. بازه تغییرات ورودی‌های مشتق خطای زاویه و انعطاف بازوها با فرض این‌که تا چهار درصد تغییرات داشته وجود داشته باشد $[-4, 4]$ در نظر گرفته شده است.



شکل (۱): بلوک دیاگرام کنترل کننده فازی- تطبیقی

یکی از معایب روش‌های فازی، تشکیل قواعد فراوان برای ورودی‌های متعدد و تعداد توابع عضویت زیاد است که در این مقاله این ضعف برطرف شده به طوری که کنترل کننده تطبیقی قادر است به صورت وصل-خط عمل کنترل را انجام دهد. بدین منظور، در کنترل کننده پیشنهادی، با تعریف فقط دو تابع عضویت فازی برای هر ورودی و ۱۶ قاعده اگر-آنگاه فازی، بازوی ربات با دو درجه آزادی به خوبی کنترل شده است. در صورتی که در کنترل کننده فازی-ممدانی، با فقط دو ورودی (یعنی موقعیت دو بازوی ربات) ۱۲۱ قاعده فازی ایجاد می‌شود. این در حالی است که برای کنترل کننده فازی-تطبیقی پیشنهادی چهار ورودی در نظر گرفته شده است. چنانچه ۴ ورودی برای کنترل کننده فازی-ممدانی در نظر گرفته شود، تعداد قواعد فازی به ۱۴۶۴۱ می‌رسد که حجم محاسباتی زیادی را در پی خواهد داشت.

در مجموع، کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله در واقع ترکیبی از کنترل کننده PD و کنترل کننده فازی-تطبیقی است. دلیل استفاده از کنترل کننده PD به این خاطر است که ساختار کنترل کننده فازی-تطبیقی بسیار ساده و خلاصه در نظر گرفته شده است (تنها ۱۶ قاعده برای هر بازو) به طوری که پیاده‌سازی عملی آن به سادگی امکان‌پذیر باشد. در نتیجه، در لحظات ابتدایی شروع به کار کنترل کننده، به دلیل عدم استفاده از هر گونه معادلات دینامیک سیستم، ممکن است نیاز به تغییرات بسیار زیاد در پارامترهای کنترل کننده باشد که می‌تواند منجر به ناپایداری سیستم حلقه- بسته شود.

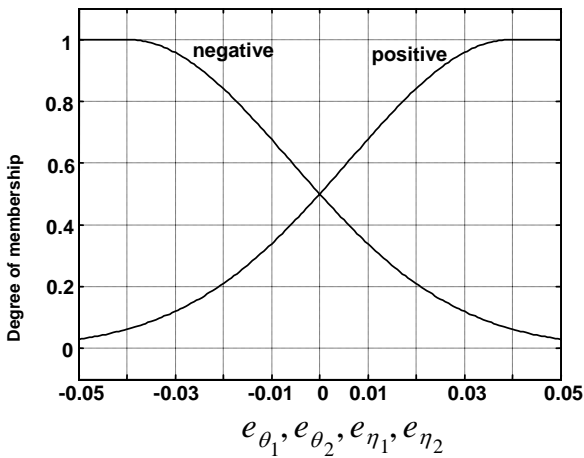
پایداری کنترل کننده پیشنهادی نیز با استفاده از روش پایداری لیاپانوف بررسی شده است. در شبیه‌سازی‌ها، نزولی بودن مشتق تابع لیاپانوف نشان داده شده است. علاوه بر آن، بر روی نقاط تکین ربات کار تحلیلی انجام شده است.

در ادامه این مقاله، ابتدا در بخش دوم، ساختار و طراحی کنترل کننده پیشنهادی ارائه خواهد شد. سپس، تحلیل پایداری کنترل کننده فازی- تطبیقی بر اساس روش پایداری لیاپانوف و تحلیل نقاط تکین ربات به ترتیب در بخش‌های ۳ و ۴ بحث خواهد شد. در بخش ۵، نتایج شبیه‌سازی و مقایسه آن‌ها ارائه خواهد شد. در بخش ۶، نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

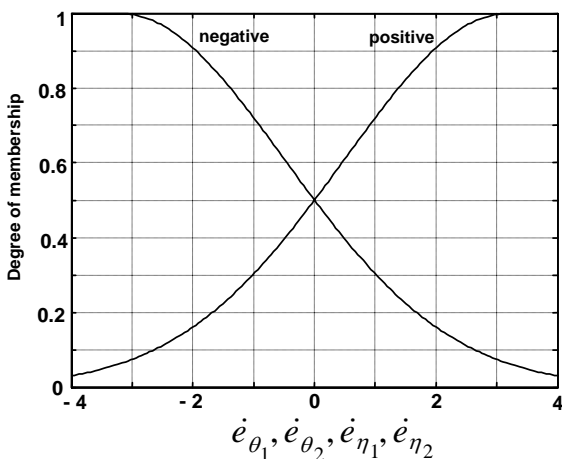
۲- طراحی کنترل کننده فازی-تطبیقی

بلوک دیاگرام کنترل کننده فازی-تطبیقی برای ربات با دو بازوی انعطاف‌پذیر در شکل (۱) نشان داده شده است. کنترل کننده فازی-تطبیقی طراحی شده برای هر بازو، دارای چهار ورودی خطای زاویه بازو، خطای انعطاف بازو، مشتق خطای زاویه بازو و مشتق خطای انعطاف بازو است. این کنترل کننده آخرین اطلاعات زوایا و انعطاف

که در آن α ضریب آموزش است. با استفاده از قاعده زنجیره‌ای و با توجه به این که تابع هدف، تابعی از خطای موقعیت و خطای انعطاف بازو است، رابطه اخیر به صورت زیر در می‌آید:



شکل (۲): توابع عضویت ورودی‌های خطای زاویه و خطای انعطاف هر دو کنترل کننده



شکل (۳): توابع عضویت ورودی‌های مشتق خطای زاویه و مشتق خطای انعطاف هر دو کنترل کننده

$$\bar{y}^{l_1 l_2 l_3 l_4}(k+1) = \bar{y}^{l_1 l_2 l_3 l_4}(k) - \alpha \left\{ \left(\frac{\partial J}{\partial e_1} \cdot \frac{\partial e_1}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau_{\text{Fuzzy}}}{\partial \bar{y}^{l_1 l_2 l_3 l_4}(k)} \right) + \left(\frac{\partial J}{\partial e_2} \cdot \frac{\partial e_2}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau_{\text{Fuzzy}}}{\partial \bar{y}^{l_1 l_2 l_3 l_4}(k)} \right) \right\} \quad (5)$$

که در آن θ زاویه و η انعطاف بازو است. معالات (۱) تا (۵) برای هر دو بازوی ربات به‌طور مستقل به‌کار برده می‌شوند.

پارامترهای آزاد کنترل کننده فازی- تطبیقی با استفاده از رابطه (۵) به‌روز می‌شوند. در نتیجه، گشتاور کل اعمالی به بازوها عبارت است از

برای قسمت تالی قواعد فازی در هر کنترل کننده، ۱۶ تابع عضویت با ۱۶ مرکز در نظر گرفته شده است. لذا ۳۲ مرکز تابع عضویت فازی برای دو کنترل کننده وجود دارد که این مراکز به‌عنوان پارامترهای آزاد کنترل کننده تطبیقی در نظر گرفته شده است. شکل (۴) توابع عضویت خروجی را نشان می‌دهد که برای هر دو کنترل کننده یکسان در نظر گرفته شده است. همچنین، بازه تغییرات خروجی در محدوده $[-200, 200]$ قرار داده شده است. البته با توجه به این که از فازی‌زدای میانگین مرکز استفاده شده است، فرم تابع عضویت قسمت تالی قواعد (توابع عضویت نشان داده شده در شکل (۴)) اهمیتی ندارد و فقط مرکز آن‌ها مهم است که در روش تطبیقی به‌روز می‌شوند. با استفاده از فازی‌گر تکین، فازی‌زدای میانگین مرکز، موتور استنتاج ضرب ممدانی و توابع عضویت گوسی، خروجی کنترل کننده فازی- تطبیقی هر بازوی ربات طبق رابطه ذیل به‌دست می‌آید [۲۸]:

$$\tau_{\text{Fuzzy}} = \frac{\sum_{l_1=1}^2 \sum_{l_2=1}^2 \sum_{l_3=1}^2 \sum_{l_4=1}^2 \bar{y}^{l_1 l_2 l_3 l_4} \left(\prod_{i=1}^4 \exp \left(\frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_i} \right)^2 \right)}{\sum_{l_1=1}^2 \sum_{l_2=1}^2 \sum_{l_3=1}^2 \sum_{l_4=1}^2 \left(\prod_{i=1}^4 \exp \left(\frac{x_i - \bar{x}_i}{\sigma_i} \right)^2 \right)} \quad (1)$$

که در آن x_i ($i=1, \dots, 4$) ورودی‌های کنترل کننده، \bar{x}_i و σ_i ($i=1, \dots, 4$) به ترتیب مرکز و عرض توابع عضویت برای i امین ورودی و $\bar{y}^{l_1 l_2 l_3 l_4}$ مرکز تابع عضویت قسمت تالی قواعد فازی است. در کنترل کننده پیشنهادی، پارامترهای آزاد مورد نظر، مرکز توابع عضویت خروجی سیستم فازی می‌باشند که به روش گرادیان نزولی به‌روز شده تا تابع هدف معینی کمینه شود. تابع هدفی که برای کنترل کننده به‌کار برده شده برابر است با:

$$J = \frac{1}{2} E \quad (2)$$

که در آن

$$E = e_1^2 + e_2^2 \quad (3)$$

که در آن e_1 خطای زاویه و e_2 خطای انعطاف بازو است. مرکز قسمت تالی قواعد فازی کنترل کننده با استفاده از روش گرادیان نزولی به شکل زیر به‌روز می‌شود:

$$\bar{y}^{l_1 l_2 l_3 l_4}(k+1) = \bar{y}^{l_1 l_2 l_3 l_4}(k) - \alpha \left[\frac{\partial J}{\partial \bar{y}^{l_1 l_2 l_3 l_4}(k)} \right] \quad (4)$$

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{y}(k) - \alpha \frac{\partial J}{\partial \mathbf{y}(k)} \quad (8)$$

در نتیجه تغییر پارامترها عبارت است از

$$\Delta \mathbf{y} = -\alpha \frac{\partial J}{\partial \mathbf{y}} \quad (9)$$

که در آن J تابع هزینه‌ای به صورت زیر است:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{e}^2 = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{e} \quad (10)$$

که در آن \mathbf{e} بردار خطا است و توسط طراح تعیین می‌شود. برای بررسی پایداری، تابع لیپانوف زیر در نظر گرفته می‌شود که مثبت معین است:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{e} \quad (11)$$

به منظور آن که کنترل کننده پایدار باشد باید مشتق تابع لیپانوف نسبت به زمان منفی شود. مشتق رابطه (۱۱) نسبت به زمان برابر است با:

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial t} = \mathbf{e}^T \dot{\mathbf{e}} \quad (12)$$

که در آن

$$\dot{\mathbf{e}} = \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial t} \quad (13)$$

با فرض این که تغییرات کمی حول نقطه کار (نقطه تعادل کنترل کننده) وجود داشته باشد، می‌توان به جای $\frac{\partial \tau}{\partial t}$ از فرم تفاضلی آن استفاده کرد. در نتیجه

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \Delta \tau = \left(\frac{\partial N}{\partial \mathbf{y}} \right)^T \Delta \mathbf{y} + \left(\frac{\partial N}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \Delta \mathbf{u} \quad (14)$$

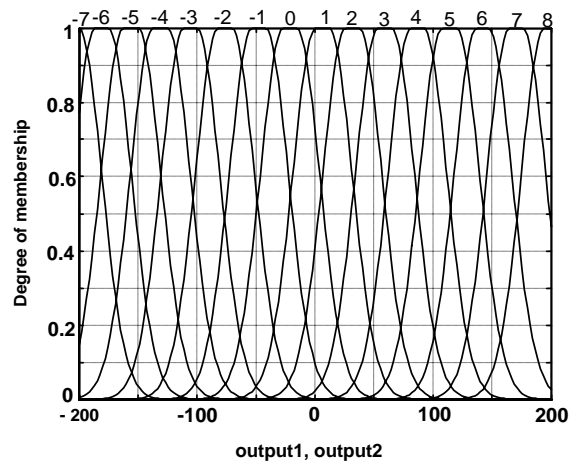
با قراردادن معادله (۱۸) در رابطه (۱۷) نتیجه خواهد شد

$$\dot{\mathbf{e}} = \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \tau} \left\{ \left(\frac{\partial N}{\partial \mathbf{y}} \right)^T \Delta \mathbf{y} + \left(\frac{\partial N}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \Delta \mathbf{u} \right\} \quad (15)$$

با فرض آن که حول نقطه تعادل تغییرات کمی وجود داشته باشد می‌توان نوشت

$$\Delta \mathbf{u} \square \mathbf{u} \quad (16)$$

با استفاده از (۱۳)، (۱۴)، (۱۵) و (۱۶)، مشتق تابع لیپانوف عبارت برابر است با:



شکل (۴): توابع عضویت خروجی هر دو کنترل کننده فازی-تطبیقی

$$\tau_i = \tau_{\text{FUZZY}i} + \tau_{\text{PD}i} \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

که در آن τ_i گشتاور اعمالی به بازو است، $\tau_{\text{FUZZY}i}$ گشتاور به روز شده کنترل کننده فازی- تطبیقی و $\tau_{\text{PD}i}$ گشتاور تولید شده کنترل کننده کمکی PD است.

در الگوریتم گرادیان نزولی، ابتدا پارامترهای آزاد کنترل کننده مقادیر اولیه می‌شوند. سپس، ورودی‌های متناظر به کنترل کننده‌ها اعمال شده و خروجی آن‌ها محاسبه می‌شود. در انتها، پارامترهای آزاد با استفاده از رابطه (۵) تنظیم می‌شوند. در گام بعدی، k به $k+1$ تغییر یافته و مراحل فوق تکرار شده تا این که تابع هزینه در معادله (۲) کمینه شود. از آنجایی که کنترل کننده به صورت وصل-خط کار می‌کند، ورودی که در هر گام به آن اعمال می‌شود تغییر کرده و به ازای این مقادیر جدید تنظیم پارامترهای آزاد تکرار خواهد شد.

۳- تحلیل پایداری براساس روش لیپانوف

به دلیل یکسان بودن ساختار کنترل کننده‌های فازی، پایداری لیپانوف فقط بر روی یکی از کنترل کننده‌ها انجام خواهد شد. بر طبق رابطه (۱)، کنترل کننده فازی تابعی است از ورودی کنترل کننده و پارامترهای آزاد آن (یعنی مرکز توابع عضویت قسمت تالی قواعد فازی):

$$\tau = N(\mathbf{y}, \mathbf{u}) \quad (7)$$

که در آن τ گشتاور ایجاد شده، \mathbf{y} مراکز توابع عضویت قسمت تالی قواعد ($\bar{y}_1^{l_1/l_2/l_3/l_4}$ در رابطه (۸)) و \mathbf{u} بردار ورودی‌های کنترل کننده است. برای سادگی در ارائه روابط، از آوردن اندیس خودداری می‌شود زیرا که تحلیل زیر برای هر دو کنترل کننده یکسان است. بر طبق رابطه (۴)، پارامترهای آزاد کنترل کننده‌ها به فرم زیر تنظیم می‌شوند:

در نتیجه، برای محاسبه سرعت مفاصل باید وارون ماتریس ژاکوبی محاسبه شود. به ازای مقادیری از θ ممکن است که ماتریس ژاکوبی تکین شود و وارون نداشته باشد که به این وضعیت‌ها، نقاط تکین می‌گویند. بنابراین، برای به‌دست آوردن نقاط تکین باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$\det(\mathbf{J}(\theta)) = 0 \quad (26)$$

با حل این معادله برای رباتی که در صفحه عمودی حرکت می‌کند، دو جواب برای θ_2 به‌دست می‌آید:

$$\theta_2 = 0^\circ, \pm 180^\circ \quad (27)$$

هنگامی که $\theta_2 = 0^\circ$ ، دو بازو در امتداد یکدیگر قرار دارند. در حالتی که $\theta_2 = \pm 180^\circ$ بازوی دوم بر روی بازوی اول قرار می‌گیرد. در هر دو حالت، حرکت قسمت انتهایی ربات فقط در یک راستای دکارتی ممکن است. در نتیجه ربات یک درجه آزادی‌اش را از دست می‌دهد.

۵- نتایج شبیه‌سازی

از مزایای کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله، عدم نیاز به دینامیک بسیار پیچیده این گونه ربات‌ها، غلبه بر اغتشاش، مقاوم بودن در مقابل تغییر پارامترهای سیستم، تطبیق‌پذیری، امکان آموزش وصل-خط و استفاده از دانش خبیره است. در واقع این کنترل‌کننده می‌تواند خود را با تغییرات غیر قابل پیش‌بینی در پارامترهای سیستم و اغتشاشات خارجی وفق دهد. این مفهوم همواره مورد توجه مهندسان کنترل بوده است؛ زیرا سیستمی که وفق‌پذیری زیادی داشته باشد، می‌تواند خود را علاوه بر تغییرات محیطی با خطاها و عدم قطعیت‌های معقول در مهندسی نیز تطبیق دهد و به این ترتیب عیب‌های طراحی کنترل‌کننده و اجزای درون سیستم را جبران سازد.

به منظور نشان دادن عمل‌کرد کنترل‌کننده پیشنهادی در این مقاله، شبیه‌سازی‌ها با کنترل‌کننده‌های فازی-ممدانی غیرتطبیقی و گشتاور محاسباتی نیز انجام شده است.

برای داشتن رباتی با بازوهای انعطاف‌پذیر، جرم و طول هر کدام از بازوها به ترتیب یک کیلوگرم و یک متر با ضریب انعطاف‌پذیری ۱۰۰ نیوتن مترمربع در نظر گرفته شده است. این در حالی است که در اکثر مقالات، ضریب انعطاف‌پذیری بسیار بزرگتری از این مقدار لحاظ شده است. لازم به ذکر است که ضریب انعطاف‌پذیری کمتر به معنی ارتعاش بیشتر در بازوها و در نتیجه مشکلات بیشتر در کنترل آن می‌باشد. در شبیه‌سازی‌های انجام شده، ورودی پله طوری به بازوها اعمال شده است که بازوی اول از شرایط اولیه صفر درجه به یک رادیان یا 57.5° درجه، و بازوی دوم از شرایط اولیه صفر به نیم رادیان یا 28.75° درجه برسد؛ ضمن آن‌که ارتعاش هر دو بازو تا حد امکان به سمت صفر میل کنند.

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{e}^T \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \tau} \left(\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{y}} \right)^T \left\{ \alpha \mathbf{e}^T \left(-\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \tau} \right)^T \left(\frac{\partial \tau}{\partial \mathbf{y}} \right) + \left(\frac{\partial N}{\partial \mathbf{e}} \right)^T \mathbf{e} \right\} \quad (17)$$

که در آن از تساوی زیر استفاده شده است:

$$\Delta \mathbf{y} = -\alpha \mathbf{e}^T \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial \mathbf{y}} \quad (18)$$

رابطه (۱۷) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{e}^T (-\mathbf{R}) \mathbf{e} + \mathbf{e}^T (\mathbf{T}) \mathbf{e} = \mathbf{e}^T (-\mathbf{R} + \mathbf{T}) \mathbf{e} \quad (19)$$

که در آن ماتریس‌های \mathbf{T} و \mathbf{R} عبارتند از:

$$\mathbf{T} = \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \tau} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial \mathbf{E}} \right)^T \quad (20)$$

$$\mathbf{R} = \alpha \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \tau} \left(\frac{\partial N}{\partial \mathbf{y}} \right)^T \frac{\partial \tau}{\partial \mathbf{y}} \left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial \tau} \right)^T \quad (21)$$

برای بررسی علامت مشتق تابع لیاپانوف باید علامت ماتریس‌های \mathbf{T} و \mathbf{R} مشخص شود. همان‌طور که از معادله (۱۹) مشخص است، اگر نرم ماتریس \mathbf{R} از نرم ماتریس \mathbf{T} بزرگتر باشد سیستم پایدار خواهد بود. بنابراین، شرط پایداری عبارت است از:

$$\|\mathbf{R}\| > \|\mathbf{T}\| \quad (22)$$

از آن جهت که تابع لیاپانوف تعریف شده همانند تابع هزینه کنترل‌کننده است، در شبیه‌سازی‌ها می‌توان با رسم مشتق تابع هزینه از مثبت یا منفی بودن تابع لیاپانوف اطمینان حاصل کرد.

۴- تحلیل پایداری براساس نقاط تکین ربات

در ربات‌های بازو از ماتریس ژاکوبی برای مرتبط‌کردن سرعت مفصل‌ها به سرعت‌های دکارتی انتهایی بازو استفاده می‌شود [۲۹]:

$$\mathbf{v} = \mathbf{J}(\theta) \dot{\theta} \quad (23)$$

که در آن θ بردار زوایای مفصلی بازوی مکانیکی و \mathbf{v} بردار سرعت دکارتی است. در ربات با دو بازوی انعطاف‌پذیر، ماتریس ژاکوبی 2×2 عبارت است از

$$\mathbf{J}(\theta) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) & -l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) & l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix} \quad (24)$$

برای آن‌که ربات با سرعت معینی در فضای دکارتی حرکت کند باید سرعت‌های مفصلی لازم در هر لحظه در راستای مسیر مشخص باشد:

$$\dot{\theta} = \mathbf{J}^{-1}(\theta) \mathbf{v} \quad (25)$$

نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های (۵) تا (۹) نشان داده شده‌اند. شکل (۵) زاویه بازوی‌های اول و دوم ربات (θ_1 و θ_2) را با استفاده از کنترل کننده فازی-تطبیقی نشان می‌دهد که بعد از حدود چهار ثانیه به زاویه‌های مورد نظر بدون خطای حالت ماندگار همگرا شده است. شکل‌های (۶) و (۷) زاویه بازوی‌های اول و دوم ربات را به ترتیب با استفاده از کنترل کننده‌های فازی-ممدانی و گشتاور محاسباتی نشان می‌دهند. اگر چه در کنترل کننده پیشنهادی فازی-تطبیقی، بازوها با سرعت کمتری نسبت به دو کنترل کننده دیگر به مقدار دلخواه همگرا می‌شوند. لیکن، کنترل کننده تطبیقی پیشنهادی دارای عدم بالازدگی در پاسخ و عدم وجود نوسانات در زاویه بازوها می‌باشد. در حالی که کنترل کننده فازی-ممدانی غیرتطبیقی دارای نوساناتی در موقعیت بازوها به ویژه بازوی دوم می‌باشد. این امر در کنترل کننده گشتاور محاسباتی بدتر شده است. شکل‌های (۸)، (۹) و (۱۰) ارتعاشات بازوها (η_1 و η_2) را برای سه کنترل کننده فازی-تطبیقی، فازی-ممدانی غیرتطبیقی و گشتاور محاسباتی نشان می‌دهند. همان گونه که در این شکل‌ها ملاحظه می‌شود، میزان ارتعاشات بازوها در کنترل کننده پیشنهادی کمترین، در کنترل کننده فازی-ممدانی به مقدار قابل ملاحظه‌ای بیشتر، و در کنترل کننده گشتاور محاسباتی بیشترین است به طوری که زمان بسیار زیادی برای همگرایی آن نیاز است.

به منظور بررسی میزان مقاومت سه کنترل کننده در برابر تغییر پارامترهای سیستم، جرم بازوی دوم ربات به مقدار ۵۰ درصد در ثانیه چهارم افزایش داده شده است. شکل‌های (۱۱) تا (۱۴) نتایج شبیه‌سازی‌های را نشان می‌دهند. همان گونه که ملاحظه می‌شود، تنها کنترل کننده فازی-تطبیقی توانسته خود را با این تغییر پارامتر در سیستم وفق دهد و دو کنترل کننده دیگر ناپایدار شده‌اند.

نتایج شبیه‌سازی برای تایید تحلیل پایداری لیاپانوف در شکل (۱۵) و نتایج تحلیل نقاط تکین در شکل‌های (۱۶) و (۱۷) نشان داده شده‌اند. همان طور که شکل (۱۵) نشان می‌دهد، مشتق تابع لیاپانوف برای کنترل کننده پیشنهادی همواره منفی باقی می‌ماند که نشان از پایداری آن دارد. برای نقاط تکین، ابتدا فرض می‌شود که $\theta_2 = 180^\circ$. همان طور که در شکل (۱۶) مشخص است، سرعت مفصلی بازوی دوم بینهایت شده است. نقطه تکین دیگر ربات $\theta_2 = 0^\circ$ است. برای بررسی این حالت چنانچه زاویه بازوی دوم دارای شرایط اولیه صفر باشد مشکلی در کنترل سیستم پدید نمی‌آید زیرا سیستم در شرایط سکون باقی می‌ماند. لیکن چنانچه شرایط اولیه بازوی دوم غیر صفر (مثلاً ۳۰ درجه) و مقدار دلخواه صفر درجه باشد، تغییرات در سرعت زاویه بازوی دوم ضمن افزایش، شروع به نوسانی شدن می‌کند و در انتها سیستم ناپایدار می‌شود (شکل ۱۷).

در روش فازی-تطبیقی پیشنهادی در این مقاله، برای هر بازوی ربات کنترل کننده‌ای جداگانه‌ای طراحی می‌شود. هر کنترل کننده دارای چهار ورودی خطای زاویه بازو و خطای انعطاف بازو و مشتق آن‌ها و یک خروجی است که گشتاور اعمالی به بازو می‌باشد. در کنترل کننده فازی-تطبیقی، با تعریف فقط دو تابع عضویت برای هر ورودی (یعنی ۱۶ قاعده اگر-آن‌گاه فازی) بازوی ربات به خوبی کنترل می‌شود. باید توجه داشت در صورتی که از کنترل کننده‌های فازی غیرتطبیقی استفاده شود تعداد توابع عضویت و قواعد فازی بسیار بیشتر از این تعداد خواهد شد، که معمولاً یکی از معایب کنترل کننده‌های فازی به شمار می‌رود. بنابراین، یکی از مزایای مهم کنترل کننده ارائه شده در این مقاله، ساختار بسیار ساده آن است که اجرای عملی آن را با ریزپردازنده‌های کم هزینه ممکن می‌سازد. در مورد کنترل کننده PD، ضرایب K_p و K_D برای هر دو بازو به ترتیب برابر ۴۰ و ۱۰ انتخاب شده است. لازم به ذکر است که نیاز به دقت چندان در انتخاب این ضرایب نیست که دلیل آن، همان طور که قبلاً گفته شد، تطبیقی بودن کنترل کننده فازی است. اگر چه اعمال دقت بیشتر و استفاده از روش‌هایی همچون زیگلر-نیکولز می‌تواند زمان آموزش را تا حدودی کاهش دهد. علاوه بر آن، پاسخ‌های گذرا و ماندگار سیستم نیز ممکن است بهبود یابد.

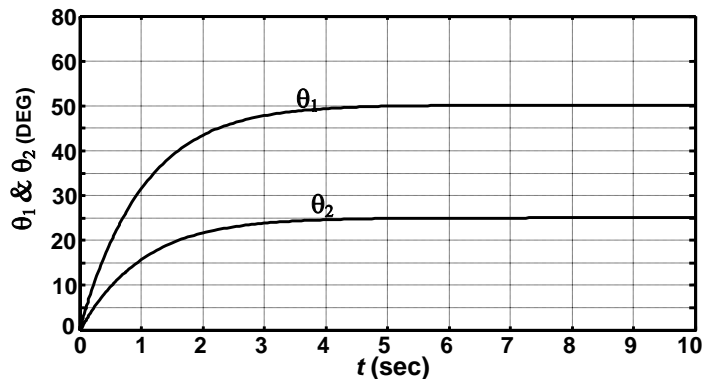
روش فازی-ممدانی غیرتطبیقی شامل ۱۱ تابع عضویت مثلثی برای دو ورودی خطای موقعیت بازو و مشتق آن می‌باشد. در نتیجه ۱۲۱ قاعده فازی اگر-آن‌گاه برای کنترل کننده هر بازو به دست خواهد آمد. دلیل انتخاب تعداد توابع زیاد برای ورودی‌های این کنترل کننده، به دست آوردن نتایج قابل قبول است زیرا کنترل کننده فازی-ممدانی دارای پارامترهای تطبیقی نیست و نیاز به طراحی پارامترها به صورت قطع-خط می‌باشد. از طرفی، به دلیل کم نگه داشتن تعداد قواعد فازی، فقط از اطلاعات خطای موقعیت هر بازو برای کنترل کننده آن بازو استفاده شده است، زیرا استفاده از خطای ارتعاشات در ورودی کنترل کننده فازی-ممدانی باعث افزایش بسیار زیاد قواعد فازی شده که در نتیجه پیاده‌سازی عملی آن را بسیار مشکل و یا غیر ممکن می‌سازد.

روش گشتاور محاسباتی که روشی کلاسیک است، ساختاری دو قسمتی دارد: قسمت وابسته به مدل و قسمت وابسته به سرو. بر اساس این تقسیم‌بندی، پارامترهای سیستم تنها در قسمت وابسته به مدل ظاهر و قسمت سرو از این پارامترها مستقل می‌شود که با اعمال آن به سیستم تحت کنترل در واقع قسمت‌های غیر خطی دینامیک حذف می‌شوند [۲۹]. در نتیجه، این کنترل کننده وابستگی کامل به دینامیک ربات دارد. لذا، با تغییرات زیاد در پارامترهای سیستم ممکن است ناپایداری پدید آید.

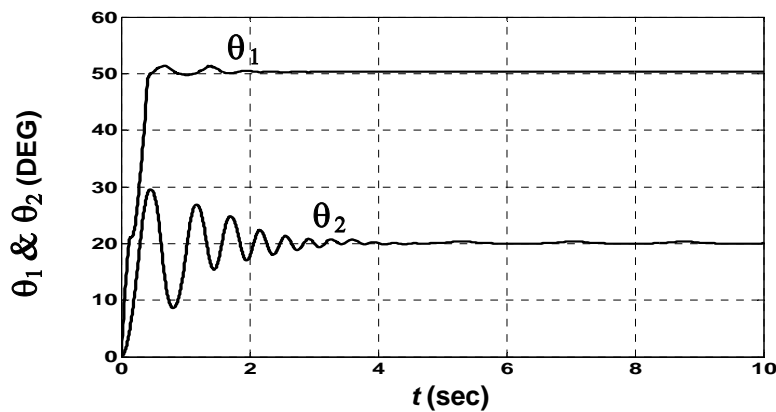
۶- نتیجه گیری

در این مقاله، کنترل کننده فازی-تطبیقی برای کنترل موقعیت رباتی با دو بازوی انعطاف پذیر ارائه شد. از مزایای عمده این کنترل کننده عدم نیاز به دینامیک سیستم برای طراحی کنترل کننده است. علاوه بر آن، کنترل کننده پیشنهادی به علت ماهیت تطبیقی، با تعداد توابع عضویت کمتری برای ورودی‌ها و خروجی کنترل کننده و همچنین قواعد فازی کمتر نسبت به روش فازی-ممدانی، پاسخ‌های مناسبی دارد. نتایج

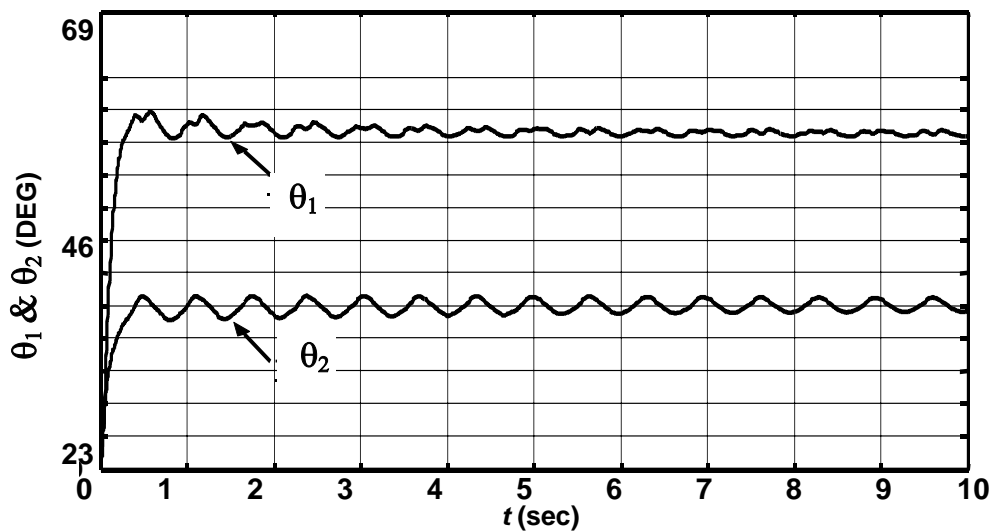
شبیه‌سازی نشان می‌دهد که کنترل کننده تطبیقی ارائه شده محدودۀ مقاوم بودن بیشتری نسبت به روش‌های غیر تطبیقی همانند کنترل کننده فازی-ممدانی و روش کلاسیک گشتاور محاسباتی دارد. همچنین در این مقاله، پایداری کنترل کننده پیشنهادی با استفاده از روش پایداری لیاپانوف و نقاط تکین ربات مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت.



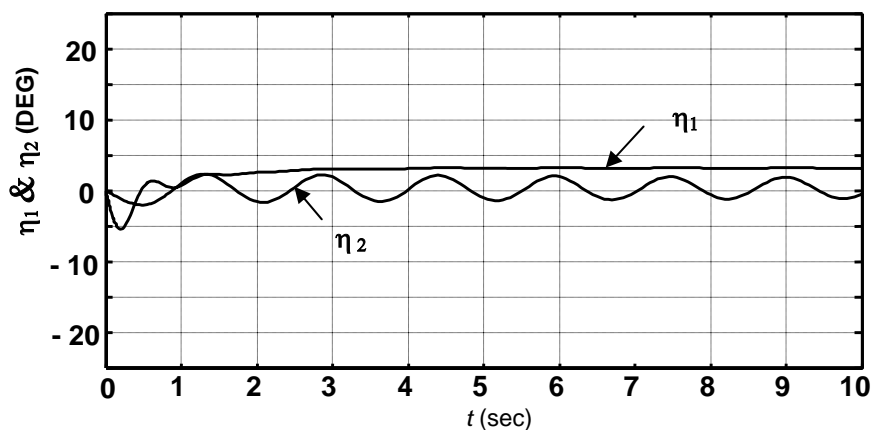
شکل (۵): مسیر بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده فازی-تطبیقی



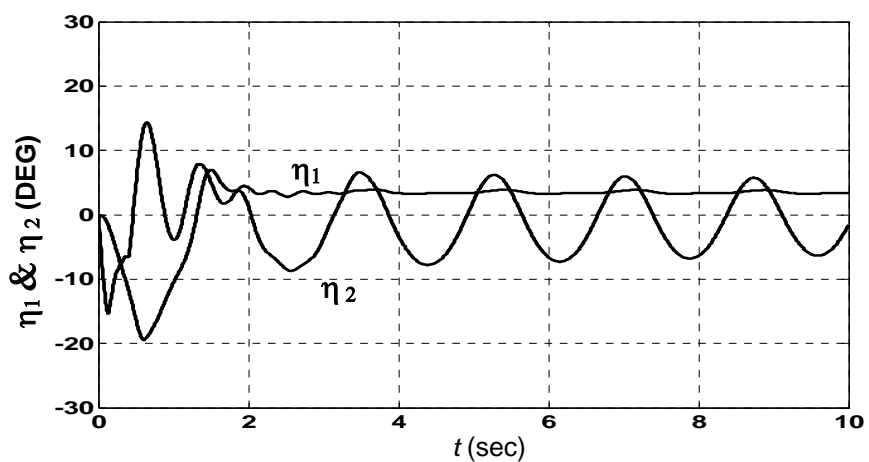
شکل (۶): مسیر بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده فازی-ممدانی



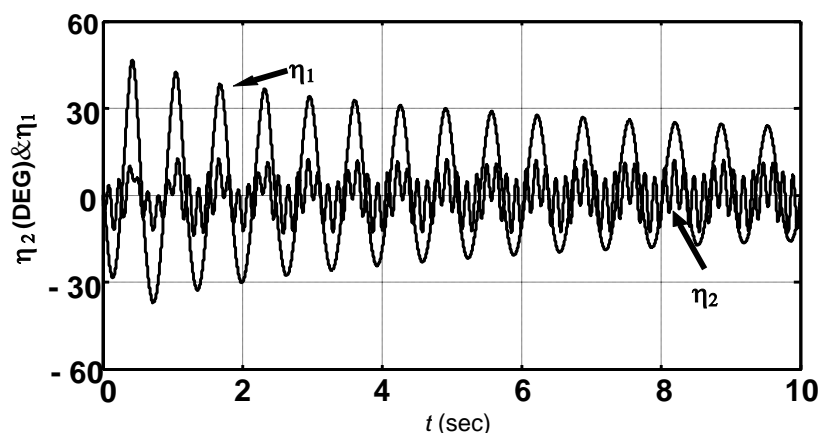
شکل (۷): مسیر بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده گشتاور محاسباتی



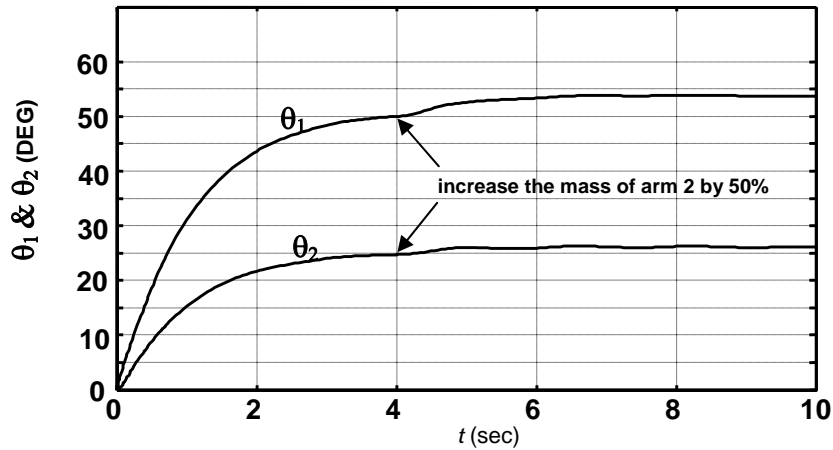
شکل (۸): ارتعاش بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده فازی-تطبیقی



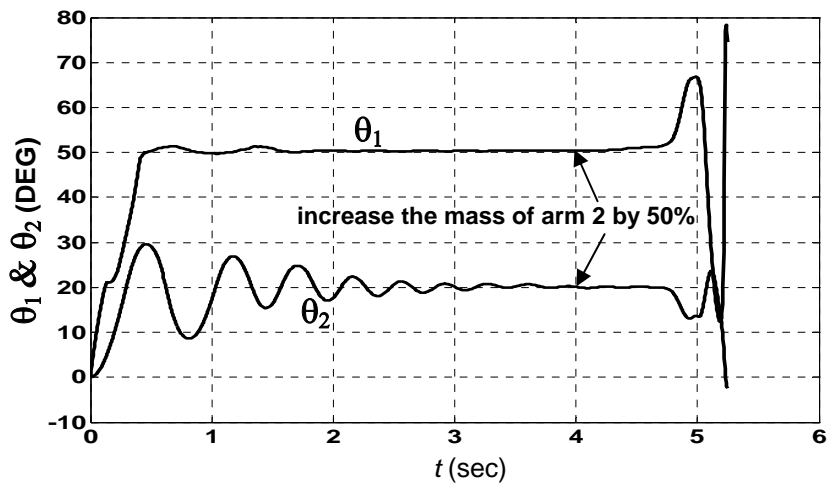
شکل (۹): ارتعاش بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده فازی-ممدانی



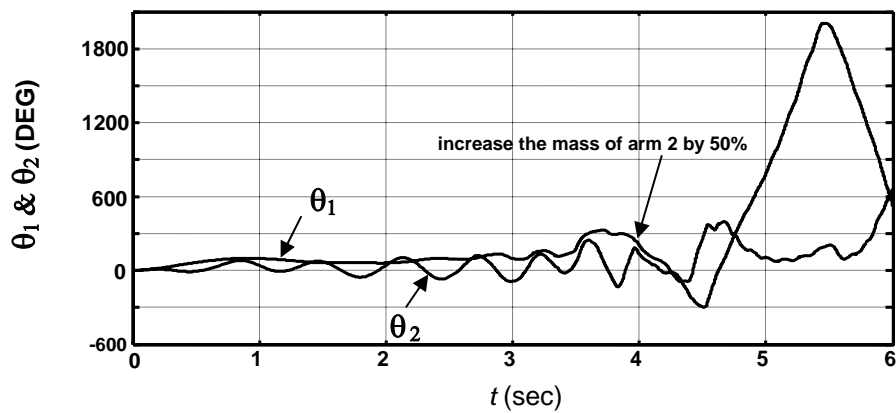
شکل (۱۰): ارتعاش بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده گشتاور محاسباتی



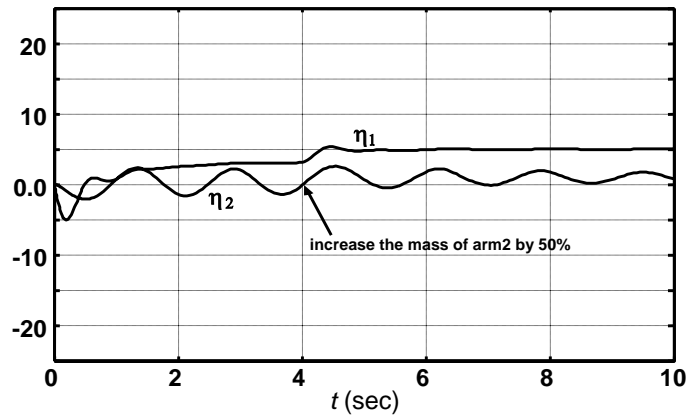
شکل (۱۱): مسیر بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده فازی- تطبیقی با افزایش جرم بازوی دوم به اندازه ۵۰ درصد مقدار اولیه در ثانیه ۴



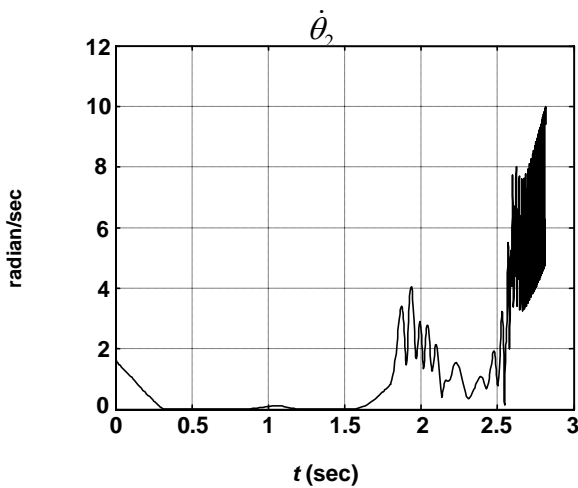
شکل (۱۲): مسیر بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده فازی- ممدانی با افزایش جرم بازوی دوم به اندازه ۵۰ درصد مقدار اولیه در ثانیه ۴ (سیستم ناپایدار شده است)



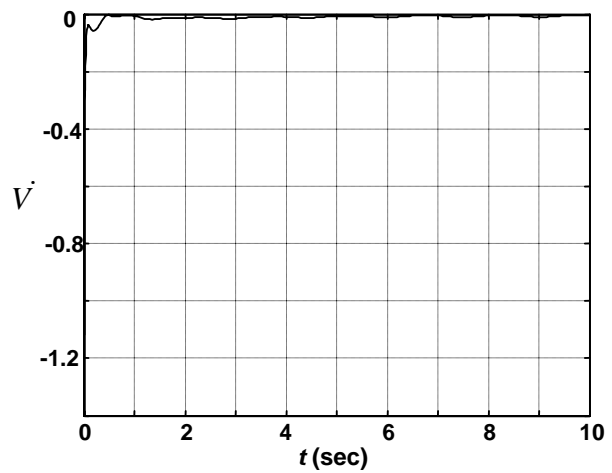
شکل (۱۳): مسیر بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده گشتاور محاسباتی با افزایش جرم بازوی دوم به اندازه ۵۰ درصد مقدار اولیه در ثانیه ۴ (سیستم ناپایدار شده است)



شکل (۱۴): انعطاف بازوهای اول و دوم ربات با کنترل کننده فازی- تطبیقی با افزایش جرم بازوی دوم به اندازه ۵۰ درصد مقدار اولیه در ثانیه ۴



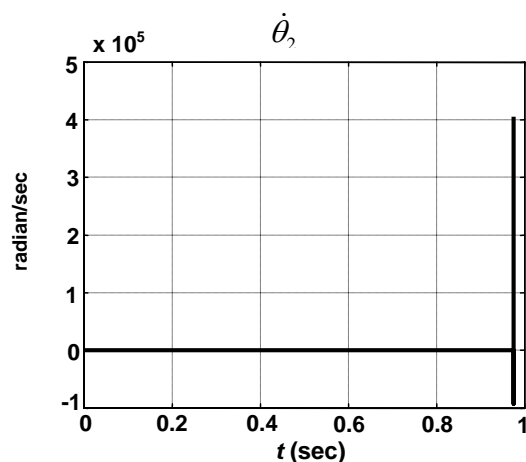
شکل (۱۷): سرعت زاویه بازوی دوم در نقطه تکین $\theta_2 = 0^\circ$



شکل (۱۵): مشتق تابع لیاپانوف در طول کنترل بازوهای ربات

مراجع

- [1] M. O. Tokhi and Z. Shaheed, "Dynamic characterization of a flexible manipulator System," *Robotica*, vol. 19, pp. 571-580, 2001.
- [2] T. J. Tran, A. K. Bejezy, and X. Ding, "On the modeling of flexible robot arms," Department of System Science and Mathematics, Washington University, Robotics Laboratory Report, SSM-RL-88-11, 1995.
- [3] T. Parizio and A. Tornambe, "Approximate modeling of robots having elastic links," *IEEE Transaction on System, Man, and Cybernetics*, vol. 18, no. 5, pp. 267-278, 1989.
- [4] B. O. Al-Bedoor, A. El-Sinawi and M. N. Hamdan, "Nonlinear dynamic model of an inextensible rotating flexible arm supported on a flexible base," *J. Sound and Vibration*, vol. 251, no. 5, pp. 767-781, 2002.
- [5] A. Özer and S. E. Semercigil, "An event-based vibration control for a two-link flexible robotix



شکل (۱۶): سرعت زاویه بازوی دوم در نقطه تکین $\theta_2 = 180^\circ$

- link robot," IEEE Conf. Robotic and Automation, Leuven, Belgium, 1998
- [18] R. Prabhakar and Y. Biao, "Adaptive control of time-varying mechanical system: analysis and experiments," IEEE/ASME Transaction on Mechatronics, vol.5, no.4, pp. 124-133, 2000.
- [19] C. H. Atkeson and C. G. Griffiths, "Experimental evaluation of feedforward and computed torque control," IEEE Transaction on Robotics and Automation, vol. 5, no. 3, pp. 368-372, 1998.
- [20] E. Whitney and O. Maizzo, "Feedback control of two beam, two joint system with distributed flexibility," ASME J. Dynamic System, Measurement, and Control, vol. 97, no. 4, pp. 424-431, 1998.
- [21] M. E. Greene and H. Tan, "Indirect adaptive control of a two link robot arm using regularization neural networks," IEEE IECON, Kobe, Japan, vol. 1, pp. 952-956, 1991.
- [22] H. Y. Jung, L. L. Feng, and C. F. Li, "Nonlinear adaptive control for flexible link manipulators," IEEE Transaction on Robotics and Automation, vol. 13, no. 1, pp. 42-58, 1997.
- [23] J. Pun and S. E. Semercigil, "Joint stiffness control of a two-link flexible arm," Nonlinear Dynamics, vol. 21, no. 2, pp. 173-192, 2000.
- [24] B. Siciliano and L. Villani, "An inverse kinematics algorithm for interaction control of a flexible arm with a compliant surface," Control Engineering Practice, vol. 9, no. 2, pp. 191-198, 2001.
- [25] M. Yamano, J. S. Kim, A. Konno, and M. Uchiyama, "Cooperative control of a 3D Dual-flexible-arm robot," J. Intelligent and Robotic Systems, vol. 39, pp. 1-15, 2004.
- [26] S. Liu, L. Wu, and Z. Lu, "Impact dynamic and control of a flexible dual-arm space robot capturing an object," Applied Mathematics and Computation, vol. 185, no. 2, pp. 1149-1159, 2007.
- [27] E. G. Benitez and S. Yurkovich and K. M. Passino, "Rule-based supervisory control of a two-link flexible manipulator," J. Intelligent and Robotic Systems, vol. 7, no. 2, pp. 195-213, 1993.
- [28] L. X. Wang, A Course in Fuzzy Systems and Control. Prentice-Hall, New Jercey, 1997.
- [29] J. J. Craig, Introduction to Robotics: Mechanics and Control, Addison-Wesley, New York, 1989.
- [6] V. Etxebarria, A. Sanz, and I. Lizarraga, "Control of a lightweight flexible robotic arm using sliding modes," Int. J. Advanced Robotic Systems, vol. 2, no. 2, pp. 103-110, 2005.
- [7] I. Payo, V. Feliu, and O. D. Cortázar, "Force control of a very lightweight single-link flexible arm based on coupling torque feedback," Mechatronics, vol. 19, pp.334-347, 2009.
- [8] M. N. Hamdan and B. O. Al-Bedoor, "Non-linear free vibration of a rotating flexible arm," J. Sound and Vibration, vol. 242, no. 5, pp. 839-853, 2001.
- [9] M. Deng, A. Inoue, and Y. Baba, "Operator-based non-linear vibration control system design of a flexible arm with piezoelectric actuator," Int. J. Advanced Mechatronic Systems, vol. 1, no. 1, pp. 71-76, 2008.
- [10] M. T. Ho and Y. W. Tu, "Position control of a single-link flexible manipulator using H-based PID control," IET Proceedings-Control Theory Applications, vol. 153, no. 5, pp. 615-622, 2006.
- [11] Y. P. Chen and H. T. Hsu, "Regulation and vibration control of an FEM-based single-link flexible arm using sliding-mode theory," J. Sound and Vibration, vol. 7, no. 5, pp. 741-752, 2001.
- [12] G. Li and A. Khajepour, "Robust control of a hydraulically driven flexible arm using backstepping technique," J. Sound and Vibration, vol. 280, pp. 759-775, 2005.
- [13] G. Mimmi, C. Rottenbacher, and G. Bonandrini, "Theoretical and experimental sensitivity analysis of extra insensitive input shapes applied to open loop control of flexible arm," Int. J. Mechanical Mater Design, vol. 5, pp. 61-77, 2009.
- [14] E. H. K. Fung and D. T. W. Yau, "Vibration characteristics of a rotating flexible arm with ACDL treatment," J. Sound and Vibration, vol. 269, pp. 165-182, 2004.
- [15] S. B. Choi and J. W. Cheon, "Vibration control of a single-link flexible arm subjected to disturbances," J. Sound and Vibration, vol. 271, pp. 1147-1156, 2004.
- [16] E. H. K. Fung and D. T. W. Yau, "Vibration frequency of a rotating flexible arm carrying a moving mass," J. Sound and Vibration, vol. 241, no. 5, pp. 857-878, 2001.
- [17] E. Greene, J. Theron, and M. Schoma, "Application of universal adaptive control to a two