

ارزیابی احتمالاتی ولتاژ شبکه‌های توزیع فعال با در نظر گرفتن همبستگی بین واحدهای فتوولتائیک

امیرحسین فرجی^۱، کارشناس ارشد؛ مقدا تورانداز کناری^۲، دانشجوی دکتری؛ محمدصادق سپاسیان^۳، دانشیار؛ مهرداد ستایش نظر^۴، دانشیار

۱، ۲، ۳ و ۴- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه شهید بهشتی - تهران - ایران

¹m_setayesh@sbu.ac.ir⁴ و ³m_sepasian@sbu.ac.ir³، ²m_tourandaz@sbu.ac.ir²، ¹farajiamirhossein@gmail.com¹

چکیده: تولیدات فتوولتائیک (PV) این پتانسیل را دارند که در آینده‌ای نزدیک اثرات قابل توجهی بر شبکه توزیع بگذارند. با توجه به این امر، این مقاله از یک الگوریتم پخش بار احتمالاتی (PLF) جهت بررسی اثرات عدم قطعیت تولیدات PV بر شبکه توزیع استفاده می‌کند. این رهیافت تحلیلی بر پایه تکنیک کامیولنت (Cumulant) بنا شده است و نیازی به محاسبات پیچیده کانولوشن ندارد. در این روش، همبستگی بین واحدهای فتوولتائیک مجاور با استفاده از روابط مربوط به گشتاور و کامیولنت متقابل مورد بررسی قرار می‌گیرند. به علاوه، از توزیع احتمال بتا برای مدل سازی رفتار تصادفی تولید توان در فتوولتائیک استفاده شده است. بسط تخمینی حداکثر آنتروپی بر مبنای کامیولنت برای استخراج توزیع احتمال ولتاژ شین‌ها به کار گرفته شده است. با استفاده از این بسط می‌توان توابع توزیع احتمال ولتاژ شین‌ها را با استفاده از کامیولنت‌های محاسبه شده، تخمین زد. در نهایت، روش پیشنهادی بر روی سیستم توزیع ۳۳ شینه IEEE تست شده و نتایج حاصل تحلیل شده‌اند. با اجرای روش مونت کارلو و مقایسه نتایج آن با روش تحلیلی، صحت خروجی‌های مسئله مورد بررسی و تأیید قرار گرفته‌اند. نتایج حاصل نشان می‌دهند که روش پیشنهادی در عین حفظ دقت، دارای بار زمانی و حجم محاسباتی بسیار کمتری است.

واژه‌های کلیدی: پخش بار احتمالاتی، تابع توزیع تجمعی، تولیدات پراکنده فتوولتائیک، روش کامیولنت، روش حداکثر آنتروپی، شبکه‌های توزیع فعال، شبیه سازی مونت کارلو.

Probabilistic Assessment of Voltage in Active Distribution Networks Considering Correlation between Photovoltaic Distributed Generations

A. H. Faraji¹, MSc; M. Tourandaz Kenari², PhD Student; M. S. Sepasian³, Associate Professor; M. Setayesh Nazar⁴, Associate Professor

1, 2, 3 and 4- Department of Electrical Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran, Emails:

¹farajiamirhossein@gmail.com, ²m_tourandaz@sbu.ac.ir, ³m_sepasian@sbu.ac.ir and ⁴m_setayesh@sbu.ac.ir

Abstract: Due to the development of photovoltaic distributed generation (DG) in distribution networks, these DGs can impact on the operation, planning and reliability of system. In this context, this paper has used a probabilistic load flow algorithm to assess the effects of photovoltaic generation uncertainties on the distribution networks. This method is based on the cumulants. It does not need complex computations like convolution method or high computational burden like Monte Carlo simulation. Proposed methodology can evaluate the correlation between input stochastic variables. In this paper, correlation between near wind units is analyzed. To estimate the probabilistic density functions of bus voltages, one of the most precise methods (maximum entropy) is used. Finally, suggested method is applied on the IEEE 33-bus distribution test system and the results are examined. The results analysis demonstrates the accuracy and effectiveness of the proposed method.

Keywords: Probabilistic load flow, active distribution networks, photovoltaic distributed generations, cumulants method, maximum entropy method, cumulative distribution function, Monte Carlo simulation.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۲۹

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۲۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۰۸

نام نویسنده مسئول: محمدصادق سپاسیان

نشانی نویسنده مسئول: ایران - تهران - تهرانپارس - خیابان شهید عباسپور - پردیس فنی و مهندسی شهید عباسپور - دانشگاه شهید بهشتی - دانشکده برق.

۱- مقدمه

افزایش میزان تولیدات فتوولتائیک^۱ (PV) موجب بروز اثراتی در شبکه‌های توزیع برق شده است. با توجه به توانایی منابع انرژی PV در تولید انرژی الکتریکی در هر دو شکل تولید پراکنده و نیروگاه‌های با ابعاد تجاری، آن‌ها به یک نوع منابع تجدیدپذیر با اهمیت تبدیل شده‌اند. فتوولتائیک در مقایسه با تولیدات سنتی، خصوصیات اصلی و متنوعی دارد. اولاً منبع PV به دلیل اینکه تولید آن تحت تأثیر شرایط محیطی دائماً در حال تغییر است، یک منبع متغیر است. ثانیاً تولیدات PV در پشت بام‌های منازل مسکونی مجاز به ارائه کنترل ولتاژ نیستند. علاوه بر این، منابع PV مجاور می‌توانند با توجه به شرایطی چون تابش، دما و دیگر عوامل محیطی به شدت به یکدیگر وابسته باشند که می‌توان این همبستگی را در نظر گرفت و به صورت آماری توصیف کرد. با توجه به این ویژگی‌ها، تولیدات PV می‌توانند به صورت بالقوه موجب بروز برخی مسائل کیفیت توان (مانند نوسان دامنه ولتاژ و فلوی خطوط، تغییرات ولتاژ و پخش بار نامتقارن) در شبکه توزیع شوند. با توجه به نوع رفتار تصادفی این منابع در شبکه، روش‌های ارزیابی احتمالاتی برای بررسی تأثیرات آن‌ها ضروری است.

در مقایسه با پخش بار قطعی، روش احتمالاتی عدم قطعیت در داده‌های سیستم را با توصیف تغییرات به صورت یک توزیع احتمال مناسب تعیین می‌کند. بنابراین، برای در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های موجود در سیستم‌های قدرت، روش‌های احتمالاتی مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱]. روش‌های احتمالاتی عموماً به دو دسته متفاوت تقسیم می‌شوند که عبارت‌اند از: «روش‌های شبیه‌سازی یا عددی» و «روش‌های تحلیلی». روش مونت کارلو از جمله روش‌های شبیه‌سازی است که بیش‌ترین کاربرد را در ارزیابی احتمالاتی دارد. در این روش با استفاده از تکنیک حل تکراری تصادفی سعی می‌شود تا واقعیت مسئله مدل شود. این روش زمانی استفاده می‌شود که مدل بسیار پیچیده باشد و یا اینکه تعداد متغیرهای عدم قطعیت‌دار مسئله بیش از دو باشند [۲]. روش مونت کارلو می‌تواند جواب‌ها را با دقت بالایی به دست آورد ولی اجرای آن فرآیندی زمان‌بر است و نمی‌تواند در مسائلی که زمان حل مسئله مهم است مورد استفاده قرار گیرد. مسئله پخش بار احتمالاتی^۲ (PLF) در شبکه‌های توزیع انرژی الکتریکی با در نظر گرفتن عدم قطعیت انرژی بادی در [۳] با استفاده از روش مذکور انجام شده است. برای اجرای این روش در یک شبکه واقعی، باید تعداد بسیار زیادی شبیه‌سازی انجام شود. این امر، در اغلب موارد، این روش را ناکارآمد می‌سازد. از دیگر روش‌های پرکاربرد می‌توان به روش کانوولوشن توابع چگالی احتمال^۳ (PDF) متغیرهای تصادفی اشاره نمود که به شرط استقلال متغیرها قابل استفاده است [۴]. گرچه این روش، حجم محاسبات را کاهش می‌دهد اما به دست آوردن PDF ولتاژ یک شین زمانی که تزریق توان‌های متفاوتی در نظر گرفته می‌شوند حتی در صورت استفاده از تکنیک تبدیل فوریه سریع (FFT)، کار دشواری است [۵]. در مرجع [۶]، روش کانوولوشن و FFT برای شبکه توزیع

دارای تولید بادی به کار گرفته شده است. یک روش چندگانه، با ترکیب روش مونت کارلو و خطی‌سازی معادلات در [۷] ارائه شده است. همچنین در مقاله [۸]، تکنیک فازی برای حل مسئله پخش بار بهینه احتمالاتی به کار گرفته شده است. از دیگر روش‌هایی که اخیراً مطرح شده‌اند می‌توان به روش برآورد نقطه‌ای^۴ [۹-۱۱] اشاره نمود که از تخمین گشتاور متغیرهای سیستم بهره می‌گیرد. همچنین، این روش برای مسئله پخش بار بهینه احتمالاتی به کار گرفته شده است [۱۲] و [۱۳].

مطالعه دیگری که با در نظر گرفتن عدم قطعیت بار و منابع تولید پراکنده انجام شده، مسئله در مدار قرار گرفتن واحدهاست [۱۴]. همچنین مرجع [۱۵] اثرات عدم قطعیت منابع بادی را بر تراکم خطوط و تولید توان راکتیو بررسی نموده و مرجع [۱۶] طبقه‌بندی استاندارد جدیدی از تکنیک‌های مدل‌سازی عدم قطعیت برای فرآیند تصمیم‌گیری ارائه نموده است. علاوه بر این، دیگر پارامترهای دارای عدم قطعیت در شبکه مانند تغییر ساختار شبکه (خروج خط یا واحد تولیدی و خطا) به همراه عدم قطعیت بار در مرجع [۱۷] مطالعه شده است.

در روش‌های قدیمی PLF، متغیرهای تصادفی، مستقل از یکدیگر فرض می‌شدند. با این وجود، به دلیل افزایش همبستگی در مصرف بارها و همچنین تولیدات پراکنده مانند تولیدات بادی و فتوولتائیک، باید همبستگی بین عدم قطعیت‌های توان‌های تزریقی برای بارها و تولیدات تجدیدپذیر در نظر گرفته شوند. تعمیم برخی از روش‌های مذکور برای بررسی همبستگی بین متغیرهای تصادفی، بسیار پیچیده و در برخی موارد غیرممکن است. در این زمینه، همبستگی بین متغیرهای ورودی بر پایه روش رتبه‌بندی در [۱۸] مورد توجه قرار گرفته است. همچنین در [۱۹] همبستگی بین تولیدات بادی در نظر گرفته شده است.

پخش بار احتمالاتی عدم قطعیت بارها را در نظر می‌گیرد. این عدم قطعیت معمولاً از سطح بالایی برخوردار نیست (به خصوص برای بهره‌برداری روز پیش‌رو). بنابراین می‌توان آن را توسط توابع چگالی احتمال گاوسی مدل کرد. اما گسترش تولیدات بادی و فتوولتائیک با توجه به عدم قطعیت بالای آن‌ها و PDF غیرگاوسی چالشی جدید در این زمینه بشمار می‌آید.

اخیراً استفاده از روش کامیولنت^۵ (یا انباشتک) و تخمین PDF توسط سری‌های متعامد [۲۰] (مانند بسط سری گرم-شارلیه^۶ یا لاگرانژ چندجمله‌ای) برای حل پخش بار احتمالاتی [۲۱ و ۲۲] و پخش بار بهینه احتمالاتی [۲۳] مطرح شده است. این روش‌ها کاربردی بوده و دارای بار محاسباتی کم هستند. بنابراین، برای شبکه‌های بزرگ به دلیل زمان محاسباتی کم، بسیار مناسب هستند. به دلیل استفاده از فرآیند خطی‌سازی در حل پخش بار، خطای اندکی در نتایج نهایی این روش‌ها وجود دارد. با این حال، این تکنیک‌ها می‌توانند برای حل پخش بار احتمالاتی با متغیرهای تصادفی وابسته نیز به کار روند. هرچند برای PDFهای غیرنرمال، بسط گرم-شارلیه

$$\rho = \frac{\text{cov}(X, Y)}{(\sigma_X \sigma_Y)} \quad (۲)$$

که در آن σ انحراف معیار متغیر است. همواره $|\rho| \leq 1$ است. اگر $\rho = 0$ باشد دو متغیر از هم مستقل هستند و در شرایطی که $\rho = 1$ باشد، دو متغیر وابسته مثبت هستند. مفهوم همبستگی قابل گسترش به حالت برداری است. اگر X_1, X_2, \dots, X_n ، عناصر بردار X باشند و f تابع چگالی احتمال توأم آن‌ها باشد، تابع ویژه چندمتغیره $(\psi(t_1, t_2, \dots, t_n))$ و تابع مولد گشتاور چندمتغیره $(\alpha_{v_1, v_2, \dots, v_n})$ این بردار به ترتیب مطابق روابط (۳) و (۴) قابل بیان هستند [۲۵]:

$$\psi(t_1, t_2, \dots, t_n) = E(e^{it^T X}) \quad (۳)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} e^{it^T x} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

$$t = (t_1, t_2, \dots, t_n)^T, x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

$$\alpha_{v_1, v_2, \dots, v_n} = E(X_1^{v_1} X_2^{v_2} \dots X_n^{v_n}) \quad (۴)$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_n^{v_n} f(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

که در آن α_v گشتاور مرتبه v یا n امین گشتاور توزیع احتمال X است و $v = v_1 + v_2 + \dots + v_n$. بنابراین با نوشتن بسط تیلور، تابع ویژه و تابع مولد گشتاور توأم $(Ln\psi(t_1, t_2, \dots, t_n))$ به صورت زیر قابل بازنویسی هستند:

$$\psi(t_1, t_2, \dots, t_n) = \sum_{v_1, v_2, \dots, v_n=0}^{\infty} \alpha_{v_1, v_2, \dots, v_n} \times \frac{(it)^{v_1}}{v_1!} \frac{(it)^{v_2}}{v_2!} \dots \frac{(it)^{v_n}}{v_n!} \quad (۵)$$

$$Ln\psi(t_1, t_2, \dots, t_n) = \sum_{v_1, v_2, \dots, v_n=0}^{\infty} k_{v_1, v_2, \dots, v_n} \times \frac{(it)^{v_1}}{v_1!} \frac{(it)^{v_2}}{v_2!} \dots \frac{(it)^{v_n}}{v_n!}$$

که k_{v_1, v_2, \dots, v_n} کامیولنت متقابل مرتبه v ام n متغیر موردنظر است. ارتباط بین گشتاور متقابل و کامیولنت متقابل نسبتاً پیچیده است و نحوه محاسبات ریاضی آن در مرجع [۲۵] آمده است. به طور مثال برای محاسبه کامیولنت تابع دومتغیره داریم:

$$k_{v_1, v_2} = \alpha_{v_1, v_2} - \alpha_{v_1} \alpha_{v_2} \quad (۶)$$

۲-۲- محاسبه کامیولنت برای ترکیب خطی متغیرها

فرض می‌شود Z تابعی خطی از متغیرهای X_i باشد:

$$Z = \sum_{i=1}^n a_i X_i \quad (۷)$$

که a_i ها ضرایب ثابت هستند و Z معرف ولتاژ شین است که پس از خطی‌سازی روابط پخش بار به صورت ترکیب خطی از توان‌های اکتیو و راکتیو تزریقی (X_i) محاسبه می‌شود. در این حالت کامیولنت‌های متقابل مرتبه‌های اول و دوم Z قابل محاسبه هستند:

$$k_{Z,1} = E\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^n a_i k_{X_i,1} = \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i} \quad (۸-الف)$$

$$k_{Z,2} = E\left[\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right)^2\right] - \left[E\left(\sum_{i=1}^n a_i X_i\right)\right]^2 \quad (۸-ب)$$

$$= \sum_{i=1}^n a_i^2 k_{X_i,2} + 2 \sum_{i=1, i < j}^n a_i a_j k_{X_i, X_j}$$

مشکلات جدی در زمینه همگرایی دارد اما روش کورنیش-فیشر^۷ بدون تحمیل محاسبات اضافی نتایج بهتری را ارائه می‌دهد [۲۴].

در این مقاله الگوریتم PLF جهت تحلیل مسئله عدم قطعیت در سیستم توزیع دارای منابع فتوولتائیک به کار گرفته شده است. برای ذخیره حافظه و زمان محاسبات از روش کامیولنت و مدل خطی شده سیستم توزیع استفاده شده است و دقت نتایج به دست آمده با روش مونت کارلو مقایسه شده است. با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، میزان احتمال تخطی اندازه ولتاژ یک شین از محدوده مجاز عملیاتی آن تعیین می‌شود. روش پیشنهادی در مقایسه با دیگر روش‌های موجود، از محاسبات پیچیده مرسوم اجتناب می‌کند و به جای آن از فرآیند نسبتاً ساده ریاضی که بار محاسباتی آن کم است، استفاده می‌نماید. علاوه بر این، روش موردنظر، PDF و تابع توزیع تجمعی^۸ (CDF) ولتاژ شین را در یک اجرا به دست می‌آورد. سایر بخش‌های مقاله به صورت زیر دسته‌بندی شده‌اند:

در بخش ۲ روابط مربوط به کامیولنت و گشتاور و مباحث ریاضی مرتبط با آن‌ها آورده شده است. در بخش ۳، ساختار پخش بار احتمالاتی و مدل خطی‌سازی مورد بحث قرار گرفته‌اند. همچنین مدل احتمالاتی تولیدات فتوولتائیک در ادامه این بخش ذکر شده است. روش حداکثر آنتروپی نیز در بخش ۳ توضیح داده شده است. در انتهای بخش ۳، یک الگوریتم کلی برای مدل‌سازی و حل مسئله PLF پیشنهاد شده است. نتایج اجرای روش بر روی شبکه توزیع ۳۳ شینه IEEE در بخش ۴ مورد تحلیل و ارزیابی قرار گرفته است. در بخش انتهایی نیز نتایج استخراج شده از مقاله مورد بحث قرار گرفته‌اند.

۲- روابط کامیولنت و گشتاور

در این بخش روابط آماری و ریاضی مرتبط با مفاهیم گشتاور، کامیولنت و همبستگی ارائه شده است.

۲-۱- کامیولنت و گشتاور متقابل

روابط گشتاور و کامیولنت با فرض مستقل (ناهمبسته) بودن تمامی متغیرها در مراجع متعدد مورد استفاده قرار گرفته است، در حالی که در یک سیستم واقعی، توان‌های تولیدی فتوولتائیک مجاور هم، متغیرهای وابسته‌اند. بنابراین در الگوریتم PLF، در نظر گرفتن همبستگی متغیرهای آماری نتیجه را به واقعیت نزدیک‌تر می‌کند. روابط گشتاور و کامیولنت با فرض نامستقل (همبسته) بودن تمامی متغیرها در مرجع [۲۵] آمده است.

کوواریانس معرف اندازه تغییرات هماهنگ بین دو متغیر تصادفی است. بر این اساس، کوواریانس بین دو متغیر تصادفی X و Y به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{cov}(X, Y) = E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)] \quad (۱)$$

که در آن E امید ریاضی و μ میانگین هر متغیر هستند. همچنین ضریب همبستگی بین X و Y به شکل زیر بیان می‌شود:

تزیقی به ترتیب با بردارهای زاویه و اندازه ولتاژ شین هستند. H و R نیز باقی‌مانده روابط جبری پس از خطی‌سازی هستند (یعنی بخشی از روابط که مقدار ثابتی دارند).

۳-۱- مدل احتمالاتی آرایه فتوولتائیک

در این مقاله، برای استخراج مدل احتمالاتی توان تولیدی فتوولتائیک، روش آماری با استفاده از اطلاعات گذشته به کار گرفته شده است. برای این کار، مدل احتمالاتی تابش خورشید یک منطقه فرضی استخراج شده و پس از ۵۰۰۰۰ بار نمونه‌گیری و شبیه‌سازی، مدل احتمالاتی توان تولیدی فتوولتائیک با شبیه‌ترین توزیع احتمال مدل شده است.

در مرجع [۲۷] عنوان شده که تابش خورشید به دلیل اینکه در بخش مهمی از شبانه‌روز مقدار صفر دارد می‌تواند با تابع توزیع دو جمله‌ای مدل شود. با یک نگاه دقیق‌تر، تابش انرژی خورشیدی دارای خاصیت پیوسته است و مناسب‌تر آن است که با یک تابع توزیع پیوسته مدل شود تا بتواند رفتار تابشی انرژی خورشید را به خوبی مدل کند. با بررسی‌های لازم در این زمینه و با در نظر گرفتن توابع توزیع قابلیت‌های بالاتر، به نظر می‌رسد که با تنظیم پارامترهای تابع توزیع بتا بتوان انرژی خورشیدی را مدل نمود. با انجام مطالعات تکمیلی هدف فوق برآورده شده و مدل‌سازی تابش خورشید با استفاده از توزیع بتا ممکن شد. مشاهده گردید که توزیع بتا به خوبی می‌تواند ویژگی‌های تابش خورشید را مدل کند. بنابراین در این مقاله برای مدل نمودن تابش خورشید از این توزیع استفاده شده است. به‌طور کلی رابطه تابع چگالی احتمال تابش خورشید $(f(x; \alpha, \beta))$ به صورت معادله (۱۷) است.

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)} \quad (17\text{-الف})$$

$$B(\alpha, \beta) = \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)} \quad (17\text{-ب})$$

که در رابطه بالا Γ تابع گاما، α, β پارامترهای شکل و B یک ثابت نرمالیزه شده جهت اطمینان از یک بودن مجموع احتمال‌هاست.

در این مطالعه دو آرایه^۱ فتوولتائیک ۶۰۰ کیلوواتی و ۱۲۰۰ کیلوواتی بررسی شده‌اند. پس از اجرای شبیه‌سازی برای منطقه فونیکس امریکا، منحنی تولید یک سال این دو واحد به همراه میزان تابش خورشید متناظر رسم شده و هیستوگرام و CDF تولید آرایه‌ها به‌عنوان یکی از خروجی‌های شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار SAM [۲۸] حاصل گردید. در واقع، در این شبیه‌سازی، این نرم‌افزار اطلاعات واقعی تابش خورشید را برای طول مدت پروژه به‌عنوان ورودی ماژول فتوولتائیک دریافت کرده و توان تولیدی توسط این سیستم را به صورت آماری در اختیار می‌گذارد. برای مدل نمودن توان خورشیدی از روش حداکثر شباهت نرم‌افزار MATLAB بهره برده و توان خورشیدی با پارامترهای بتا برای آرایه فتوولتائیک ۶۰۰ کیلوواتی با میانگین ۱۲۷/۳ کیلووات به صورت زیر استخراج گردید:

که k_{X_i, X_j} کامیولنت متقابل متغیرهای X_i و X_j و بیان‌کننده میزان همبستگی بین آن‌ها است. رابطه کامیولنت متقابل و ضریب همبستگی طبق مباحث مرجع [۲۵] به شکل زیر به دست می‌آید:

$$k_{X_i, X_j} = \rho \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \quad (9)$$

۳-۲ پخش بار احتمالاتی

در این مقاله از روش ترکیبی کامیولنت و حداکثر آنتروپی جهت محاسبات پخش بار احتمالاتی استفاده شده است. در این روش، ابتدا معادلات پخش بار، خطی شده و کامیولنت پارامترهای ورودی شامل بار شین‌ها و توان فتوولتائیک محاسبه می‌شوند، سپس با اعمال روابط خطی شده پخش بار و روابط مربوط به کامیولنت‌ها (که در بخش ۲ اشاره شد)، کامیولنت‌های خروجی محاسبه می‌شوند. در انتها برای استخراج PDF و CDF ولتاژ شین‌ها، از روش بسط سری حداکثر آنتروپی (برای تبدیل کامیولنت به CDF) استفاده می‌شود.

همان‌طور که ذکر شد جهت استفاده از روش احتمالاتی بر مبنای کامیولنت ابتدا باید روابط پخش بار خطی‌سازی شوند. به‌طور کلی، معادلات پخش بار به صورت زیر قابل بیان هستند:

$$Y = f(X) \quad (10)$$

$$Z = g(X) \quad (11)$$

که در آن Y بردار تصادفی ورودی (توان‌های اکتیو و راکتیو)، X بردار تصادفی حالت (دامنه و زاویه ولتاژ)، Z بردار تصادفی خروجی (شار خطوط) و f و g توابع پخش بار هستند. خطی‌سازی معادلات پخش بار در اطراف مقادیر مورد انتظار^۹ به صورت زیر محقق می‌شود:

$$X \approx \hat{X} + A(Y - \hat{Y}) = \hat{X} + A\Delta Y \quad (12)$$

$$Z \approx \hat{Z} + B(Y - \hat{Y}) = \hat{Z} + B\Delta Y \quad (13)$$

که \hat{X} ، \hat{Y} و \hat{Z} تقریب‌هایی از حل (مقادیر مورد انتظار) هستند. دو معادله فوق نشان می‌دهند که هر عنصر تصادفی از بردارهای X و Z می‌تواند از مجموع موزون عناصر تصادفی بردار ΔY محاسبه شوند. ضرایب وزن‌دهنده به صورت ضرایب حساسیت تعریف می‌شوند. این مجموع متغیرهای تصادفی مستقل یا مستقل خطی می‌تواند توسط تکنیک کانولوشن یا کامیولنت محاسبه شوند. ضرایب حساسیت (عکس ماتریس ژاکوبین) عبارت‌اند از:

$$A = \left(\frac{\partial f}{\partial X} \Big|_{X=\hat{X}} \right)^{-1} \quad (14)$$

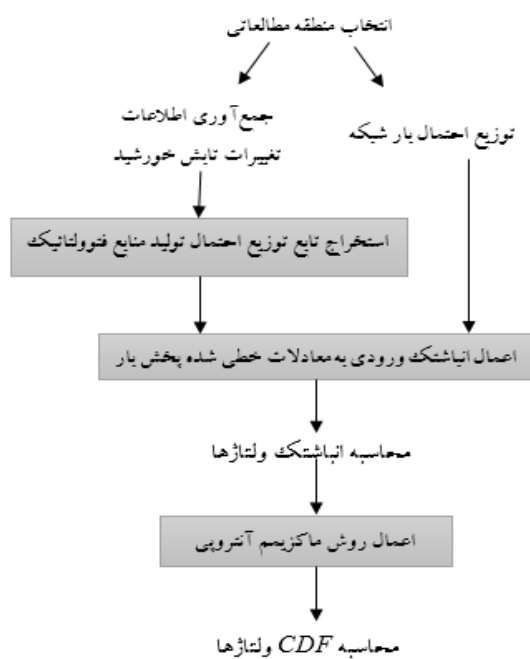
$$B = \left(\frac{\partial g}{\partial Z} \Big|_{Z=\hat{Z}} \right)^{-1} \quad (15)$$

پس از جاگذاری روابط خطی‌شده در معادلات پخش بار طبق فرمولاسیون ۴ مرجع [۲۶] در نهایت رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & L \\ N & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R \\ H \end{bmatrix} \quad (16)$$

M و L رابط خطی بین بردار توان اکتیو تزیقی به ترتیب با بردارهای زاویه و اندازه ولتاژ شین و N و J رابط خطی بین بردار توان راکتیو

پخش بار قطعی نیوتون-رافسون و محاسبه ولتاژ شین‌ها به صورت امید ریاضی، نقطه کار پخش بار محاسبه می‌شود. یعنی در این مرحله تمام ورودی‌های پخش بار به دست می‌آیند. سپس، با استفاده از روابط خطی شده پخش بار و روابط بین کامیولنت‌های ورودی و خروجی، کامیولنت‌های ولتاژ شین‌ها حاصل می‌شوند. در انتها با استفاده از روش بسط سری حداکثر آنتروپی، کامیولنت‌های ولتاژ به CDF تبدیل شده و میانگین ولتاژ و انحراف معیار آن‌ها محاسبه می‌شوند. شکل ۱ فلوچارت کلی روش مورد استفاده را نشان می‌دهد.



شکل ۱: فلوچارت پخش بار احتمالاتی پیشنهادی

۴- مطالعات عددی

الگوریتم مورد نظر با استفاده از نرم‌افزار MATLAB بر روی شبکه توزیع استاندارد ۳۳ شینه IEEE اجرا شده است. این شبکه دارای ۳۲ شین بار و یک شین مرجع است که برای دو شین آن، تزریق توان فتوولتائیک در نظر گرفته شده است. کل بار اکتیو و راکتیو این شبکه در پیک به ترتیب ۳/۷۱۵ مگاوات و ۲/۲۹۵ مگاوار است. اطلاعات ورودی فتوولتائیک از نرم‌افزار SAM استخراج شده است. اطلاعات تابش خورشید مربوط به منطقه فونیکس امریکاست که نام منطقه مطالعاتی در نرم‌افزار USA AZ Phoenix Sky Harbor Intel Ap (TMY3) است. اطلاعات خروجی مورد نیاز از طریق ماژول SunPower-210-BLK-U از نرم‌افزار استخراج گردید. موقعیت منابع فتوولتائیک یکی در شین ۱۳ به ظرفیت ۶۰۰ کیلووات با میانگین ۱۲۷/۳ کیلووات و دیگری در شین ۳۱ به ظرفیت ۱۲۰۰ کیلووات با میانگین ۲۷۰/۷ کیلووات در نظر گرفته شده است. مجموعاً ظرفیت نامی فتوولتائیک نصب شده ۱۸۰۰ کیلووات با متوسط ۳۹۸ کیلووات است.

مدل احتمالاتی بار شبکه مطابق فرض اکثر مراجع به صورت توزیع نرمال در نظر گرفته شده و مدل احتمالاتی فتوولتائیک طبق روال

$$\alpha = 0.621$$

$$\beta = 4/26$$

برای آرایه ۱۲۰۰ کیلوواتی نیز مشابه آرایه ۶۰۰ کیلوواتی عمل نموده، نتایج زیر برای این آرایه با میانگین تولید ۲۷۱ کیلووات حاصل گردید:

$$\alpha = 0.52$$

$$\beta = 1/4$$

۳-۲- روش حداکثر آنتروپی

الگوریتم حداکثر آنتروپی، یک PDF بهینه را بر اساس اندازه آنتروپی (گشتاور) آن توزیع جهت دستیابی به بهترین تخمین برازش می‌کند. در واقع یکی از کاربردهای آنتروپی، تعیین یک توزیع احتمال ناشناخته بر پایه اصل آنتروپی حداکثر است، مشروط بر اینکه مقادیر و توابع آماری مورد نیاز مشخص باشند. اغلب مسائل مرتبط با تشخیص مدل احتمالاتی، با روش حداکثر آنتروپی قابل حل می‌باشند.

به طور کلی، تعریف آنتروپی چگالی احتمال $p(x)$ به شکل رابطه زیر است [۲۹]:

$$H = - \int p(x) \ln p(x) dx \quad (18)$$

برای به دست آوردن چگالی حداکثر آنتروپی با توجه به قیود گشتاور خطی، یک مسئله بهینه‌سازی باید حل شود. این مسئله در شکل کلی خود به صورت زیر قابل بیان است [۲۹]:

$$\text{Max. } H = - \int p(x) \ln p(x) dx \quad (19)$$

$$\text{s.t. } E(\varphi_n(x)) = \int \varphi_n(x) p(x) dx = \mu_n, \quad n=0,1,\dots,N$$

$$\int p(x) dx = 1 \quad (20)$$

$$\varphi_n(x) = x^n, \quad \mu_0 = 1, \varphi_0(x) = 1$$

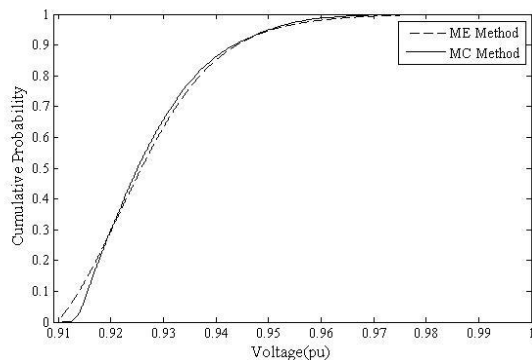
که در آن $\varphi_n(x)$ و μ_n به ترتیب تابع ویژه و گشتاور مرتبه n متغیر تصادفی هستند. حل این مسئله به دو روش انجام می‌شود: روش اول یک روش مبتنی بر تکرار نیوتون رافسون (روش نیوتون حداکثر آنتروپی) را برای محاسبه ضرایب لاگرانژ استفاده می‌کند. روش دوم از توابع حداقل سازی استاندارد MATLAB و تابع لاگرانژین حداکثر آنتروپی استفاده می‌کند. در هر دو روش در نهایت با داشتن کامیولنت‌های خروجی مسئله پخش بار می‌توان PDF و CDF ولتاژ شین مورد نظر را با دقت مناسبی تخمین زد.

۳-۳- الگوریتم کلی پخش بار احتمالاتی به روش ترکیبی کامیولنت و حداکثر آنتروپی

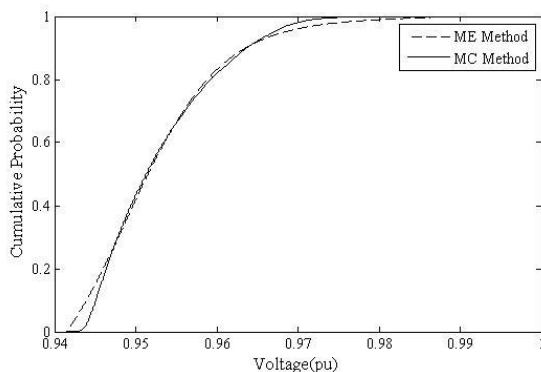
در این روش، ابتدا مشخصات توزیع احتمال توان تولیدی فتوولتائیک با استفاده از توزیع احتمال تابش خورشید و شبیه‌سازی نرم‌افزار SAM به دست می‌آید. سپس با در نظر گرفتن توزیع احتمال گاوسی با انحراف معیار ۵٪ برای بار شین‌ها و روابط بین گشتاور و کامیولنت، کامیولنت‌های بار شین‌ها محاسبه می‌شوند. همچنین برای توان تولیدی فتوولتائیک با توزیع احتمال بتا (استخراج شده در مرحله اول)، کامیولنت‌های تولید فتوولتائیک محاسبه می‌شوند. در ادامه، با اعمال

CDF حاصل از روش ME به CDF حاصل از MCS، روش اول از کیفیت پاسخ مناسبی برخوردار است.

جدول‌های ۱ و ۲، مقادیر میانگین، انحراف معیار، ARMS و سطح اعتماد^{۱۳} (۰.۱٪ و ۰.۹۰٪) ولتاژ حاصل در شین‌های ۱۷ و ۲۷ را نشان می‌دهند. به علاوه زمان محاسبات برای دو روش در این جدول‌ها مقایسه شده‌اند. مشاهده می‌شود که روش ME در عین حفظ دقت مناسب، به زمان محاسبه بسیار کمی نیازمند است. طبق این نتایج، مقادیر مورد انتظار به دست آمده از روش پیشنهادی برای ولتاژ دو شین بسیار به مقادیر دقیق نزدیک هستند. ضمن اینکه خطای مربوط به تخمین انحراف معیار ولتاژ و در نتیجه خطای محاسبه واریانس نیز برای روش ME بسیار کوچک است. این مطلب به خوبی توسط مقایسه مقادیر خطای ARMS نیز قابل تشخیص است.



شکل ۳: CDF ولتاژ شین ۱۷ در سناریو ۱

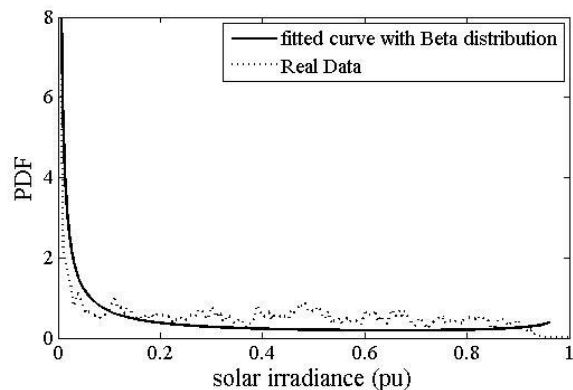


شکل ۴: CDF ولتاژ شین ۲۷ در سناریو ۱

جدول ۱: مقایسه روش‌های ME و MC (ولتاژ شین ۱۷)

روش	ME	MC
میانگین ولتاژ	۰/۹۲۷۸	۰/۹۲۷۶
انحراف معیار	۰/۰۱۲۱۹	۰/۰۱۱۲۴
ARMS (%)	۰/۰۲۸	۰
CL/۱۰	۰/۹۱۳۹	۰/۹۱۵۵
CL/۹۰	۰/۹۴۴۰	۰/۹۴۳۵
زمان اجرا (ثانیه)	۳/۰۶۶	۲۴۷/۸۲

پیشنهادی در بخش ۳-۱ حاصل شده است. در شکل ۲ چگالی احتمال توزیع بتا (برازش شده بر اطلاعات واقعی فتوولتائیک) رسم شده است. برای درک بهتر تأثیر همبستگی تولیدات پراکنده بر ساختار مسئله PLF، دو سناریو در نظر گرفته شده است که در ادامه مورد بررسی قرار می‌گیرند.



شکل ۲: آرایه خورشیدی مدل شده با توزیع بتا

۴-۱- سناریو اول: عدم وجود همبستگی بین تولیدات فتوولتائیک

ضریب نفوذ^{۱۱} تولید توان فتوولتائیک به اندازه ۱۰٪ بار کل شبکه در نظر گرفته شده است. در این سناریو از همبستگی بین دو آرایه فتوولتائیک مجاور صرف نظر شده است. محاسبات عددی برای کامیولنت تا مرتبه چهارم انجام شده است. به منظور صحت‌سنجی نتایج، شبیه‌سازی مونت کارلو با ۱۰۰۰۰ تکرار به عنوان مرجع مقایسه انتخاب شده است. شبیه‌سازی مونت کارلو با استفاده از نمونه‌برداری از متغیرهای تصادفی ورودی و با بهره‌گیری از پخش بار غیرخطی نیوتون-رافسون اصلاح شده تحقق پذیرفته است.

جهت تعیین میزان خطای حاصل از خطی‌سازی و تخمین توزیع احتمال تجمعی، می‌توان از شاخص خطای ARMS^{۱۲} طبق رابطه زیر استفاده کرد [۲۱]:

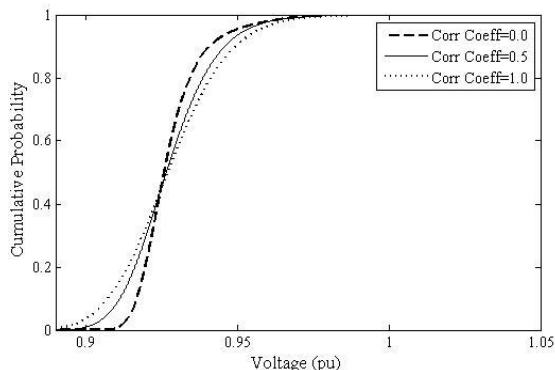
$$ARMS = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (F_{Mod,i} - F_{Ref,i})^2}}{N} \quad (21)$$

که در آن $F_{Mod,i}$ مقدار i امین نقطه تابع توزیع تجمعی به دست آمده از روش پیشنهادی است. $F_{Ref,i}$ نقطه مشابه حاصل از روش مونت کارلو و N تعداد نقاط مقایسه شده هستند. با استفاده از این شاخص، منحنی‌های CDF حاصل از روش‌های MCS و ME برای ولتاژ شین‌های نمونه شبکه بررسی و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب CDF ولتاژ شین‌های ۱۷ و ۲۷، حاصل از دو روش ذکر شده را در شرایط حضور توان فتوولتائیک نشان می‌دهند. همان‌طور که دیده می‌شود روش پیشنهادی به خوبی قادر به ردیابی منحنی خروجی است طوری که در کناره‌های منحنی توزیع تجمعی نیز خطای منحنی تخمین زده شده، بسیار پایین است. با توجه به نزدیک بودن منحنی

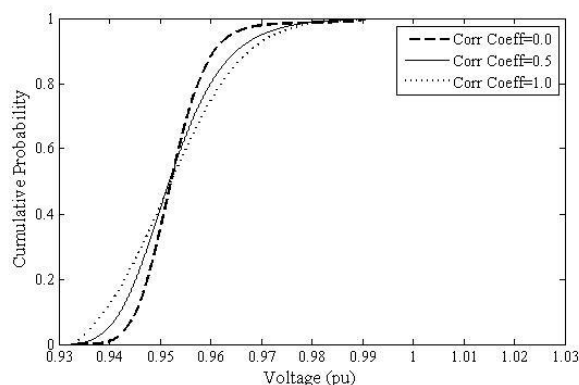
می‌توان به‌طور واقعی (با در نظر گرفتن عدم قطعیت و همبستگی واحدهای فتوولتائیک)، تخمین دقیق‌تری از شرایط ولتاژ شبکه توزیع ارائه نمود.

جدول ۲: مقایسه روش‌های ME و MC (ولتاژ شین ۲۷)

روش	MC	ME
میانگین ولتاژ	۰/۹۵۳	۰/۹۵۳
انحراف معیار	۰/۰۰۷۲	۰/۰۰۸۱
ARMS (%)	۰	۰/۰۲۶
CL/۱۰	۰/۹۴۵۱	۰/۹۴۴۲
CL/۹۰	۰/۹۶۳۷	۰/۹۶۳۶
زمان اجرا (ثانیه)	۲۴۷/۸۲	۳/۰۶۶



شکل ۵: مقایسه CDF ولتاژ شین ۱۷ برای حالت‌های مختلف همبستگی



شکل ۶: مقایسه CDF ولتاژ شین ۲۷ برای حالت‌های مختلف همبستگی

جدول ۳: تأثیر همبستگی آرایه‌های فتوولتائیک بر ولتاژ شین ۱۷

میانگین	انحراف معیار	
۰/۹۲۷۸	۰/۰۱۰۷۷	ضریب همبستگی صفر
۰/۹۲۷۸	۰/۰۱۴۰۵	ضریب همبستگی ۰/۵
۰/۹۲۷۸	۰/۰۱۶۷۰	ضریب همبستگی ۱

جدول ۴: تأثیر همبستگی آرایه‌های فتوولتائیک بر ولتاژ شین ۲۷

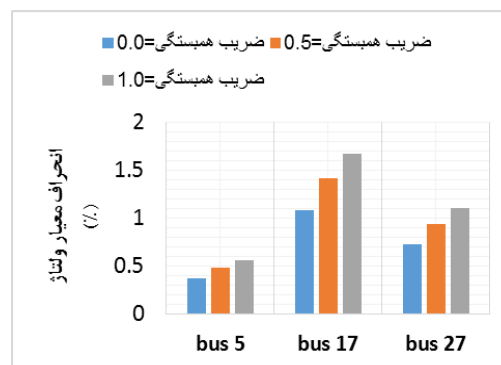
میانگین	انحراف معیار	
۰/۹۵۳۰	۰/۰۰۷۲۵	ضریب همبستگی صفر
۰/۹۵۳۰	۰/۰۰۹۳۲	ضریب همبستگی ۰/۵
۰/۹۵۳۰	۰/۰۱۱۰۱	ضریب همبستگی ۱

۴-۲- سناریو دوم: وجود همبستگی بین واحدهای مجاور

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، تولیدات فتوولتائیک یک شبکه نمی‌توانند از یکدیگر مستقل باشند. از آنجاکه تابش خورشید در نواحی مختلف یک شبکه طبق عوامل هواشناسی ارتباط وسیعی با یکدیگر دارند، در نتیجه PVهای یک شبکه ممکن است بسیار به هم وابسته باشند. برای ارزیابی تأثیر همبستگی این واحدها بر عدم قطعیت شبکه توزیع، نتایج پخش بار احتمالاتی برای سه ضریب همبستگی متفاوت مقایسه شده‌اند. در این حالت علاوه بر بررسی کامیولنت خودی تا مرتبه چهار، کامیولنت متقابل تا مرتبه دو نیز جهت بررسی همبستگی بین واحدها در نظر گرفته شده است. سه ضریب همبستگی ۰، ۰/۵ و ۱ بین PVها در نظر گرفته شده و نتایج با استفاده از روش ترکیبی کامیولنت و ME استخراج شده‌اند. اگر $p=0$ باشد، تمامی PVها از لحاظ آماری از یکدیگر مستقل هستند. در مقابل، در حالت $p=1$ ، PVها کاملاً به‌صورت مثبت وابسته‌اند. با توجه به اینکه PVها به تابش خورشید وابسته‌اند و تابش خورشید در نواحی مختلف به‌صورت مثبت به هم وابسته‌اند، از بررسی همبستگی منفی ($p \leq 0$) صرف‌نظر شده است.

شکل‌های ۵ و ۶ منحنی‌های CDF اندازه ولتاژ شین‌های ۱۷ و ۲۷ را برای شرایط مختلف همبستگی بین PVها نشان می‌دهند که از روش ترکیبی کامیولنت و حداکثر آنتروپی حاصل شده‌اند. همچنین جدول‌های ۳ و ۴ مقایسه میانگین و انحراف معیار اندازه ولتاژ شین‌های ۱۷ و ۲۷ را برای سه حالت همبستگی ارائه می‌دهند. همچنین، برای ایجاد امکان مقایسه بهتر و بررسی تأثیر همبستگی بر ولتاژ شبکه، شکل ۷ انحراف معیارهای ولتاژ سه شین را به ازای ضرایب همبستگی مختلف مقایسه می‌کند. بر اساس نتایج حاصله، با افزایش ضریب همبستگی بین منابع تولید پراکنده، میانگین اندازه ولتاژ ثابت مانده اما میزان انحراف معیار افزایش می‌یابد. این امر بدان معناست که وقتی خروجی PVهای مجاور با یک روند مشابه تغییر کنند (همبستگی مثبت) مسائل عدم قطعیت جدی‌تر می‌شود. بنابراین اگرچه استفاده از منابع تولید پراکنده فتوولتائیک در شبکه توزیع، باعث افزایش ولتاژ شین‌ها می‌شود اما با توجه به عدم قطعیت تابش خورشید، امکان انحراف ولتاژ از حد مجاز وجود دارد. از این‌رو با ارزیابی احتمالاتی ولتاژ

- ۴- میزان خطای اندازه‌گیری شده توسط شاخص ARMS در مقایسه با روش مونت کارلو، نشان‌دهنده دقت بالای الگوریتم PLF است.
- ۵- زمان محاسباتی این روش به دلیل حجم محاسباتی کم، بسیار کوتاه‌تر از سایر روش‌هاست. بنابراین، این روش برای بهره‌برداری به‌روز شبکه و همچنین در مسئله برنامه‌ریزی (زمانی که محاسبات متعدد برای حالات مختلف شبکه موردنیاز است) بسیار کارآمد خواهد بود.



شکل ۷: مقایسه انحراف معیار ولتاژ سه شین مختلف به ازای ضرایب همبستگی متفاوت بین واحدهای فتوولتائیک

مراجع

- [1] A. Schellenberg, W. Rosehart and J. Aguado, "Introduction to cumulant-based probabilistic optimal power flow (P-OPF)," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 2, pp. 1184–1186, 2005.
- [2] A. Singhee and R. Rutenbar, "Why quasi-monte carlo is better than monte carlo or latin hypercube sampling for statistical circuit analysis," *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 29, no. 11, pp. 1763–1776, 2010.
- [3] W. C. B. Vicente, R. Caire and N. Hadjsaid, "Probabilistic load flow for voltage assessment in radial systems with wind power," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 41, no. 1, pp. 27–33, 2012.
- [4] D. Villanueva, J. L. Pazos and A. Feijóo, "Probabilistic load flow including wind power generation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, no. 3, 2011.
- [5] R. N. Allan, A. M. L. Da silva and R. C. Burchett, "Evaluation methods and accuracy in probabilistic load flow solutions," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, no. 5, pp. 2539–2546, 1981.
- [6] N. D. Hatziairgiyriou, T. S. Karakatsanis and M. Papadopoulos, "Probabilistic load flow in distribution systems containing dispersed wind power generation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 159–165, 1993.
- [7] A. M. L. Da silva and V. L. Arianti, "Probabilistic load flow by a multilinear simulation algorithm," *IEE Proc.*, vol. 137, no. 4, pp. 276–282, 1990.
- [8] M. Pourahmadi-Nakhli, A. R. Seifi and R. Taghavi, "A nonlinear-hybrid fuzzy/probabilistic load flow for radial distribution systems," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 47, pp. 69–77, 2013.
- [9] C. L. Su, "Probabilistic load-flow computation using point estimate method," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 1843–1851, 2005.
- [10] J. M. Morales and J. Perez-Ruiz, "Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 4, pp. 1594–1601, 2007.
- [11] X. Ai, J. Wen, T. Wu and W. J. Lee, "A discrete point estimate method for probabilistic load flow based on the measured data of wind power," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 49, no. 5, 2013.
- [12] G. Verbic and C. A. Canizares, "Probabilistic optimal power flow in electricity markets based on a two point estimate method," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 4, pp. 1883–1893, 2006.
- [13] M. Aien, M. Rashidinejad and M. Fotuhi Firuz-Abad, "Probabilistic optimal power flow in correlated hybrid

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک الگوریتم پخش بار احتمالاتی جهت ارزیابی احتمالاتی متغیرهای شبکه توزیع فعال از قبیل ولتاژ یا شار خطوط ارائه شد. در این روش تحلیلی، به جای محاسبات کانولوشن، روش ترکیبی کامیولنت و حداکثر آنتروپی جهت دستیابی به CDF متغیرهای خروجی استفاده گردید. جهت استخراج CDFها از روش حداکثر آنتروپی که یکی از روش‌های بسیار دقیق در این زمینه است، استفاده شد و دقت نتایج حاصل از ME با روش مونت کارلو مقایسه گردید. قابلیت ردیابی دقیق منحنی CDF از ویژگی‌های روش پیشنهادی است. همچنین در این مقاله، مدل احتمالاتی جدیدی بر اساس شرایط محیطی برای تولیدات PV ارائه شد. ضمناً همبستگی بین متغیرهای تصادفی ورودی با استفاده از کامیولنت‌های متقابل بررسی شد. این مطالعات دارای این مزیت است که با در نظر گرفتن وابستگی تابش خورشید در مناطق نزدیک، نتایج واقعی‌تری استخراج می‌شود. طبق نتایج مطالعات عددی، افزایش همبستگی اثر سویی بر انحراف معیار ولتاژ دارد که نادیده گرفتن آن می‌تواند موجب عدم درک و پیش‌بینی صحیح مشکلات ولتاژ در تحلیل و ارزیابی شبکه شود. در بخش انتهایی مقاله، روش موردنظر بر روی شبکه توزیع ۳۳ شینه IEEE برای سطوح مختلف همبستگی بین PVها اجرا شد که نتایج زیر حاصل گردید:

- ۱- الگوریتم پخش بار احتمالاتی پیشنهادی، روشی کارآمد جهت محاسبه اثرات تولیدات پراکنده بر ولتاژ شبکه توزیع است.
- ۲- همبستگی مثبت بین منابع فتوولتائیک، مسئله عدم قطعیت را پررنگ‌تر می‌سازد. در مطالعات عددی با افزایش ضریب همبستگی بین واحدهای فتوولتائیک از ۰ تا ۱، انحراف معیار اندازه ولتاژ شین ۱۷ (به عنوان نمونه) از ۰/۱۰۷۷ pu به ۰/۱۶۷۰ pu افزایش یافت.
- ۳- مشکل تغییرات اندازه ولتاژ شبکه با افزایش واحدهای PV مجاور (که به صورت مثبت به یکدیگر وابسته‌اند) حادتر می‌شود.

- load demand correlation using the DC load flow,” *Electric Power Syst. Res.*, vol. 110, pp. 1-8, 2014.
- [21] P. Zhang and T. Lee, “Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWR-19, pp. 676–682, 2004.
- [22] Y. Yuan, J. Zhou, P. Ju and J. Feuchtwang, “Probabilistic load flow computation of a power system containing wind farms using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion,” *Renewable Power Generation, IET*, vol. 5, no. 6, 2011.
- [23] A. Schellenberg, W. Rosehart and J. Aguado, “A cumulant-based probabilistic optimal power flow (P-OPF) with gaussian and gamma distributions,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWR-20, pp. 773–781, 2005.
- [24] F. J. Ruiz-Rodriguez, J. C. Hernandez and F. Jurado, “Probabilistic load flow for photovoltaic distributed generation using the Cornish- Fisher expansion,” *Elect. Power Syst. Res.*, vol. 89, pp. 129–138, 2012.
- [25] P. McCullagh, *Tensor Methods in Statistics*. London, U.K., Chapman & Hall, 1987.
- [26] T. Williams and C. Crawford, “Probabilistic load flow modeling comparing maximum entropy and Gram-Charlier probability density function reconstructions,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 1, pp. 272–280, 2013.
- [27] M. R. Patel, *Wind and Solar Power Systems*, CRC Press, pp. 125-145, 1999.
- [28] www.sam.nrel.gov.
- [29] A. Mohammad-Djafari, “A Matlab program to calculate the maximum entropy distributions,” in *Proc 11th Int Workshop on Maximum Entropy and Bayesian Methods of Statistical Analysis*, vol. 50, 2001.
- [30] Z. Hu and X. Wang, “A probabilistic load flow method considering branch outages,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. PWR-21, pp. 507–514, 2006.
- wind-PV power systems: A review and a new approach,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 41, pp. 1437–1446, 2015.
- [۱۴] سعید صبوری، رسول کاظم‌زاده و هدایت صبوری، «ارزیابی میزان ریسک‌پذیری بهره‌بردار ناشی از عدم قطعیت منابع بادی و بار در مسئله در مدار قرار گرفتن واحدهای حرارتی با استفاده از شاخص ارزش در خطر شرطی»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۶، شماره ۲، صفحه ۱۳۵–۱۴۸، تابستان ۱۳۹۵.
- [15] C. Murphy, A. Soroudi and A. Keane, “Information gap decision theory-based congestion and voltage management in the presence of uncertain wind power,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 7, no. 2, pp. 841–849, 2016.
- [16] A. Soroudi and T. Amraee, “Decision making under uncertainty in energy systems: State of the art”, *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 28, pp. 376-384, 2013.
- [۱۷] عباس صابری نوقابی و نادر هاتفی ترشیزی، «تنظیم بهینه رله دیستانس با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌ها»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحه ۲۲۱–۲۳۱، بهار ۱۳۹۵.
- [18] D. Cai, D. Shi and J. Chen, “Probabilistic load flow with correlated input random variables using uniform design sampling,” *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 63, pp. 105–112, 2014.
- [19] F. Rongqi, C. Jinfu, D. Xianzhong et al., “Impact of wind speed correlation of probabilistic power flow,” *Automation of Electric Power Systems*, vol. 35, no. 4, pp. 18-22, 2011.
- [20] D. Villanueva, A. E. Feijoo and J. L. Pazos, “An analytical method to solve the probabilistic load flow considering

زیرنویس‌ها

- ¹ Photovoltaic
- ² Probabilistic Load Flow
- ³ Probability Density Functions
- ⁴ Point Estimate Method
- ⁵ Cumulant
- ⁶ Gram-Charlier
- ⁷ Cornish-Fisher
- ⁸ Cumulative Distribution Function
- ⁹ Expected Value

^{۱۰} به مجموعه‌ای از سلول‌های فتوولتائیک که نقش تبدیل تابش خورشید به انرژی الکتریکی را دارند گفته می‌شود.

^{۱۱} ضریب نفوذ DG برای شبکه سراسری نباید از ۳۰٪ تجاوز کند اما برای شبکه محلی می‌تواند کمی بیشتر هم باشد.

¹² Average Root Mean Square

¹³ Confidence Level