

طراحی کنترل کننده تطبیقی-فازی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی پس‌خوردی غیراکید تأخیری با پسماند نامشخص

محسن حسن‌پور ناصریه^۱، کارشناس ارشد؛ سیدمحمدعلی محمدی^۲، استادیار؛ مجتبی برخوردار یزدی^۳، استادیار

۱- بخش مهندسی برق - دانشگاه شهید باهنر کرمان - کرمان - ایران - mohsen.hasanpour@eng.uk.ac.ir

۲- بخش مهندسی برق - دانشگاه شهید باهنر کرمان - کرمان - ایران - a_mohammadi@uk.ac.ir

۳- بخش مهندسی برق - دانشگاه شهید باهنر کرمان - کرمان - ایران - barkhordari@uk.ac.ir

چکیده: در این مقاله یک کنترل کننده پسگام تطبیقی با به کارگیری سیستم منطق فازی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی پس‌خوردی غیراکید با تأخیر متغیر با زمان و پسماند نامشخص طراحی شده است. از سیستم منطق فازی به طور مستقیم به منظور تقریب‌زنی غیرخطی‌های نامشخص استفاده شده است. کنترل کننده تطبیقی-فازی، با استفاده از تکنیک پسگام و انتخاب تابعی‌های لیاپانوف-کراسوفسکی مناسب ساخته شده است. توسط روش کنترلی پیشنهادی، کرانداری تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه‌بسته به مفهوم (semi-globally uniformly ultimately bounded) تضمین شده است. مزیت عمده روش پیشنهادی در این مقاله این است که هیچ نیازی به ساخت معکوس پسماند، برای از بین بردن اثر پسماند نمی‌باشد. در پایان کارآمد بودن روش پیشنهادی به کمک دو مثال شبیه‌سازی نشان داده شده است.

واژه‌های کلیدی: کنترل کننده تطبیقی-فازی، روش طراحی پسگام، پسماند، فرم پس‌خوردی غیراکید، تأخیر متغیر با زمان نامشخص.

Adaptive Fuzzy Controller Design for a Class of Nonstrict-Feedback Nonlinear Time-Delay Systems with Unknown Hysteresis

M. Hasan-Pour-Naseriyeh¹, MSc; S. M. A. Mohammadi², Assistant Professor; M. Barkhordari Yazdi³, Assistant Professor

1- Electrical Engineering Department, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, Email: mohsen.hasanpour@eng.uk.ac.ir

2- Electrical Engineering Department, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, Email: a_mohammadi@uk.ac.ir

3- Electrical Engineering Department, Shahid Bahonar University of Kerman, Kerman, Iran, Email: barkhordari@uk.ac.ir

Abstract: In this paper, an adaptive back-stepping controller is designed for a class of nonstrict-feedback nonlinear time-varying delay systems with unknown hysteresis using fuzzy logic systems. Fuzzy logic systems are directly employed to approximate the unknown nonlinear functions. The adaptive-fuzzy controller is constructed by using the back-stepping technique and appropriate Lyapunov-Krasovskii functionals. The proposed controller guarantees that all the closed-loop signals are semiglobally uniformly ultimately bounded. The main advantage of this paper is that the proposed control design scheme does not need to construct the hysteresis inverse. Finally, the effectiveness of the proposed approach is shown by two simulation examples.

Keywords: Adaptive fuzzy control, backstepping design technique, hysteresis, nonstrict-feedback form, unknown time-varying delay.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۱۸

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۵/۰۴ و ۱۳۹۵/۰۷/۱۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۹/۲۶

نام نویسنده مسئول: مجتبی برخوردار یزدی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - کرمان - انتهای بلوار ۲۲ بهمن - دانشگاه شهید باهنر کرمان - بخش مهندسی برق.

۱- مقدمه

روش پسگام^۱ تطبیقی، برای اولین بار در [۱] به منظور طراحی کنترل کننده غیرخطی مورد استفاده قرار گرفت. در دو دهه اخیر طراحی کنترل کننده تطبیقی بر اساس تکنیک پسگام یکی از رایج ترین روش های طراحی برای دسته وسیعی از سیستم های غیرخطی بوده است (به عنوان مثال [۲-۵] و مراجع آن ها را ببینید). اگرچه روش پسگام تطبیقی کلاسیک در اوایل به عنوان روشی در طراحی کنترل کننده مقاوم برای سیستم های غیرخطی با عدم قطعیت های پارامتریک مورد استفاده قرار می گرفت؛ اما محدودیت این روش، قابل اعمال نبودن آن به سیستم های غیرخطی با توابع سیستمی نامشخص^۲ بود. کنترل کننده های پسگام تطبیقی-فازی و تطبیقی-عصبی به منظور رفع این محدودیت مطرح شدند. به عنوان مثال، به کنترل کننده تطبیقی-فازی پسگام [۳، ۶] و کنترل کننده تطبیقی-عصبی [۲، ۷] می توان اشاره کرد. در این مراجع، شبکه های عصبی یا سیستم منطقی فازی به منظور تقریب توابع غیرخطی نامشخص به کار گرفته شده است. همچنین تخمین بردار وزنی شبکه های عصبی یا سیستم منطقی فازی توسط روش های تطبیقی انجام شده و در نهایت کنترل کننده مطلوب به کمک تکنیک پسگام طراحی شده است. بنابراین با استفاده از شبکه های عصبی یا سیستم منطقی فازی، شرط نیاز به اطلاعات دقیق از غیرخطی های سیستم حذف گردید.

تأخیر زمانی در بسیاری از سیستم های واقعی وجود دارد و معمولاً یکی از منابع ناپایداری و افت عملکرد سیستم ها می باشد. از این رو کنترل سیستم های تأخیری یکی از حوزه های تحقیقاتی فعال در دهه اخیر بوده است. به عنوان مثال می توان به [۲، ۳، ۶، ۸-۱۱] و مراجع آن ها اشاره کرد.

در [۱۲]، یک کنترل کننده تطبیقی-فازی برای دسته ای از سیستم های غیرخطی اکیداً پسخوردی^۳ با تأخیر متغیر با زمان طراحی شده است. در این مرجع به منظور کاهش بار محاسباتی، تنها از یک قانون تطبیق جهت به روزرسانی کنترل کننده استفاده شده است.

جی^۴ و همکاران یک کنترل کننده تطبیقی-عصبی برای دسته ای از سیستم های غیرخطی تأخیری به منظور ردیابی سیگنال مرجع طراحی کرده اند [۷]. در این تحقیق اثر تأخیرهای زمانی نامشخص به وسیله تابعی های لیاپانوف-کراسوفسکی مناسب، جبران شده است.

ژو^۵ و همکاران در [۳]، مسئله طراحی کنترل کننده تطبیقی-فازی را برای دسته ای از سیستم های غیرخطی اکیداً پسخوردی نامعین تأخیری با پسخورد خروجی که حالات سیستم نیز غیرقابل اندازه گیری هستند، مورد بررسی قرار داده اند. در این مرجع حالات سیستم توسط یک رویکرد خطی تخمین زده شده اند. برای غلبه بر انفجار پیچیدگی^۶ ذاتی روش پسگام، از کنترل سطح دینامیکی^۷ (DSC) استفاده شده است.

با استفاده از رویکرد جداسازی متغیرها، یک روش طراحی کنترل کننده نوین تطبیقی-فازی برای سیستم های غیرخطی

پسخوردی غیراکید مطرح شده است [۱۳]. کرانداری تمامی سیگنال های حلقه بسته توسط کنترل کننده پیشنهادی به مفهوم^۸ SGUUB به دست آمده است و همچنین با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی، عملکرد مناسب سیستم تضمین شده است. سپس نتایج به دست آمده به سیستم های غیرخطی پسخوردی غیراکید با تأخیر زمانی ثابت در حالات و همچنین شامل غیرخطی ناحیه مرده^۹ در ورودی توسعه داده شده است [۶].

در کاربردهای عملی، معمولاً محرک^{۱۰} سیستم های کنترل، تحت تأثیر عوامل غیرخطی سخت از قبیل پسماند [۲، ۴]، اشباع [۱۴]، ناحیه مرده [۶، ۱۵] و لقی [۱۶] قرار می گیرد. وجود غیرخطی های سخت در سیستم های فیزیکی و دستگاه ها، عملکرد ردیابی سیستم را کاهش داده و به سادگی منجر به ناپایداری سیستم می شود؛ بنابراین کنترل سیستم های غیرخطی-شامل غیرخطی های سخت- یکی از موضوعات فعال تحقیقاتی در این زمینه بوده است.

در [۲]، به طراحی یک کنترل کننده تطبیقی-عصبی برای سیستم های غیرخطی پسخوردی غیراکید تأخیری که دارای ورودی پسماند با جهت های ناشناخته اند، پرداخته شده است. در این مرجع، مدل اصلاح شده پسماند بوک-ون^{۱۱} با جهت های نامشخص مورد بررسی قرار گرفته و کاهش بار محاسباتی و بهینه کردن مکانیسم تطبیق با موفقیت صورت پذیرفته است. بر اساس روش لیاپانوف-کراسوفسکی، دو شبکه عصبی بر اساس الگوریتم های کنترل تطبیقی، ساخته شده است و تضمین می شود که کلیه حالات و پارامترهای تطبیق کراندار است و خطای ردیابی در نزدیکی صفر باقی می ماند.

با توجه به مطالب ذکر شده و نیز تأثیر نامطلوب تأخیرهای متغیر با زمان نامشخص و پسماند نامشخص در عملکرد سیستم، در این مقاله به طراحی کنترل کننده تطبیقی-فازی برای دسته ای از سیستم های غیرخطی پسخوردی غیراکید با مدل دینامیکی نامشخص به همراه تأخیر و پسماند نامشخص در محرک کنترل پرداخته می شود. همچنین در مواجهه با توابع غیرخطی نامشخص، از سیستم منطقی فازی ممدانی استفاده می شود. با به کارگیری کنترل تطبیقی و پسگام و انتخاب تابعی های لیاپانوف-کراسوفسکی مناسب برای از بین بردن اثر تأخیرهای زمانی، در نهایت کرانداری تمامی سیگنال های درون سیستم حلقه بسته به مفهوم SGUUB تضمین شده و همچنین اثبات می شود که با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی خطای ردیابی سیستم در حوالی صفر باقی می ماند.

در مقایسه با روش های موجود، روش پیشنهادی دارای مزایا و نوآوری های زیر است:

- در مقایسه با [۴، ۱۹-۱۷]، در روش پیشنهادی، هیچ نیازی به اعمال معکوس پسماند، جهت از بین بردن اثر پسماند نمی باشد.
- تأخیر متغیر با زمان آورده شده در این تحقیق، حالت کلی تری نسبت به [۶] دارد. در این مرجع، به طراحی کنترل کننده برای دسته ای از سیستم های غیرخطی پسخوردی غیراکید با تأخیر

بسته کراندار بمانند و همچنین خروجی y بتواند سیگنال مرجع y_d را دنبال نماید. برای رسیدن به این هدف، فرض‌ها و تعاریف زیر بر روی سیستم و سیگنال مرجع در نظر گرفته می‌شود. لازم به ذکر است که اغلب مفروضات ارائه شده، در اکثر پژوهش‌های معتبر در این حوزه (به عنوان مثال [۲، ۳، ۱۳]) به کار گرفته شده است.

فرض ۱: سیگنال مرجع $y_d(t)$ و مشتقات آن پیوسته و کراندار هستند و ثابت‌های مثبت d, k چنان وجود دارند که نامعادلات $|y_d^{(k)}(t)| \leq d, k=1,2,\dots,n$ و $|y_d(t)| \leq d$ بیانگر مشتق مرتبه k ام y_d است.

فرض ۲ [۱۳]: برای توابع $f_i(\cdot)$ و $q_i(x)$ در (۱) توابع هموار اکیداً صعودی $\varphi_i(\cdot): \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ با شرط $\varphi_i(0) = 0$ و $\varphi_i(0) = 0$ چنان وجود دارند که نامساوی‌های زیر برقرار بمانند:

$$|f_i(x)| \leq \varphi_i(\|x\|), \quad |q_i(x)| \leq \varphi_i(\|x\|) \quad (2)$$

که $\|x\| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}$

تذکر ۱ [۱۳]: صعودی بودن $\varphi_i(\cdot)$ باعث می‌شود، اگر $a_k \geq 0$ برای $k=1,2,\dots,n$ آنگاه $\varphi_i\left(\sum_{k=1}^n a_k\right) \leq \sum_{k=1}^n \varphi_i(na_k)$ باشد. قابل توجه است که $\varphi_i(s)$ یک تابع هموار با شرط $\varphi_i(0) = 0$ است؛ بنابراین تابع هموار $h_i(s)$ چنان وجود دارد که $\varphi_i(s) = sh_i(s)$ و در نتیجه به دست می‌دهد:

$$\varphi_i\left(\sum_{k=1}^n a_k\right) \leq \sum_{k=1}^n na_k h_i(na_k) \quad (3)$$

به طور مشابه، برای تابع $\varphi_i(\cdot)$ می‌توان نوشت:

$$\varphi_i\left(\sum_{k=1}^n a_k\right) \leq \sum_{k=1}^n na_k \bar{h}_i(na_k) \quad (4)$$

که \bar{h}_i تابعی هموار است.

از این فرض به منظور جداسازی متغیرها جهت طراحی کنترل کننده به روش پسگام برای سیستم (۱) استفاده خواهد شد.

فرض ۳: ثابت مثبت نامعلوم b چنان وجود دارد که نامعادله $|g_i(\bar{x}_i)| \geq b$ حفظ شود.

تذکر ۲: از فرض ۳ دیده می‌شود که تابع $g_i(\cdot)$ می‌تواند اکیداً مثبت یا اکیداً منفی باشد. بدون از دست رفتن کلیت، در این مقاله، $g_i(\cdot)$ اکیداً مثبت در نظر گرفته می‌شود.

فرض ۴: برای $1 \leq i \leq n$ تاخیر متغیر با زمان در زیرسیستم i ام در نظر گرفته شده است. به طوری که $\tau_i(t)$ در شرط زیر صدق می‌کند:

$$0 \leq \tau_i(t) \leq \tau_{\max} \quad \dot{\tau}_i(t) \leq \bar{\tau}_{\max} < 1 \quad (5)$$

که τ_{\max} و $\bar{\tau}_{\max}$ به ترتیب کران بالای $\tau_i(t)$ و $\dot{\tau}_i(t)$ هستند.

ثابت پرداخته شده است؛ اما مسئله پسماند نامشخص در محرک کنترلی و همچنین تأخیر متغیر با زمان، مورد مطالعه قرار نگرفته است.

- در مقایسه با [۲]، در این مطالعه ضرایب کنترلی یک نبوده، بلکه تابعی از حالات سیستم هستند و می‌توان گفت مدل دینامیکی این تحقیق حالت کلی تری دارد.
- در روش پیشنهادی، برای طراحی کنترل کننده، هیچ نیازی به دانش قبلی از سیستم فازی و نوع توابع عضویت نمی‌باشد.
- در مقایسه با [۲، ۶]، در روش پیشنهادی، تنها به دو قانون تطبیق برای یک سیستم مرتبه n نیاز است و این موضوع بار محاسباتی برخط را به طور قابل توجهی کاهش می‌دهد.
- روش کنترلی پیشنهادی، قابل اعمال به سیستم‌های اکیداً پسخوردی و پسخوردی محض^{۱۲} نیز می‌باشد.

مقاله حاضر مشتمل بر پنج بخش است که پس از مقدمه، در بخش ۲ به معرفی مدل دینامیکی سیستم، بیان مفروضات و خاصیت تقریب‌زنی توابع غیرخطی توسط سیستم منطق فازی پرداخته می‌شود. در بخش ۳ طراحی کنترل کننده تطبیقی-فازی و تحلیل پایداری بیان می‌شود. در بخش ۴، به منظور نشان دادن کارایی روش کنترلی پیشنهادی، دو مثال شبیه‌سازی ارائه شده و در نهایت در بخش ۵ به نتیجه‌گیری پرداخته شده است.

۲- تشریح و آماده‌سازی مسئله

۲-۱- توصیف سیستم

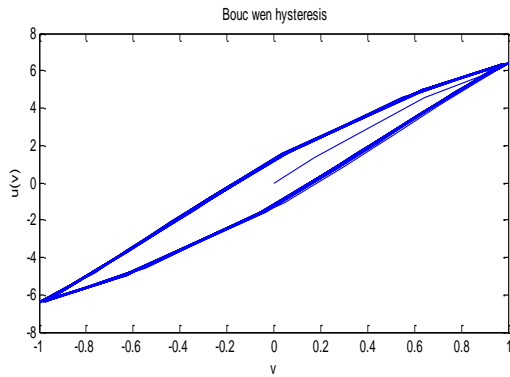
سیستم غیرخطی تأخیری تک ورودی- تک خروجی (SISO^{۱۲}) با فرم پسخوردی غیراکید به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۲]:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = f_i(x) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + q_i(x(t - \tau_i(t))) & 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{x}_n = f_n(x) + g_n(x)u(v) + q_n(x(t - \tau_n(t))) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1)$$

که $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T, x \in \mathbb{R}^i$ بردار حالت زیرسیستم i ام و $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T, x \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت سیستم می‌باشند. $v \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$ به ترتیب بیانگر، ورودی و خروجی سیستم هستند. $f_i(\cdot), g_i(\cdot)$ توابع غیرخطی نامشخص هموار با $f_i(0) = 0$ و $q_i(0) = 0$ هستند.

سیستم (۱) به فرم پسخوردی غیراکید است؛ زیرا توابع سیستمی $f_i(\cdot)$ شامل کلیه متغیرهای حالت هستند، این سیستم با سیستم‌های غیرخطی اکیداً پسخوردی در [۳] پسخوردی محض در [۱۷] متفاوت است؛ زیرا توابع سیستمی $f_i(\cdot)$ آن‌ها تنها می‌تواند شامل $x_k, k=1, \dots, i$ باشد.

هدف اصلی این مقاله، طراحی یک کنترل کننده تطبیقی-فازی برای سیستم (۱) می‌باشد، به طوری که کلیه سیگنال‌های سیستم حلقه



شکل ۱: پسماند بوک-ون

که $\mu_{B^l}(y)$ و $\mu_{F_i^l}(x_i)$ به ترتیب توابع عضویت مجموعه‌های فازی B^l و F_i^l می‌باشند و $\bar{W}_l = \max_{y \in R} \mu_{B^l}(y)$.

توابع پایه‌ای فازی^{۱۸} به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$S_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{i=1}^N \left[\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right]} \quad (10)$$

که $S(x) = [s_1(x), s_2(x), \dots, s_N(x)]^T$ بردار مراکز توابع عضویت خروجی به صورت $W = [\bar{W}_1, \bar{W}_2, \dots, \bar{W}_N]^T \in \mathbb{R}^N$ تعریف می‌شود، سپس سیستم فازی را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$y(x) = W^T S(x) \quad (11)$$

لم ۱ [۲۰]: فرض می‌کنیم، $f(x)$ تابعی پیوسته، تعریف شده بر مجموعه فشرده Ω باشد؛ سپس، برای هر ثابت دلخواه معین $\bar{\epsilon} > 0$ یک سیستم منطق فازی $y(x)$ به فرم (۱۱) وجود دارد به طوری که:

$$\sup_{x \in \Omega} |f(x) - y(x)| \leq \bar{\epsilon} \quad (12)$$

شکل ۲، ساختار تقریب‌زن فازی را نشان می‌دهد.

تذکر ۳: در طراحی کنترل کننده تطبیقی بر اساس روش‌های تقریب زنی، تکنیک‌های تطبیقی به منظور تخمین بردار وزنی ایده‌آل W به کار گرفته می‌شوند. در اینجا دو روش تطبیقی به منظور تخمین بردار وزنی وجود دارد. در روش اول هر یک از مؤلفه‌های بردار وزنی به طور جداگانه تخمین زده می‌شوند [۹، ۱۷]؛ در روش دوم نرم بردار وزنی تخمین زده می‌شود [۲، ۳]. مزیت روش دوم این است که تعداد پارامترهای تطبیق به طور چشم‌گیری کاهش داده می‌شود. در روش پیشنهادی این مقاله، روش دوم استفاده خواهد شد.

۳- طراحی کنترل کننده تطبیقی- فازی و تحلیل پایداری

در این قسمت، به طراحی یک کنترل کننده تطبیقی-فازی بر اساس تکنیک پسگام و تحلیل پایداری آن پرداخته می‌شود. طراحی پسگام در n مرحله انجام می‌شود. در مرحله l ام، سیگنال کنترل مجازی $\alpha_l(Z_l)$ به دست می‌آید و در آخرین مرحله قانون کنترل

۲-۲- غیرخطی پسماند

پسماند بوک-ون اصلاح شده، یکی از انواع غیرخطی‌های سخت در محرک سیستم‌های کنترلی است که در پهنه وسیعی از سیستم‌ها و دستگاه‌های فیزیکی از قبیل الکترومغناطیس، محرک‌های مکانیکی و ... یافت می‌شود. یک غیرخطی پسماند بوک-ون را می‌توان به صورت زیر بیان کرد [۲]:

$$u(v) = \mu_1 v + \mu_2 \zeta \quad (6)$$

که μ_1 و μ_2 ثابت‌هایی با علامت یکسان هستند به طوری که $\text{sgn}(\mu_1) = \text{sgn}(\mu_2)$ ، v سیگنال کنترل ورودی و u سیگنال کنترل تحت تأثیر پسماند است. ζ از طریق معادله دیفرانسیل زیر تعیین می‌شود:

$$\dot{\zeta} = \dot{v} - \beta |\dot{v}| |\zeta|^{n-1} \zeta - \chi v |\zeta|^n, \zeta(t_0) = 0 \quad (7)$$

که $n > 1$ و $|\beta| > |\chi|$ است. β شکل^{۱۴} و دامنه پسماند و نرمی^{۱۵} رسیدن شیب اولیه به شیب مجانبی^{۱۶} را توصیف می‌کند. متغیر کمکی ζ از بالا به $\bar{\zeta}$ کراندار است. به طوری که:

$$|\zeta| \leq \bar{\zeta} = (\beta + \chi)^{-\frac{1}{n}} \quad (8)$$

فرض ۵: جهت پسماند نامعلوم، مشخص در نظر گرفته می‌شود به طوری که μ_1 یک ثابت نامعلوم با جهت مشخص است. بدون از دست رفتن کلیت، در این مقاله $\text{sgn}(\mu_1) > 0$ در نظر گرفته می‌شود. برای روشن شدن مطلب به یک مثال عددی پرداخته می‌شود. مقادیر عددی پارامترهای پسماند $\mu_2 = 5$ ، $\beta = 1/5$ ، $\chi = 0/5$ ، $n = 2$ و $\mu_1 = 3$ و سیگنال ورودی $v(t) = \sin 2t$ انتخاب شده است. شکل ۱ نتیجه شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.

۲-۳- سیستم منطق فازی

یک سیستم فازی در اصل یک نگاشت از $U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \subset \mathbb{R}^n$ به $V \subset \mathbb{R}$ می‌باشد. هر سیستم فازی از یک فازی‌ساز، پایگاه قواعد فازی، موتور استنتاج فازی و غیر فازی‌کننده تشکیل شده است. پایگاه قواعد، مجموعه از قوانین اگر-آنگاه فازی است که به صورت زیر ساخته می‌شود [۵]:

R_l : If x_1 is F_1^l and ... x_n is F_n^l THEN y is B^l , $1 \leq l \leq n$
که $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in U$ و $y \in V$ به ترتیب ورودی و خروجی سیستم فازی می‌باشند. F_i^l و B^l به ترتیب مجموعه‌های فازی در U_i و V بوده و $l = 1, \dots, N$ تعداد قوانین فازی است.

سیستم منطق فازی با فازی‌ساز منفرد^{۱۷}، موتور استنتاج فازی ضربی (استلزام ممدانی و T-norm ضربی)، غیر فازی‌کننده میانگین مراکز را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$y(x) = \frac{\sum_{l=1}^N \bar{W}_l \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \left[\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right]} \quad (9)$$

$$\dot{\alpha}_{i-1} = \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k + g_k x_{k+1} + q_k(\tau_k(t))) + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k+1)} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \dot{\theta} \quad (18)$$

در (۱۸)، به منظور ساده‌سازی از نمادگذاری زیر استفاده شده است:

$$\frac{\partial \alpha_0}{\partial \theta} \dot{\theta} = 0 \quad \sum_{k=1}^0 \frac{\partial \alpha_0}{\partial x_k} (f_k + g_k x_{k+1}) = 0 \quad (19)$$

تذکر ۵ [۵]: برخلاف روش‌های کنترل تطبیقی-فازی [۸، ۱۲]، سیگنال‌های کنترل مجازی α_i ، ابتدا به‌وسیله توابع نامشخص ساخته می‌شوند و سپس سیستم منطق فازی به‌صورت مستقیم جهت تقریب توابع کنترل مجازی بکار گرفته می‌شود، از این‌رو روش تطبیقی-فازی پیشنهادی استفاده‌شده در این مقاله، روش تطبیقی-فازی مستقیم است.

در ادامه، چند لم سودمند جهت طراحی کنترل کننده معرفی می‌شود.
لم ۲ [۲۱]: برای هر $\omega \in \mathbb{R}$ و $\gamma > 0$ نامعادله زیر همواره حفظ می‌شود:

$$0 \leq |\omega| - \omega \tanh\left(\frac{\omega}{\gamma}\right) \leq \delta \gamma, \quad \delta = 0.2785. \quad (20)$$

لم ۳ [۹]: تابع $V(t) \geq 0$ به ازای $t \geq 0$ مشتق‌پذیر است. اگر $\dot{V}(t) \leq -\rho V(t) + \mu$ باشد، که ρ و μ ثابت‌های مثبت هستند، آنگاه:

$$V(t) \leq V(0) - \frac{\mu}{\rho} e^{-\rho t} + \frac{\mu}{\rho} \quad (21)$$

لم ۴ [۱۳]: برای $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$ ، $i = 1, 2, \dots, n$ ، نامعادله زیر همواره حفظ خواهد شد:

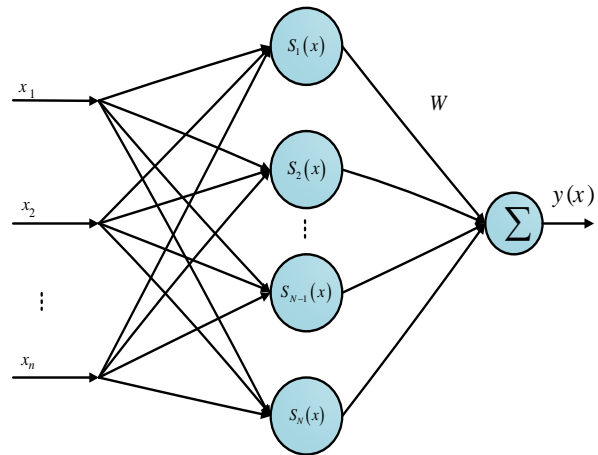
$$\|x\| \leq \sum_{i=1}^n |z_i| c_i(\theta) \quad (22)$$

که $c_i(\theta) = (\lambda_i + 1.5) + \frac{1}{2a_i^2} \theta$ و $i = 1, 2, \dots, n-1$ و $c_n(\theta) = 1$ است.

اثبات: $\alpha_0 = y_d$ در نظر می‌گیریم. از فرض ۱، (۱۳)، برای $i = 1, 2, \dots, n$ داریم:

$$\begin{aligned} \|x\| &\leq \sum_{i=1}^n |x_i| = \sum_{i=1}^n |z_i + \alpha_{i-1}| \leq \sum_{i=1}^n (|z_i| + |\alpha_{i-1}|) \\ &\leq \sum_{i=1}^n |z_i| + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\lambda_i + 0.5 + \frac{\theta}{2a_i^2} \right) |z_i| + |y_d| \\ &\leq \sum_{i=1}^n c_i(\theta) |z_i| + d \end{aligned} \quad (23)$$

تعریف ۱ [۲۲]: بردار حالت متغیر با زمان $\chi(t)$ ، SGUUB است، اگر برای هر زیرمجموعه فشرده Ω در \mathbb{R}^n و تمامی $\chi(t_0) \in \Omega$ ، یک $\varepsilon > 0$ و $T(\varepsilon, \chi(t_0))$ وجود داشته باشد؛ به‌طوری که $\|\chi(t)\| < \varepsilon$ برای تمامی $t \geq t_0 + T$.
تعریف ۱، به‌طور شفاف‌تری در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۲: ساختار تقریب زن فازی

واقعی $v(t)$ ساخته می‌شود. سیگنال کنترل مجازی α_i و قانون کنترل واقعی v به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند [۲، ۳، ۵، ۱۳]:

$$\alpha_i(Z_i) = -(\lambda_i + 0.5) z_i - \frac{1}{2a_i^2} z_i \theta, \quad i = 1, 2, \dots, n-1 \quad (13)$$

$$v = -(\lambda_n + 0.5) z_n - \frac{1}{2a_n^2} z_n \theta_n \quad (14)$$

که λ_i و a_i پارامترهای مثبت طراحی هستند. تبدیل مختصات z_i به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}(Z_{i-1}) \quad (15)$$

که $\bar{x}_i^T = [x_1, x_2, \dots, x_i]$ ، $\alpha_0 = y_d$ ، $Z_i = [\bar{x}_i^T, \theta, y_{dk}^T]^T$ و $y_{di} = [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(i)}]^T$ مشتق مرتبه i ام y_d است.

θ و θ_n به ترتیب تخمین θ^* و θ_n^* هستند. ثابت‌های نامعلومی هستند که بعداً تعریف می‌شوند. θ و θ_n در معادلات دیفرانسیل زیر صدق می‌کنند:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r}{2a_i^2} z_i^2 - \sigma \theta \\ \dot{\theta}_n = \frac{r_n}{2a_n^2} z_n^2 - \sigma_n \theta_n \end{cases} \quad (16)$$

که σ ، σ_n و r پارامترهای مثبت طراحی هستند.

تذکر ۴: با توجه به [۵] و معادلات (۱۶) برای هر شرط اولیه $\theta(t_0) \geq 0$ ، پاسخ $\theta(t) \geq 0$ برای زمان‌های $t \geq t_0$ حفظ می‌شود. در اینجا $\theta(t_0) \geq 0$ فرض شده است.

در ادامه، برای سادگی، به‌جای عبارات $q_i(x(t - \tau_i(t)))$ و $q_i(\tau_i(t))$ استفاده خواهد شد.

با در نظر گرفتن (۱۵)، سیستم (۱) به فرم معادل زیر برای $i = 1, 2, \dots, n$ درمی‌آید:

$$\dot{z}_i = \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} \quad (17)$$

که:

$$\begin{aligned} z_i \left(f_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} f_k(x) \right) &= -z_i \sum_{k=1}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} f_k(x) \\ &\leq \sum_{k=1}^i \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| |f_k(x)| \leq \sum_{k=1}^i \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| \phi_k(\|x\|) \\ &\leq \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| \bar{\phi}_k \left(|z_j| c_j(\theta) \right) + \sum_{k=1}^i \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| \phi_k(d) \end{aligned} \quad (28)$$

که $\bar{\phi}_k(|z_j|c_j(\theta)) = c_j(\theta)h_k(|z_j|c_j(\theta))$ برای سادگی از نوشتن ضریب $n+1$ صرف نظر شده است. با به کارگیری نامعادله یانگ [۲۳]، می توان نوشت:

$$\begin{aligned} z_i \left(f_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} f_k(x) \right) &\leq \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} z_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right)^2 + \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} z_j^2 \bar{\phi}_k^2 \left(|z_j| c_j(\theta) \right) \\ &\quad + \sum_{k=1}^i \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| \phi_k(d) \end{aligned} \quad (29)$$

به طور مشابه برای جمله زیر داریم:

$$\begin{aligned} z_i \left(q_i(\tau_i(t)) - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} q_k(\tau_k(t)) \right) &= - \sum_{k=1}^i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} q_k(\tau_k(t)) \\ &\leq \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} z_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right)^2 + \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \left[z_j^2 \bar{\phi}_k^2 \left(|z_j| c_j(\theta) \right) \right]_{\tau_j(t)} \\ &\quad + \sum_{k=1}^i \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| \phi_k(d) \end{aligned} \quad (30)$$

که:

$$\bar{\phi}_k(|z_j|c_j(\theta)) = c_j(\theta) \bar{h}_k(|z_j|c_j(\theta)) \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \left[z_j^2 \bar{\phi}_k^2 \left(|z_j| c_j(\theta) \right) \right]_{\tau_j(t)} &= z_j^2 \left(t - \tau_j(t) \right) \bar{\phi}_k^2 \left(|z_j(t - \tau_j(t))| c_j(\theta(t - \tau_j(t))) \right) \end{aligned} \quad (32)$$

برای سادگی از نوشتن ضریب $n+1$ صرف نظر شده است. با قرار دادن (۲۹) و (۳۰) در (۲۷) می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n z_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right)^2 + \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} z_j^2 \bar{\phi}_k^2 \left(|z_j| c_j(\theta) \right) \\ &\quad + \sum_{k=1}^i \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| \left(\phi_k(d) + \varphi_k(d) \right) \\ &\quad + \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \left[z_j^2 \bar{\phi}_k^2 \left(|z_j| c_j(\theta) \right) \right]_{\tau_j(t)} \\ &\quad + z_i \left(g_i x_{i+1} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k+1)} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

حال، تابع V_0 به صورت زیر تعریف می شود:

قضیه ۱: سیستم غیرخطی تأخیری (۱) با مفروضات ۱ تا ۵ به همراه قوانین کنترلی (۱۳) و (۱۴) و قوانین تطبیق (۱۶) را در نظر بگیرید. با انتخاب هر شرط اولیه کراندار، همه سیگنال های حلقه بسته کراندار مانده و خطای ردیابی با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی به نقطه ای در همسایگی صفر همگرا می شود و در حالت ماندگار خطای ردیابی سیستم در نامعادله زیر صدق می کند:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_i^2(t) \leq 2 \frac{d_0}{a_0} \quad (24)$$

که a_0 و d_0 به صورت زیر تعریف می شوند:

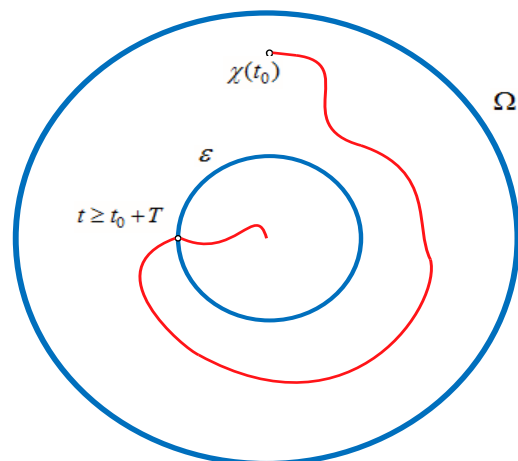
$$\begin{aligned} a_0 &= \min_{1 \leq i \leq n-1} \{ (1 - \bar{\tau}_{\max}), \sigma, \sigma_n, 2\lambda_n b \mu_1, 2\lambda_1 b \} \\ d_0 &= \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} a_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2b} \varepsilon_i^2 + \frac{\varepsilon_n^2}{2b \mu_1} + \sum_{i=1}^n \delta \gamma_i \\ &\quad + \frac{1}{2} \mu_2^2 \bar{\zeta}^2 + \frac{b}{2r} \sigma \theta^{*2} + \frac{b \mu_1}{2r_n} \sigma_n \theta_n^{*2} \end{aligned} \quad (25)$$

اثبات: برای i امین مرحله طراحی، کاندید لیاپانوف زیر در نظر گرفته می شود:

$$V_i = \frac{1}{2} z_i^2 \quad (26)$$

با مشتق گیری از دو سمت معادله (۲۶) و با استفاده از (۱۷)، (۱۸) و (۱) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= z_i \left(f_i + g_i x_{i+1} + q_i(\tau_i(t)) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k + q_k(\tau_k(t))) \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k+1)} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \end{aligned} \quad (27)$$



شکل ۳: شرح گرافیکی تعریف ۱

با به کار گرفتن فرض ۲، لم ۴ و تذکر ۱ خواهیم داشت:

$$-\sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k+1)} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \dot{\theta} \left. \right\} + \sum_{i=1}^n z_i g_i x_{i+1} \quad (39)$$

$$+ \sum_{i=1}^n \delta \gamma_i + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n c(n, k) \left[z_i^2 \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \right]_{\tau_j(t)} \quad (39)$$

که $x_{n+1} = u(v)$ توجه کنید:

$$\sum_{i=1}^{n-1} z_i g_i x_{i+1} = \sum_{i=1}^{n-1} g_i z_i z_{i+1} + \sum_{i=1}^{n-1} g_i z_i \alpha_i \quad (40)$$

$$\sum_{i=1}^{n-2} g_i z_i z_{i+1} = \sum_{i=1}^{n-1} g_{i-1} z_{i-1} z_i, \quad z_0 = 0, g_0 = 0$$

حال توابع \bar{f}_i و \bar{f}_n را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\begin{aligned} \bar{f}_i &= z_i \sum_{k=1}^i n \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right)^2 + z_i \sum_{k=1}^n c(n, k) \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \\ &+ U_i \tanh\left(\frac{z_i U_i}{\gamma_i}\right) - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k+1)} \\ &- \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \dot{\theta} + g_{i-1} z_{i-1} + z_i \sum_{k=1}^n \frac{c(n, k)}{1 - \bar{\tau}_{\max}} e^{\tau_{\max}} \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \bar{f}_n &= z_n \sum_{k=1}^n n \left(\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} \right)^2 + z_n \sum_{k=1}^n c(n, k) \bar{\varphi}_k^2(|z_n| c_n(\theta)) \\ &+ U_n \tanh\left(\frac{z_n U_n}{\gamma_n}\right) - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} \\ &- \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k+1)} - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \theta} \dot{\theta} + g_{n-1} z_{n-1} \\ &+ z_n \sum_{k=1}^n \frac{c(n, k)}{1 - \bar{\tau}_{\max}} e^{\tau_{\max}} \bar{\varphi}_k^2(|z_n| c_n(\theta)) + \frac{1}{2} g_n^2 z_n \end{aligned} \quad (42)$$

رابطه (۳۹) را می توان بر حسب توابع \bar{f}_i و \bar{f}_n به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &\leq \sum_{i=1}^{n-1} z_i (\bar{f}_i + g_i \alpha_i) + z_n \left(\bar{f}_n + g_n u - \frac{1}{2} g_n^2 z_n \right) \\ &+ \sum_{i=1}^n \delta \gamma_i + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n c(n, k) \left[z_i^2 \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \right]_{\tau_j(t)} \\ &- \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{c(n, k)}{1 - \bar{\tau}_{\max}} e^{\tau_{\max}} z_i^2 \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \end{aligned} \quad (43)$$

با به کارگیری لم ۱، سیستم منطق فازی $W_i^T S_i(Z_i)$ وجود دارد به طوری که:

$$\bar{f}_i = W_i^T S_i(Z_i) + \delta_i(Z_i) \quad (44)$$

که $\delta_i(Z_i)$ نشان دهنده خطای تقریب است که در نامعادله $|\delta_i(Z_i)| \leq \varepsilon_i$ صدق می کند.

بنابراین برای $i = 1, 2, \dots, n-1$ داریم:

$$\begin{aligned} z_i \bar{f}_i &= z_i W_i^T S_i(Z_i) + z_i \delta_i(Z_i) \\ &\leq \frac{1}{2a_i^2} z_i^2 \|W_i\|^2 S_i^T(Z_i) S_i(Z_i) \\ &\quad + \frac{1}{2} a_i^2 + \frac{1}{2} b z_i^2 + \frac{1}{2b} \varepsilon_i^2 \\ &\leq \frac{b}{2a_i^2} z_i^2 \theta^* + \frac{1}{2} a_i^2 + \frac{1}{2} b z_i^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_i^2 / b \end{aligned} \quad (45)$$

$$V_o = \sum_{i=1}^n V_i \quad (34)$$

با توجه به (۳۳) داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &\leq \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n z_i^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right)^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} z_j^2 \bar{\varphi}_k^2(|z_j| c_j(\theta)) \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^i \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| (\phi_k(d) + \varphi_k(d)) \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \left[z_j^2 \bar{\varphi}_k^2(|z_j| c_j(\theta)) \right]_{\tau_j(t)} \end{aligned} \quad (35)$$

$$+ \sum_{i=1}^n z_i \left(g_i x_{i+1} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k+1)} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \dot{\theta} \right)$$

با بازنویسی و مرتب کردن جملات خواهیم داشت:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} z_j^2 \bar{\varphi}_k^2(|z_j| c_j(\theta)) = \sum_{i=1}^n z_i \sum_{k=1}^n c(n, k) \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} \left[z_j^2 \bar{\varphi}_k^2(|z_j| c_j(\theta)) \right]_{\tau_j(t)} \\ = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n c(n, k) \left[z_i^2 \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \right]_{\tau_j(t)} \end{aligned} \quad (37)$$

که $c(n, k) = \frac{n-k+1}{2}$ است.

با به کارگیری لم ۲، نامعادله زیر را خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^i \left| z_i \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| (\phi_k(d) + \varphi_k(d)) &\leq z_i U_i \tanh\left(\frac{z_i U_i}{\gamma_i}\right) + \delta \gamma_i \\ \gamma_i &\geq 0, \quad U_i = \sum_{k=1}^i \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right| (\phi_k(d) + \varphi_k(d)) \end{aligned} \quad (38)$$

بنابراین، با جایگذاری (۳۸)–(۳۶) در (۳۵) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &\leq \sum_{i=1}^n z_i^2 \sum_{k=1}^i n \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right)^2 + \sum_{i=1}^n z_i^2 \sum_{k=1}^n c(n, k) \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \\ &+ \sum_{i=1}^n z_i U_i \tanh\left(\frac{z_i U_i}{\gamma_i}\right) + \sum_{i=1}^n \delta \gamma_i \\ &+ \sum_{i=1}^n z_i \left(g_i x_{i+1} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(k)}} y_d^{(k+1)} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \dot{\theta} \right) \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n c(n, k) \left[z_i^2 \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \right]_{\tau_j(t)} \\ &\leq \left\{ z_i \sum_{k=1}^i n \left(\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} \right)^2 + z_i \sum_{k=1}^n c(n, k) \bar{\varphi}_k^2(|z_i| c_i(\theta)) \right. \\ &\quad \left. + U_i \tanh\left(\frac{z_i U_i}{\gamma_i}\right) - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} g_k x_{k+1} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \dot{V}_o - \frac{b}{r} \dot{\theta} - \frac{b\mu_1}{r_n} \dot{\theta}_n \dot{\theta}_n \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{c(n,k)}{1-\bar{\tau}_{\max}} e^{\tau_{\max}} z_i^2 \bar{\varphi}_k^2 (|z_i| c_i(\theta)) \\ & - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n c(n,k) [z_i^2 \bar{\varphi}_k^2 (|z_i| c_i(\theta))]_{\tau_i(t)} - \sum_{i=1}^n (1-\bar{\tau}_{\max}) W_i \end{aligned} \quad (54)$$

با جایگزینی (۴۸)-(۴۳) در (۵۴) می توان نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i b z_i^2 - \mu_1 \lambda_n b z_n^2 - \sum_{i=1}^n (1-\bar{\tau}_{\max}) W_i + \frac{b}{r} \sigma \theta \bar{\theta} \\ & + \frac{b\mu_1}{r_n} \sigma_n \theta_n \bar{\theta}_n + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2b} a_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2b} \varepsilon_i^2 \\ & + \frac{\varepsilon_n^2}{2b\mu_1} + \sum_{i=1}^n \delta \gamma_i + \frac{1}{2} \mu_2^2 \bar{\zeta}^2 \end{aligned} \quad (55)$$

توجه کنید که:

$$\bar{\theta} \theta \leq -\frac{1}{2} \bar{\theta}^2 + \frac{1}{2} \theta^2, \quad \bar{\theta}_n \theta_n \leq -\frac{1}{2} \bar{\theta}_n^2 + \frac{1}{2} \theta_n^2. \quad (56)$$

بنابراین نامعادله (۵۵) را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \sum_{i=1}^{n-1} \lambda_i b z_i^2 - \mu_1 \lambda_n b z_n^2 - \sum_{i=1}^n (1-\bar{\tau}_{\max}) W_i + \frac{b}{2r} \sigma \theta^2 \\ & - \frac{b}{2r} \sigma \bar{\theta}^2 + \frac{b\mu_1}{2r_n} \sigma_n \theta_n^2 - \frac{b\mu_1}{2r_n} \sigma_n \bar{\theta}_n^2 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} a_i^2 \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2b} \varepsilon_i^2 + \frac{\varepsilon_n^2}{2b\mu_1} + \sum_{i=1}^n \delta \gamma_i + \frac{1}{2} \mu_2^2 \bar{\zeta}^2 \end{aligned} \quad (57)$$

با قرار دادن

$$\begin{aligned} a_0 = & \min_{1 \leq i \leq n-1} \{ (1-\bar{\tau}_{\max}), \sigma, \sigma_n, 2\lambda_n b \mu_1, 2\lambda_i b \} \\ d_0 = & \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} a_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{2b} \varepsilon_i^2 + \frac{\varepsilon_n^2}{2b\mu_1} + \sum_{i=1}^n \delta \gamma_i \\ & + \frac{1}{2} \mu_2^2 \bar{\zeta}^2 + \frac{b}{2r} \sigma \theta^2 + \frac{b\mu_1}{2r_n} \sigma_n \theta_n^2 \end{aligned} \quad (58)$$

نامعادله (۵۷) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V} \leq -a_0 V + d_0 \quad (59)$$

با توجه به لم ۳ داریم:

$$V(t) \leq \left(V(0) - \frac{d_0}{a_0} \right) e^{-a_0 t} + \frac{d_0}{a_0} \quad (60)$$

از (۶۰) نتیجه می شود، تمامی سیگنال های حلقه بسته کراندار هستند و داریم:

$$z_i^2(t) \leq 2 \left(V(0) - \frac{d_0}{a_0} \right) e^{-a_0 t} + \frac{2d_0}{a_0} \quad (61)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z_i^2(t) \leq 2 \frac{d_0}{a_0} \quad \text{و}$$

در اینجا اثبات قضیه ۱ کامل می شود.

با توجه به بلوک دیاگرام مرجع [۱۳]، مراحل طراحی کنترل کننده در شکل ۴ نشان داده شده است.

که $S_i^T(Z_i)S_i(Z_i) \leq N_i$ و $\theta^* = \max_{1 \leq i \leq n-1} \left\{ \frac{N_i}{b} \|W_i\|^2 \right\}$ است.

به طور مشابه می توان نوشت:

$$z_n \bar{f}_n \leq \frac{b\mu_1}{2a_n^2} z_n^2 \theta_n^* + \frac{1}{2} a_n^2 + \frac{1}{2} b z_n^2 + \frac{1}{2} \varepsilon_n^2 / b \quad (46)$$

که $\theta_n^* = \frac{N_n}{b\mu_1} \|W_n\|^2$ است.

همچنین، با توجه به فرض ۳ و (۱۳) می توان نوشت:

$$z_i g_i \alpha_i \leq -(\lambda_i + 0.5) b z_i^2 - \frac{b}{2a_i^2} z_i^2 \theta \quad (47)$$

و با به کارگیری فرض ۳، (۶)، (۸) و (۱۴) داریم:

$$\begin{aligned} z_n g_n \mu &= z_n g_n (\mu_1 \nu(t) + \mu_2 \zeta) \\ &\leq -b\mu_1 \left((\lambda_n + 0.5) z_n^2 + \frac{1}{2a_n^2} z_n^2 \theta_n \right) + \frac{1}{2} g_n^2 z_n^2 + \frac{1}{2} \mu_2^2 \bar{\zeta}^2 \end{aligned} \quad (48)$$

سیس، تابع کاندید لیاپانوف زیر در نظر گرفته می شود:

$$V = V_o + \frac{b}{2r} \bar{\theta}^2 + \frac{b}{2r_n} \bar{\theta}_n^2 + \sum_{i=1}^n W_i \quad (49)$$

که W_i و خطای تخمین $\bar{\theta}, \bar{\theta}_n$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} W_i = & \sum_{k=1}^n \frac{e^{-(t-\tau_i(t))}}{1-\bar{\tau}_{\max}} \\ & \cdot \int_{t-\tau_i(t)}^t c(n,k) e^s z_i^2(s) \bar{\varphi}_k^2 (|z_k(s)| c_k(\theta(s))) ds \end{aligned} \quad (50)$$

$$\bar{\theta} = \theta^* - \theta, \quad \bar{\theta}_n = \theta_n^* - \theta_n \quad (51)$$

با مشتق گیری زمانی از V داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{V}_o - \frac{b}{r} \dot{\theta} - \frac{b\mu_1}{r_n} \dot{\theta}_n \dot{\theta}_n \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{c(n,k)}{1-\bar{\tau}_{\max}} e^{\tau_i} z_i^2 \bar{\varphi}_k^2 (|z_i| c_i(\theta)) \\ & - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{1-\dot{\tau}_i(t)}{1-\bar{\tau}_{\max}} c(n,k) [z_i^2 \bar{\varphi}_k^2 (|z_i| c_i(\theta))]_{\tau_i(t)} \\ & - \sum_{i=1}^n (1-\bar{\tau}_{\max}) W_i \end{aligned} \quad (52)$$

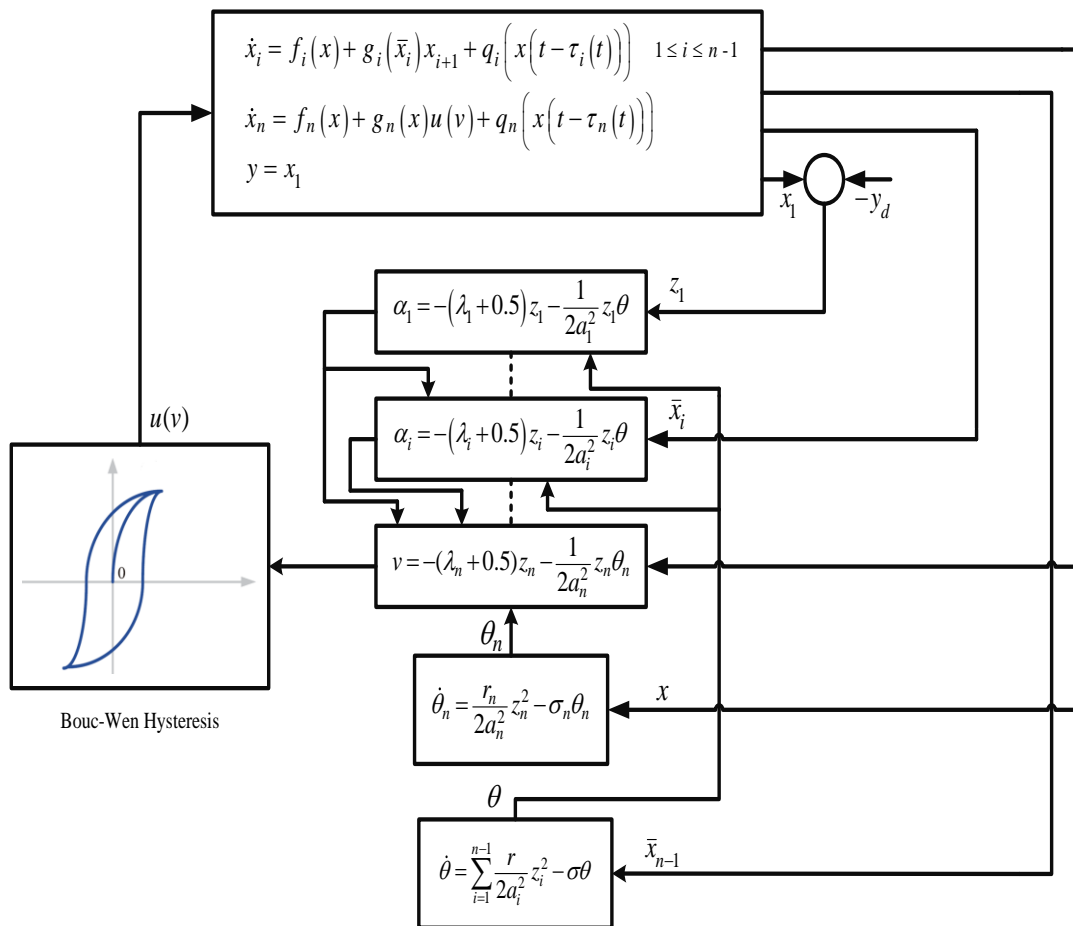
با استناد به فرض ۴، می توان نوشت:

$$-(1-\dot{\tau}_i(t)) \leq -(1-\bar{\tau}_{\max}) \quad (53)$$

با قرار دادن (۵۳) در (۵۲) داریم:

تذکره ۶: طبق (۶۱) و با میل دادن زمان به سمت بی‌نهایت، خطای ردیابی سیستم کوچک‌تر از $2d_0/a_0$ خواهد شد. اثبات کراندارى حالات سیستم، به انتخاب مناسب پارامترهای طراحی وابسته است. با انتخاب مناسب پارامترها می‌توان مقدار d_0/a_0 را به صفر نزدیک کرد و در نتیجه دقت ردیابی سیستم را بالا برد. کراندارى تمامی سیگنال‌های حلقه بسته، به کمک $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) \leq 2d_0/a_0$ قابل توصیف است. کراندارى $V(t)$ نتیجه می‌دهد که مجموع مجذور z_i ها نیز کراندار خواهند بود و این موضوع کراندارى z_i ها را تضمین می‌کند. α_i و v طبق (۱۳) و (۱۴) تعریف می‌شوند. با توجه به کراندار بودن z_i ها، در صورتی که θ و θ_n کراندار باشند، کراندارى روابط (۱۳) و (۱۴) نیز تضمین می‌شود. θ و θ_n با توجه به معادله دیفرانسیل (۱۶) تعریف می‌شوند. این معادله دیفرانسیل دارای معادله مشخصه‌ای با یک ریشه منفی در $r = -\sigma$ است؛ از این رو پاسخ عمومی این معادله به صورت مجانبی به سمت صفر میل خواهد کرد. از طرفی جمله مثبت

تذکره ۷: در (۵۹)، اگر $V = d_0/a_0$ باشد، آنگاه $\dot{V} = 0$ می‌شود. همان‌طور که در (۶۰) مشاهده می‌شود d_0/a_0 کران بالای V است. با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی می‌توان جمله d_0/a_0 را به اندازه کافی کوچک کرد و در نتیجه خطای ردیابی سیستم را به سمت صفر میل داد.



شکل ۴: مراحل طراحی کنترل کننده تطبیقی-فازی پیشنهادی

۴- شبیه سازی

۴-۱- مثال ۱

سیستم غیرخطی مرتبه سوم با تأخیر متغیر با زمان زیر در نظر گرفته شده است [۶]:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 x_2 x_3 + (2 + 0.5 \sin(x_1)) x_2 \\ \quad - x_3 (t - \tau_1(t)) \sin(0.5 x_1 (t - \tau_1(t))) x_3 (t - \tau_1(t)) \\ \dot{x}_2 = x_1^2 x_2 x_3^2 + (2 + 0.25 e^{x_2^2}) x_3 \\ \quad + x_2^2 (t - \tau_2(t)) x_3^{\frac{1}{3}} (t - \tau_2(t)) \\ \dot{x}_3 = x_3^2 \sin(x_1 - x_2) + \frac{(3 + x_3^2)}{1 + x_1^2 + x_3^2} u(v) \\ \quad + 0.5 x_2^2 (t - \tau_3(t)) \cos(x_3 (t - \tau_3(t))) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (62)$$

پارامترهای پسماند بوک-ون اصلاح شده به صورت $\mu_1 = \mu_2 = 1, \beta = 1, \chi = 0.5$ و $n = 2$ انتخاب شده اند.

سیگنال مرجع به صورت $y_d = \sin(0.5t) + 0.5 \sin(t)$ در نظر گرفته شده است. سیستم (۶۲) به فرم پسخوردی غیراکید است؛ از این رو روش های کنترلی پسگام موجود، برای سیستم های اکیداً پسخوردی و پسخوردی محض، قابل اعمال به آن نیستند [۱۳]. بر اساس قضیه ۱، توابع کنترل مجازی α_1 و α_2 و قانون کنترل واقعی v به ترتیب به صورت زیر انتخاب شده اند:

$$\begin{cases} \alpha_1 = -(\lambda_1 + 0.5) z_1 - \frac{1}{2a_1^2} z_1 \theta \\ \alpha_2 = -(\lambda_2 + 0.5) z_2 - \frac{1}{2a_2^2} z_2 \theta \\ v = -(\lambda_3 + 0.5) z_3 - \frac{1}{2a_3^2} z_3 \theta_3 \end{cases} \quad (63)$$

که $z_3 = x_3 - \alpha_2$ و $z_2 = x_2 - \alpha_1, z_1 = y - y_d$

و قوانین تطبیق به صورت زیر طراحی شده اند:

$$\begin{cases} \dot{\theta} = \sum_{i=1}^2 \frac{r}{2a_i^2} z_i^2 - \sigma \theta \\ \dot{\theta}_3 = \frac{r_3}{2a_3^2} z_3^2 - \sigma_3 \theta_3 \end{cases} \quad (64)$$

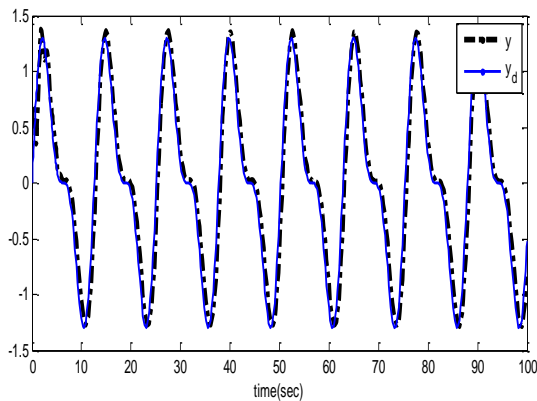
پارامترهای طراحی به صورت زیر انتخاب شده اند:

$$a_1 = a_3 = 5, a_2 = 2, r = 15, r_3 = 20, \sigma = 0.05, \sigma_3 = 0.2 \quad (65)$$

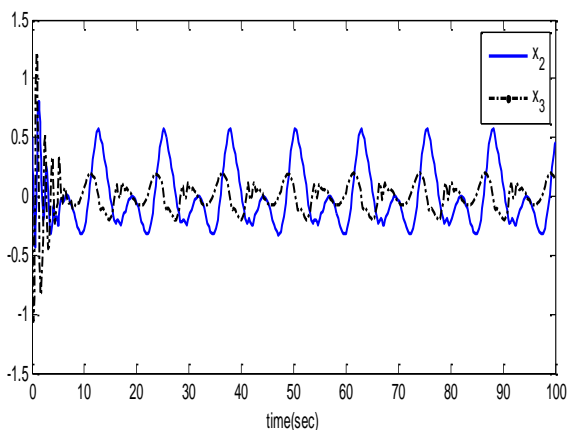
شبیه سازی تحت شرایط اولیه $(\theta, \theta_3, \theta) \in \mathbb{R}^3, (x_1(0), x_2(0), x_3(0)) \in \mathbb{R}^3$ انجام شده است. تأخیرهای متغیر با زمان نیز به صورت زیر در نظر گرفته شده اند:

$$\tau_1(t) = 1 - 0.2 \cos t, \tau_2(t) = 3 - 0.5 \sin t, \tau_3(t) = 2 - e^{-0.5t} \quad (66)$$

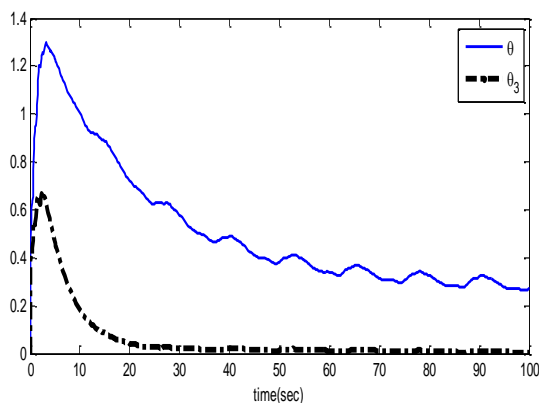
شکل ۵ تا ۱۰ نتایج شبیه سازی را نشان می دهند. شکل ۵ خروجی سیستم و سیگنال مرجع، شکل ۶ پاسخ زمانی حالت x_2 ، شکل ۷ قوانین تطبیق، شکل ۸ سیگنال کنترل v و شکل های ۹ و ۱۰ به ترتیب خطای ردیابی و پرتو فاز سیستم را نشان می دهند. نتایج شبیه سازی نشان می دهند که تمامی سیگنال های حلقه بسته کراندار بوده و همچنین عمل ردیابی به خوبی انجام شده است.



شکل ۵: خروجی سیستم y و سیگنال مرجع y_d برای مثال ۱



شکل ۶: پاسخ حالات x_2 و x_3 برای مثال ۱



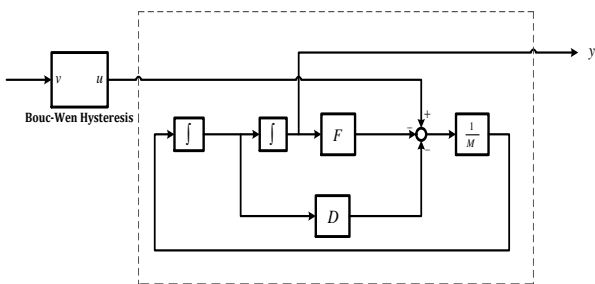
شکل ۷: قوانین تطبیق θ و θ_3 برای مثال ۱

مرجع، $y_d = 2 \sin(0.5\pi t)$ انتخاب شده است. پارامترهای طراحی $\sigma = 0.001$ ، $\lambda_2 = 8$ ، $\lambda_1 = 5$ ، $r = r_2 = 2$ ، $a_2 = 1$ ، $a_1 = 0.25$ و $\sigma_2 = 0.002$ انتخاب شده و شبیه سازی تحت شرایط اولیه $y = x_1$ و $\dot{y} = x_2$ انجام شده $[x_1(0), x_2(0), \theta(0), \theta_2(0)]^T = [1.5, 0, 0, 0]^T$ است.

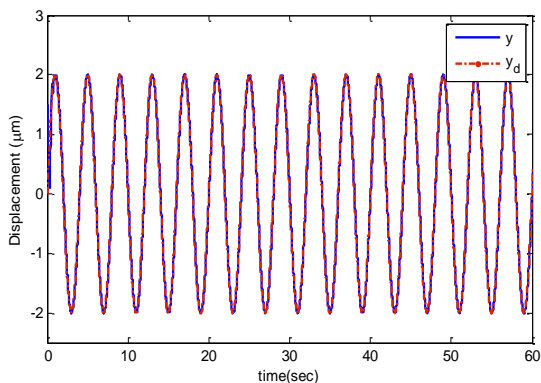
در ادامه این بخش، نتایج شبیه سازی برای دو حالت کنترل کننده فازی-تطبیقی ارائه شده و کنترل کننده عصبی-تطبیقی [۲]، آورده شده است. شکل ۱۲ خروجی سیستم و سیگنال مرجع را نشان می دهد. شکل های ۱۳ و ۱۴ به ترتیب نشان دهنده سرعت و قوانین تطبیق سیستم هستند. سیگنال کنترل در شکل ۱۵، خطای ردیابی و پرتله فاز سیستم به ترتیب در شکل های ۱۶ و ۱۷ نشان داده شده است (برای مقایسه بهتر، خطای ردیابی سیستم، در زمان های $180 \leq t \leq 200$ نیز رسم شده است).

نتایج شبیه سازی نشان می دهد، روش کنترلی ارائه شده، عملکرد ردیابی بهتری نسبت به کنترل کننده عصبی-تطبیقی [۲]، دارد.

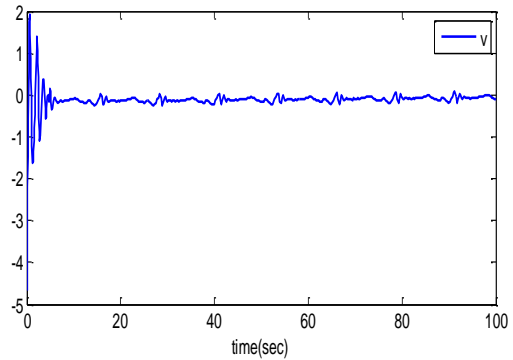
تذکره ۸: در روش های کنترلی مراجع [۴] و [۲۴]، مدل پسماند مکانیزم تعیین موقعیت پیژو مشخص است زیرا در این مراجع از طریق ساخت معکوس پسماند، اثر آن از محرک کنترلی حذف می گردد. اما در روش پیشنهادی این مقاله، هیچ نیازی به داشتن اطلاعات قبلی از مدل پسماند نمی باشد.



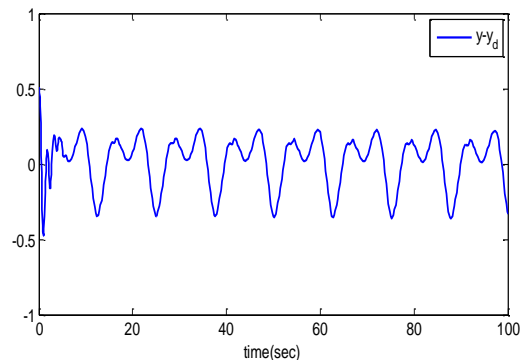
شکل ۱۱: مکانیزم تعیین موقعیت پیژو برای مثال ۲



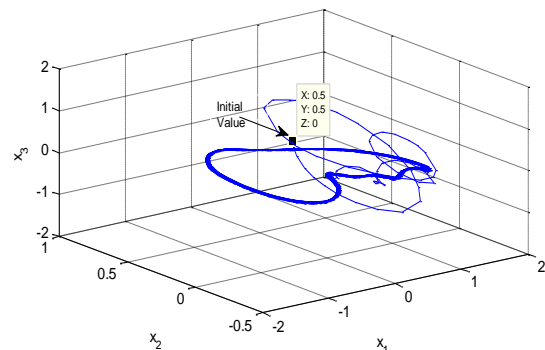
شکل ۱۲: خروجی سیستم y و سیگنال مرجع y_d برای مثال ۲



شکل ۸: سیگنال کنترل v(t) برای مثال ۱



شکل ۹: خطای ردیابی y - y_d برای مثال ۱



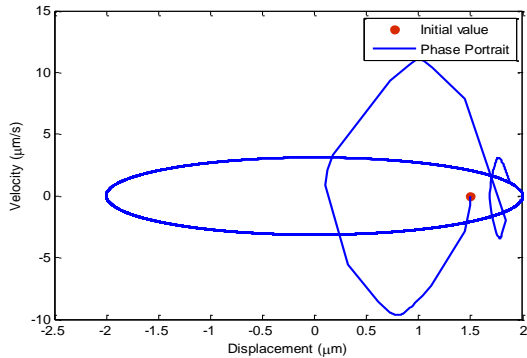
شکل ۱۰: پرتله فاز برای مثال ۱

۲-۴- مثال ۲

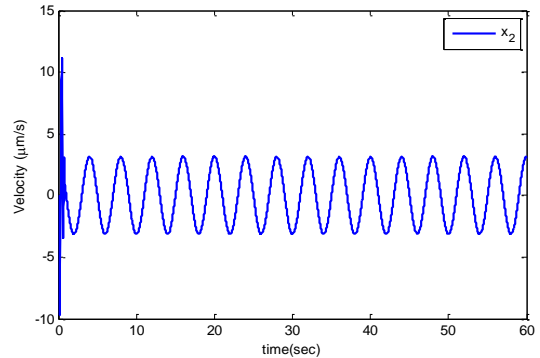
مکانیزم تعیین موقعیت پیژو^{۲۰} که در [۲]، [۴] و [۲۴] آورده شده است، به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

$$M\ddot{y}(t) + D\dot{y}(t) + Fy(t) = u(v) \quad (۶۷)$$

که y ، \dot{y} و \ddot{y} به ترتیب بیانگر، موقعیت، سرعت و شتاب می باشند. v ، ولتاژ اعمال شده به مکانیزم تعیین موقعیت پیژو می باشد. D ، M و F به ترتیب بیانگر جرم، میرایی و سفتی هستند. دیاگرام بلوکی این سیستم در شکل ۱۱ نشان داده شده است. در شبیه سازی مقادیر پارامترهای پسماند، مانند مثال قبل در نظر گرفته شده اند. سیگنال



شکل ۱۷: پرتره فاز برای مثال ۲



شکل ۱۳: پاسخ زمانی حالت x_2 برای مثال ۲

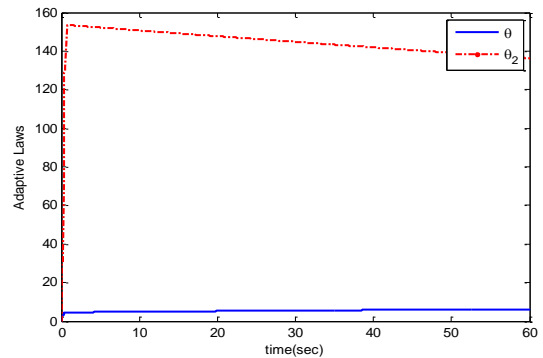
۵- نتیجه

در این مقاله، مسئله طراحی کنترل کننده برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی پسخوردی غیراکتید با تأخیر متغیر با زمان و پسماند نامشخص مورد بررسی قرار گرفت. کنترل کننده تطبیقی-فازی با ترکیب تابعی‌های لیپانوف کراسوفسکی مناسب و تکنیک پسگام ساخته شد. کرانداری کلیه حالات درون سیستم حلقه‌بسته به مفهوم SGUUB توسط روش کنترلی پیشنهادی تضمین شد. در روش پیشنهادی تنها از دو قانون تطبیق برای به‌روز کردن کنترل کننده برای یک سیستم مرتبه n ام استفاده شد که این موضوع به‌طور قابل‌توجهی بار محاسباتی سیستم را کاهش داده و باعث می‌شود طرح پیشنهادی از لحاظ ساخت و به‌کارگیری در مسائل عملی کارآمدتر باشد. در روش کنترل پیشنهادی، نیازی به معکوس پسماند نامشخص نمی‌باشد. در پایان کارایی روش پیشنهادی توسط دو مثال شبیه‌سازی به‌صورت زیر مورد بررسی قرار گرفت:

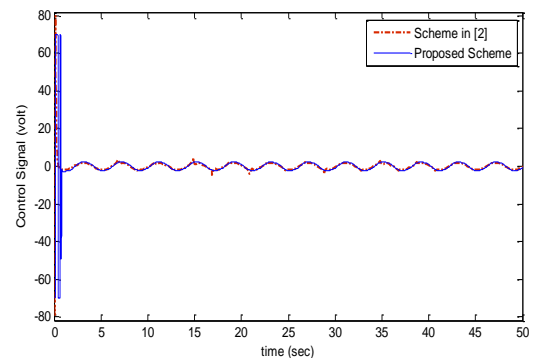
- در مثال اول، روش کنترلی پیشنهادی به یک سیستم مرتبه سوم غیرخطی با پسخورد غیراکتید اعمال شد و نتایج شبیه‌سازی کارآمد بودن روش پیشنهادی را در ردیابی سیگنال مرجع نشان دادند. لازم به ذکر است، روش کنترلی ارائه‌شده در [۱۲]، قابل‌اعمال به سیستم (۶۲) نیست و این نکته برتری روش پیشنهادی را به‌وضوح نشان می‌دهد.
- در مثال دوم، مکانیزم تعیین موقعیت پیرو بررسی‌شده در [۲]، شبیه‌سازی شد. روش کنترلی پیشنهادی، تحت شرایطی یکسان، به مکانیزم تعیین موقعیت پیرو اعمال گردید. نتایج نشان دادند، روش پیشنهادی خطای ردیابی کوچک‌تری نسبت به [۲] دارد.

مراجع

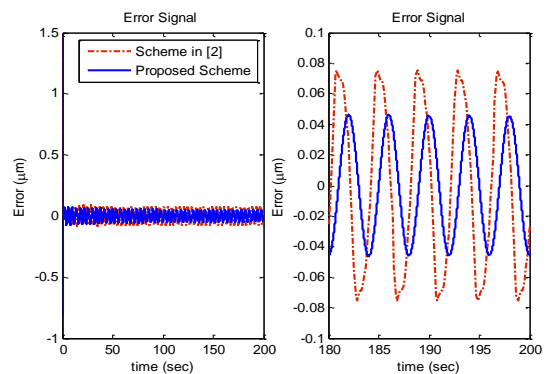
- [1] I. Kanellakopoulos, P. V. Kokotovic and S. Morse, "Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 36, no. 11, pp. 1241-1253, 1991.



شکل ۱۴: قوانین تطبیق θ و θ_2 برای مثال ۲



شکل ۱۵: سیگنال کنترل $v(t)$ برای مثال ۲



شکل ۱۶: خطای ردیابی $y - y_d$ برای مثال ۲

- Control, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 7, pp. 1672-1678, 2011.
- [15] S. Tong and Y. Li, "Adaptive fuzzy output feedback tracking backstepping control of strict-feedback nonlinear systems with unknown dead zones," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 20, no. 1, pp. 168-180, 2012.
- [16] G. Tao and P. V. Kokotović, "Continuous-time adaptive control of systems with unknown backlash," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 40, no. 6, pp. 1083-1087, 1995.
- [17] B. Ren, S. S. Ge, C. Y. Su and T. H. Lee, "Adaptive neural control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form with hysteresis input," *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, vol. 39, no. 2, pp. 431-443, 2009.
- [18] X. Tan and J. S. Baras, "Modeling and control of hysteresis in magnetostrictive actuators," *Automatica*, vol. 40, no. 9, pp. 1469-1480, 2004.
- [19] C. Y. Su, M. Oya and H. Hong, "Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems preceded by unknown backlash-like hysteresis," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 11, no. 1, pp. 1-8, 2003.
- [20] L. X. Wang, *Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis*: Prentice-Hall, Inc., 1994.
- [21] M. M. Polycarpou and P. Ioannou, "A robust adaptive nonlinear control design," in *American Control Conference, IEEE*, pp. 1365-1369, 1993.
- [22] S. S. Ge, C. C. Hang, T. H. Lee and T. Zhang, *Stable adaptive neural network control*, Springer Science & Business Media, vol. 13, 2013.
- [23] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*, New York: Wiley, 1995.
- [24] F. J. Lin, H. J. Shieh and P. K. Huang, "Adaptive wavelet neural network control with hysteresis estimation for piezo-positioning mechanism," *Neural Networks, IEEE Transactions on*, vol. 17, no. 2, pp. 432-444, 2006.
- [2] Z. Liu, G. Lai, Y. Zhang, X. Chen and C. L. P. Chen, "Adaptive neural control for a class of nonlinear time-varying delay systems with unknown hysteresis," *Neural Networks and Learning Systems, IEEE Transactions on*, vol. 25, no. 12, pp. 2129-2140, 2014.
- [3] Q. Zhou, P. Shi, S. Xu and H. Li, "Adaptive output feedback control for nonlinear time-delay systems by fuzzy approximation approach," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 2, pp. 301-313, 2013.
- [4] J. Zhou, C. Wen and T. Li, "Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems with hysteresis nonlinearity," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 10, pp. 2627-2633, 2012.
- [5] B. Chen, X. Liu, K. Liu and C. Lin, "Direct adaptive fuzzy control of nonlinear strict-feedback systems," *Automatica*, vol. 45, no. 6, pp. 1530-1535, 2009.
- [6] B. Chen, X. Liu, K. Liu and C. Lin, "Fuzzy approximation-based adaptive control of nonlinear delayed systems with unknown dead zone," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 22, no. 2, pp. 237-248, 2014.
- [7] S. S. Ge, F. Hong and T. H. Lee, "Adaptive neural network control of nonlinear systems with unknown time delays," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 11, pp. 2004-2010, 2003.
- [8] T.-S. Wu and M. Karkoub, "H ∞ fuzzy adaptive tracking control design for nonlinear systems with output delays," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 254, pp. 1-25, 2014.
- [9] W. Chen and L. Jiao, "Adaptive tracking for periodically time-varying and nonlinearly parameterized systems using multilayer neural networks," *Neural Networks, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 2, pp. 345-351, 2010.

[۱۰] سعید ابادری، مجتبی برخورداری یزدی و عباس عرب دردری، «طراحی کنترل کننده مقاوم SVC مبتنی بر WAMS با در نظر گرفتن نامعینی تأخیر زمانی سیگنال‌های راه دور»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۵، شماره ۴، صفحه ۱۲-۱، ۱۳۹۴.

[۱۱] بدرالزمان حسینی، مهدی سجودی و عباس چترایی، «طراحی مشاهده‌گر مقاوم و کنترل‌گر فیدبک خروجی برای سیستم‌های چندعاملی دارای تأخیر بازه‌ای و متأثر از نامعینی و اغتشاش»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۶، شماره ۱، صفحه ۱۲۰-۹۹، ۱۳۹۵.

[12] M. Hamdy, G. EL. Ghazaly and M. Ibrahim, "Adaptive mamdani fuzzy backstepping control for a class of strict-feedback nonlinear time-varying delay systems," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 43, no. 2, pp. 229-234, 2010.

[13] B. Chen, X. P. Liu, S. S. Ge and C. Lin, "Adaptive fuzzy control of a class of nonlinear systems by fuzzy approximation approach," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 20, no. 6, pp. 1012-1021, 2012.

[14] C. Wen, J. Zhou, Z. Liu and H. Su, "Robust adaptive control of uncertain nonlinear systems in the presence of input saturation and external disturbance," *Automatic*

زیرنویس‌ها

- ¹ Backstepping
² Unknown system functions
³ Strict feedback
⁴ Ge
⁵ Zho
⁶ Explosion of complexity
⁷ Dynamic surface control
⁸ SemiGlobally Uniformly Ultimately Bounded
⁹ Dead-zone
¹⁰ Actuator
¹¹ Modified Bouc–Wen hysteresis
¹² Pure feedback
¹³ Single Input Single Output
¹⁴ Shape
¹⁵ Smooth
¹⁶ Asymptote's slope
¹⁷ Singleton fuzzifier
¹⁸ Fuzzy basis function
¹⁹ Young's Inequality
²⁰ Piezo-positioning mechanism