

## طراحی تخمین گر عیب با استفاده از تکنیک $H_\infty$ مبتنی بر داده

مینا سلیم<sup>۱</sup>، دانشجوی دکتری، محمدجواد خسروجردی<sup>۲</sup>، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه صنعتی سهند - سهند - تبریز - ایران - mina.salim@gmail.com

۲- دانشکده مهندسی برق - دانشگاه صنعتی سهند - سهند - تبریز - ایران - khosrowjerdi@sut.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله یک روش مبتنی بر داده برای تخمین عیب در سیستم‌های کنترلی ارائه شده است. مسئله تخمین عیب در چارچوب یک مسئله کنترلی در حوزه زمان مطرح و روش  $H_\infty$  برای حل آن به کار برده شده است. در اینجا فرض شده که مدل ریاضی فرایند در دسترس نیست و فقط داده‌های ورودی و خروجی برای طراحی آشکارساز عیب به کار برده می‌شوند.

معیار عملکرد آشکارسازی عیب، مینیمم‌سازی خطای تخمین عیب در نظر گرفته شده است. همچنین از آنجایی که سیگنال تخمین عیب نقش یک ورودی کنترلی مجازی را بازی می‌کند روی آن جریمه‌ای در نظر گرفته شده است تا مسئله کنترل  $H_\infty$  حاصل ناویژه گردد. این اهداف به کمک تنظیم یک پارامتر اسکالر و چند ماتریس وزنی برآورده می‌شوند. روش کار به صورت یک الگوریتم بیان شده و کارایی الگوریتم بر روی یک مثال ارزیابی می‌گردد.

**واژه‌های کلیدی:** تخمین عیب، کنترل  $H_\infty$ ، الگوریتم پیش‌بین زیرفضا، تشخیص عیب مبتنی بر داده

## Fault Estimator Design using Data Driven $H_\infty$ Technique

M Salim<sup>1</sup>, Ph. D Student, M. J. Khosrowjerdi<sup>2</sup>, Associate Professor

1- Electrical Engineering Department, Sahand University of Technology, Sahand, Tabriz, Iran, Email: mina.salim@gmail.com

2- Electrical Engineering Department, Sahand University of Technology, Sahand, Tabriz, Iran, Email: khosrowjerdi@sut.ac.ir

**Abstract:** In this paper, a data driven method for fault estimation in control systems is proposed. The fault estimation problem is formulated as a time domain control problem and the  $H_\infty$  technique is applied for solving it. The mathematical model is assumed to be unknown and only input/output (I/O) data are used for detector design. Minimizing the fault estimation error is considered as the fault detection performance measure. Also, since the estimated fault plays the role of a virtual control input, a cost is defined on it to avoid the  $H_\infty$  control problem being singular. These measures are achieved by tuning a scalar parameter and some weighting matrices. An easily implementable design algorithm summarizes the methodology presented in the paper. The proposed algorithm is applied to a numerical example in order to illustrate its effectiveness.

**Keywords:** Fault estimation,  $H_\infty$  control, subspace predictor algorithm, data driven fault detection

تاریخ ارسال مقاله: ۹۴/۷/۲۶

تاریخ اصلاح مقاله: ۹۴/۱۰/۱۳ و ۹۴/۱۱/۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۵/۲/۲۹

نام نویسنده مسئول: محمدجواد خسروجردی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - تبریز - سهند - دانشگاه صنعتی سهند - دانشکده مهندسی برق

**مقدمه**

در مدل فرایند وجود دارند و ساختار غیر خطی یا متغیر با زمان این فرایندها و اثرات همپوشانی قوی بین متغیرها مانع بیان یک مدل دقیق برای فرایند می گردد و باید روش های مبتنی بر داده برای تشخیص عیب ارائه شوند [۶].

برخلاف روش های تشخیص عیب مبتنی بر مدل که احتیاج به مدل دقیق سیستم دارند، روش های مبتنی بر داده از اطلاعات تعداد زیادی داده برای طراحی استفاده می کنند، یعنی به طور مستقیم با استفاده از داده ها عیب شناسایی می شود. با این روش پروسه شناسایی سیستم به منظور تخصیص مدل ریاضی به فرایند حذف می گردد و از پیچیدگی روند شناسایی عیب کاسته می شود. این روش ها به سه دسته کلی روش های فازی، عصبی و روش های مبتنی بر شناسایی زیرفضا تقسیم می شوند.

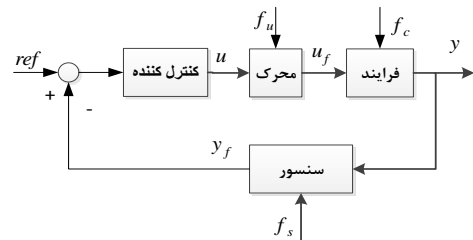
در سال های اخیر از روش های فازی و شبکه های عصبی برای تشخیص عیب و طراحی کنترل کننده استفاده شده است. در [۷] از سیستم فازی برای دسته بندی خطا و شناسایی فازهای خطا در سیستم های قدرت استفاده شده است. نتایج شبیه سازی نشان می دهد که سیستم فازی با دقت بسیار بالایی توانسته دسته بندی خطا را انجام دهد. در [۸] از شبکه بیزین پویای مبتنی بر داده برای یادگیری رفتار مقاوم در مقابل تغییرات محیطی و خرابی حسگرهای روبات سیار استفاده شده است. در [۹، ۱۰] از ترکیب روش های فازی و عصبی برای طراحی کنترل کننده استفاده شده است.

در این مقاله از روش شناسایی زیرفضا برای تخمین عیب استفاده شده است. روش های شناسایی زیرفضا در دو دهه اخیر از هر دو جنبه تئوری و عملی بسیار توسعه پیدا کرده اند. هدف از روش های شناسایی زیرفضا شناسایی معادلات فضای حالت فرایند در حالت گسسته می باشد. اساس بیش تر روش های شناسایی زیرفضا در [۱۱] ارائه شده است. در اینجا مروری بر روش های تشخیص عیب مبتنی بر شناسایی زیرفضا آمده است.

در [۱۲، ۱۳] یک روش تشخیص عیب مبتنی بر زیرفضا با استفاده از رویکرد لئونبرگر ارائه شده است. در [۱۴] از شناسایی زیرفضا برای بازسازی ورودی ناشناخته با استفاده از داده های خروجی و ورودی های معلوم استفاده شده است. این روش برای بازسازی عیب کاربرد دارد. در اینجا ابتدا مدل فضای حالت سیستم تخمین زده شود. در نتیجه ضعف های استفاده از مدل در اینجا هم دیده می شود. در [۱۵] از رابطه توازن برای شناسایی و تخمین عیب استفاده شده است. در [۱۶] از داده های ورودی و خروجی برای طراحی سبگنال مانده و رویکرد استفاده شده است.

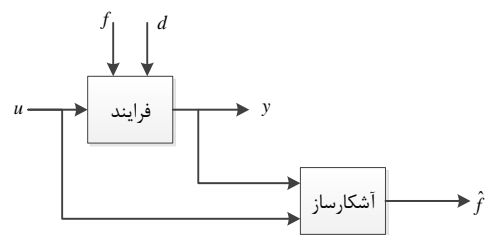
در [۱۷] با استفاده از داده های ورودی و خروجی بردار مانده مقاوم نسبت به اغتشاش طراحی می شود. در اینجا نیز فرض شده است که داده ها از یک سیستم بدون اغتشاش و عیب جمع آوری شده است. سپس مسئله تبدیل به مسئله بردار ویژه-مقدار ویژه گردیده و با حل آن مقاوم سازی بردار مانده نسبت به اغتشاش صورت می گیرد. در

در حالت کلی، هر انحراف ناخواسته از رفتار نامی سیستم که باعث افت عملکرد سیستم شود، عیب نام دارد [۱]. عیب های وارد بر یک سیستم کنترلی می توانند به سه دسته کلی تقسیم بندی شوند: عیب سنسور  $f_s$ ، عیب محرک  $f_u$  و عیب اجزا  $f_c$ . به طور کلی عیب در سیستم به دو صورت جمعی و ضربی می تواند مدل شود. عیب های سنسور و محرک معمولاً به صورت جمعی و عیب در اجزا به صورت ضربی مدل می شوند. شکل ۱ یک حلقه کنترلی به همراه عیب های ممکن را نشان می دهد.



**شکل ۱: یک حلقه کنترلی به همراه عیب های ممکن**

هنگامی که در سیستم عیب رخ می دهد، موجب خسارات جبران ناپذیر از جمله افت عملکرد و یا ناپایداری سیستم می گردد. بنابراین آشکار سازی به موقع عیب به دلیل نیاز روز افزون به عملکرد با قابلیت اطمینان بالا در سیستم های کنترلی که در بیش تر موارد تحت تأثیر عیب در داخل حلقه و یا از طریق عوامل محیطی قرار می گیرند، ضروری است [۲]. برای این منظور، لازم است که عیب به طور مؤثر تشخیص و جدا شود. خروجی یک واحد تشخیص عیب یا یک پیام هشدار دهنده است که وقوع عیب را نشان می دهد و یا مکان، دامنه و یا طیف فرکانسی عیب را نشان می دهد.



**شکل ۲: روش کلی تشخیص عیب**

شکل ۲ روش کلی تشخیص عیب را نشان می دهد. هدف تشخیص عیب طراحی واحد آشکار ساز نشان داده شده در شکل ۲ می باشد. روش های تشخیص عیب به دو دسته کلی تقسیم می شوند: روش های مبتنی بر مدل و روش های مبتنی بر داده.

از اوایل دهه ۷۰ میلادی روش های مبتنی بر مدل برای تشخیص عیب مورد توجه قرار گرفته اند [۳، ۴]. از آنجایی که این روش ها از مدل ریاضی سیستم استفاده می کنند تا حالت و پارامترهای سیستم را تخمین بزنند، در کل برای سیستم های با ابعاد کوچک مناسب هستند. در [۵] روش های تشخیص و جبران سازی عیب مبتنی بر مدل آورده شده اند. از سوی دیگر در فرایندهای صنعتی عدم قطعیت های بسیاری

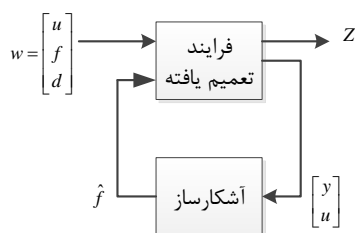
که در آن ورودی  $f(k) \in R^{k_f}$  عیب جمعی (سنسور، محرک و یا اجزا) و داده های ورودی و خروجی طراحی شده است. در [۱۹] یک الگوریتم زیرفضا برای شناسایی و جداسازی عیب برای یک سیستم شامل ۴ تانک که در آن چکه کردن یک عیب محسوب می شود، ارائه شده است.

در [۲۰] یک روش برای تخمین عیب جمعی سنسور و محرک در سیستمی با معکوس پایدار (سیستم مینیمم فاز) ارائه گردیده است. در این روش فقط از داده های زمانی حلقه بسته استفاده می شود و نیازی به شناسایی ماتریس های فضای حالت یا بازسازی آن ها ندارد. در شرایطی که درجه نسبی از ورودی عیب به خروجی سیستم پایین باشد، روش ارائه شده معادل با تخمین سیستم معکوس برای سیستم های خطی است. در این مقاله مدل فضای حالت سیستم معکوس از ورودی داده های زمانی به خروجی عیب نیز بازسازی شده است.

در [۲۱، ۲۲] روش های شناسایی عیب مبتنی بر داده که از روش شناسایی زیر فضا برای تشخیص عیب استفاده می نمایند، مرور شده اند. در همه این مراجع فرض شده است که سیگنال اغتشاش به سیستم اعمال نمی گردد. همچنین روش هایی که در این مراجع ارائه شده اند، بار محاسباتی بالایی دارند.

در این مقاله بر اساس روشی که در [۲۳] برای طراحی کنترل کننده ارائه شده، مسئله تخمین عیب به صورت یک مسئله کنترل بیان شده و از تکنیک  $H_\infty$  مبتنی بر داده برای حل آن استفاده شده است. روش ارائه شده در این مقاله نیازی به شناسایی مستقیم مدل فضای حالت سیستم ندارد و از پیچیدگی کمتری نسبت به سایر روش های تشخیص عیب مبتنی بر داده برخوردار است. در این روش برخلاف سایر روش های تشخیص عیب مبتنی بر داده، فرض بر این است که سیگنال اغتشاش هم به سیستم اعمال می گردد. همچنین، از آنجایی که در اینجا مسئله تشخیص عیب در قالب یک مسئله کنترلی خوش تعریف بیان شده است، امکان تعمیم آن جهت در نظر گرفتن نامعینی ها نیز وجود دارد.

$$w = \begin{bmatrix} u \\ f \\ d \end{bmatrix} \quad (2)$$



شکل ۳: طرح کلی مسئله تشخیص عیب در قالب یک مسئله کنترل

آشکارساز در شکل ۳ باید سیگنال تخمین عیب  $\hat{f}$  را به نحوی تولید نماید که اهداف تشخیص عیب برآورده شوند. به منظور بیان سیگنال های تعریف شده در شکل ۳ با استفاده از  $w$  ماتریس های زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} u &= k_1 w, \quad k_1 = \begin{bmatrix} I_m & 0_{m \times (k_f + k_d)} \end{bmatrix} \\ f &= k_2 w, \quad k_2 = \begin{bmatrix} 0_{k_f \times m} & I_{k_f} & 0_{k_f \times k_d} \end{bmatrix} \\ d &= k_3 w, \quad k_3 = \begin{bmatrix} 0_{k_d \times (m + k_f)} & I_{k_d} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

فرض کنید داده های ورودی و خروجی از سیستم خطی (۱) با فرض  $f = 0$  تولید شده باشند. با در دست داشتن این داده های ورودی و خروجی، مسئله طراحی آشکارساز عیب در شکل ۳ مبتنی بر داده و با رویکرد  $H_\infty$  به صورت یک مسئله خوش تعریف کنترلی تعریف می شود: ثابت  $\gamma > 0$  داده شده است، سیگنال  $\hat{f}$  را به گونه ای تولید نمایید که نرم  $\infty$  بهره از  $w$  به  $z$  تقریباً مساوی  $\gamma$  شود.

حل مسئله فوق منجر به یک آشکارساز می شود که اهداف تشخیص عیب از پیش تعیین شده زیر را برآورده می کند. به منظور دست یابی به اهداف تشخیص عیب، دو متغیر  $z_f$  و  $z_d$  تعریف می شوند.

در [۲۱، ۲۲] روش های شناسایی عیب مبتنی بر داده که از روش شناسایی زیر فضا برای تشخیص عیب استفاده می نمایند، مرور شده اند. در همه این مراجع فرض شده است که سیگنال اغتشاش به سیستم اعمال نمی گردد. همچنین روش هایی که در این مراجع ارائه شده اند، بار محاسباتی بالایی دارند.

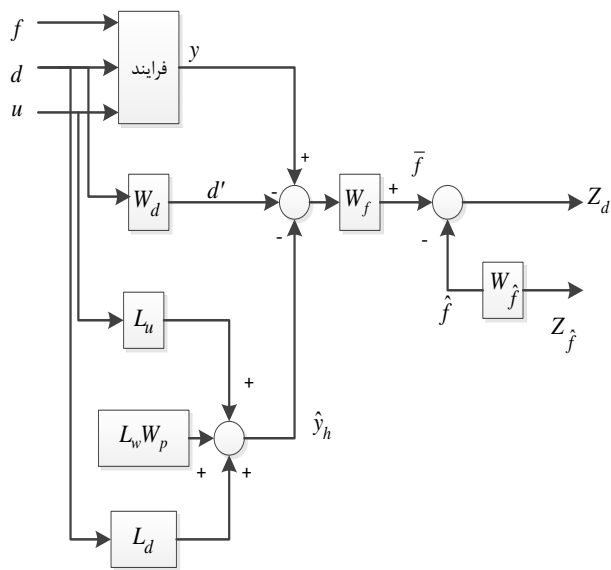
در این مقاله بر اساس روشی که در [۲۳] برای طراحی کنترل کننده ارائه شده، مسئله تخمین عیب به صورت یک مسئله کنترل بیان شده و از تکنیک  $H_\infty$  مبتنی بر داده برای حل آن استفاده شده است. روش ارائه شده در این مقاله نیازی به شناسایی مستقیم مدل فضای حالت سیستم ندارد و از پیچیدگی کمتری نسبت به سایر روش های تشخیص عیب مبتنی بر داده برخوردار است. در این روش برخلاف سایر روش های تشخیص عیب مبتنی بر داده، فرض بر این است که سیگنال اغتشاش هم به سیستم اعمال می گردد. همچنین، از آنجایی که در اینجا مسئله تشخیص عیب در قالب یک مسئله کنترلی خوش تعریف بیان شده است، امکان تعمیم آن جهت در نظر گرفتن نامعینی ها نیز وجود دارد.

بخش بندی مقاله به این شرح است: در بخش دو مسئله تخمین عیب به صورت یک مسئله کنترلی بر مبنای داده در حوزه زمان فرمول بندی می گردد. در بخش سوم راه حل مسئله ارائه می گردد. در بخش چهارم مثال انتخابی برای ارزیابی کارایی روش ارائه شده شرح داده می شود. در بخش پنجم نتایج شبیه سازی ارائه می گردند. بخش ششم به نتیجه گیری اختصاص داده شده است.

### ۱- تعریف صورت مسئله

معادلات حالت یک سیستم خطی تغییرناپذیر با زمان که عیب در آن رخ می دهد، به شرح زیر است [۲۴]:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) + B_d d(k) + B_f f(k) + g(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) + D_d d(k) + D_f f(k) + v(k) \end{aligned} \quad (1)$$



شکل ۴: طرح کلی تخمین عیب مبتنی بر داده

۲- حل مسئله تخمین عیب مبتنی بر داده به کمک تکنیک  $H_\infty$  در این بخش با الهام از [۱۱، ۲۳]، راه حل مسئله تخمین عیب به صورت یک واحد آشکارساز  $H_\infty$  مبتنی بر داده ارائه می گردد.

شکل ۴ طرح کلی تخمین عیب مبتنی بر داده را نشان می دهد. در این شکل توابع وزنی پایدار  $W_d$  و  $W_f$  عموماً به عنوان پارامترهای طراحی در نظر گرفته می شوند و به ترتیب محتویات فرکانسی عیب  $f$  و اغتشاش  $d$  را نشان می دهند و معمولاً در فرکانس های پایین بزرگ و در فرکانس های بالا کوچک انتخاب می شوند. با تنظیم وزن  $W_d$ ، اثر اغتشاش که با جمله  $L_d D_f$  در تخمین خروجی مدل شده است، بر روی خروجی واحد تشخیص عیب تضعیف می شود. وزن  $W_f$  هم یک پارامتر طراحی است و عموماً یک ماتریس قطری است که برای تعیین دامنه تخمین عیب استفاده می گردد. هرچقدر  $W_f$  بزرگ تر باشد، دامنه تخمین عیب کوچک تر خواهد بود و برعکس. همان طور که در شکل ۴ نشان داده شده است الگوریتم پیش بین زیرفضا که در پیوست ۲ توضیح داده شده است، برای پیش بینی خروجی آینده فرایند  $\hat{y}_h$  به کار رفته است. فرض کنید ماتریس های وزنی  $W_d$  و  $W_f$  دارای تحقق فضای حالت زیر هستند:

$$W_d \begin{cases} (x_{w_d})_{k+1} = A_{w_d} (x_{w_d})_k + B_{w_d} d_k \\ d'_k = C_{w_d} (x_{w_d})_k + D_{w_d} d_k \end{cases} \quad (9)$$

$$W_f \begin{cases} (x_{w_f})_{k+1} = A_{w_f} (x_{w_f})_k + B_{w_f} (y_k - (y_h)_k - d'_k) \\ \bar{f}_k = C_{w_f} (x_{w_f})_k + D_{w_f} (y_k - (y_h)_k - d'_k) \\ (z_d)_k = f_k - \bar{f}_k \end{cases} \quad (10)$$

متغیر  $z_d$  بیانگر معیار آشکارسازی عیب است و به صورت زیر تعریف می گردد:

$$(4)$$

$$z_d = \bar{f} - \hat{f}$$

که در آن  $\bar{f} = W_f f$  است و  $W_f$  یک ماتریس وزنی پایدار سره می باشد. وزن  $W_f$  محتوای فرکانسی عیب را نشان می دهد و معمولاً برای اهداف تشخیص عیب به صورت قطری انتخاب می گردد [۳]. این ماتریس وزنی جهت بیان اطلاعات فرکانسی سیگنال عیب در صورت وجود استفاده می گردد و نوعی پارامتر طراحی است. با این تعریف، هدف اصلی جهت آشکارسازی عیب، تولید سیگنال  $\hat{f}$  به گونه ای است که بهره از ورودی خارجی  $w$  تا  $z_d$  حداقل شود. از آنجایی که  $\hat{f}$  ورودی کنترل مجازی است باید اندازه آن محدود بماند. متغیر  $z_f$  به منظور محدود نگه داشتن اندازه  $\hat{f}$  به صورت زیر تعریف می شود:

$$(5)$$

$$z_f = W_f \hat{f}$$

درواقع متغیر  $z_f$  جریمه ای است که بر روی سیگنال تخمین عیب  $\hat{f}$  که در این مسئله کنترلی نقش ورودی کنترل مجازی را بازی می کند، گذاشته می شود تا مسئله کنترل  $H_\infty$  ناویژه گردد. در این صورت متغیر کنترل شده  $z$  در شکل ۳ را می توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$(6)$$

$$z = \begin{bmatrix} z_d \\ z_f \end{bmatrix}$$

تابع هزینه نهایی باید به ازای بدترین ورودی خارجی  $w$  از حیث انرژی مینیمم گردد تا بهترین تخمین عیب ( $\hat{f}$ ) به دست آید. در این صورت مسئله تشخیص عیب مبتنی بر داده به صورت مسئله بهینه سازی  $H_\infty$  مبتنی بر داده افق محدود زیر ارائه می شود:

$$\min_{\hat{f}} \sup_w J(\gamma) \leq 0 \quad (7)$$

که در آن تابع هزینه  $J$ ، به صورت زیر تعریف می گردد:

$$(8)$$

$$J(\gamma) = \sum_{t=0}^{i-1} (z_t^T z_t - \gamma^2 w_t^T w_t)$$

در اینجا  $i$  طول افق محدود است و می تواند به دلخواه انتخاب شود. اندیس  $t$ ،  $t$  امین درایه در ماتریس های  $w$  و  $z$  را نشان می دهد. معادله (۸) تعریف تابع هزینه مبتنی بر  $H_\infty$  در حوزه زمان است و هدف آن مینیم سازی تابع هزینه  $J$  به ازای ورودی های  $w$  می باشد. در این تعریف ثابت  $\gamma$  یک عدد مثبت در نظر گرفته می شود.

در بخش ۳ یک راه حل سیستماتیک جهت حل مسئله مینیمم-ماکزیمم (۷) بر پایه الگوریتم پیش بین زیر فضا ارائه می شود که منجر به طراحی یک آشکارساز عیب مبتنی بر داده می گردد. الگوریتم پیش بین زیرفضا در پیوست ۲ به اختصار توضیح داده شده است.

ماتریس های  $H_j, j = d, f, \hat{f}$  به صورت زیر تعریف می شوند:

$$H_d = \begin{bmatrix} h_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_{12} & h_{13} & 0 & \dots & 0 \\ h_{14} & h_{15} & h_{16} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{17} & h_{18} & \dots & h_{19} & h_{10} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$h_{11} = h_{13} = h_{16} = h_{10} = D_{w_d} K_3$$

$$h_{12} = h_{15} = h_{19} = C_{w_d} B_{w_d} K_3$$

$$h_{14} = C_{w_d} A_{w_d} B_{w_d} K_3$$

$$h_{17} = C_{w_d} A_{w_d}^{i-2} B_{w_d} K_3$$

$$h_{18} = C_{w_d} A_{w_d}^{i-3} B_{w_d} K_3$$

$$H_f = \begin{bmatrix} h_{21} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_{22} & h_{23} & 0 & \dots & 0 \\ h_{24} & h_{25} & h_{26} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{27} & h_{28} & \dots & h_{29} & h_{20} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$h_{21} = h_{23} = h_{26} = h_{20} = D_{w_f}$$

$$h_{22} = h_{25} = h_{29} = C_{w_f} B_{w_f}$$

$$h_{24} = C_{w_f} A_{w_f} B_{w_f}$$

$$h_{27} = C_{w_f} A_{w_f}^{i-2} B_{w_f}$$

$$h_{28} = C_{w_f} A_{w_f}^{i-3} B_{w_f}$$

$$H_{\hat{f}} = \begin{bmatrix} h_{31} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_{32} & h_{33} & 0 & \dots & 0 \\ h_{34} & h_{35} & h_{36} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{37} & h_{38} & \dots & h_{39} & h_{30} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$h_{31} = h_{33} = h_{36} = h_{30} = D_{w_{\hat{f}}}$$

$$h_{32} = h_{35} = h_{39} = C_{w_{\hat{f}}} B_{w_{\hat{f}}}$$

$$h_{34} = C_{w_{\hat{f}}} A_{w_{\hat{f}}} B_{w_{\hat{f}}}$$

$$h_{37} = C_{w_{\hat{f}}} A_{w_{\hat{f}}}^{i-2} B_{w_{\hat{f}}}$$

$$h_{38} = C_{w_{\hat{f}}} A_{w_{\hat{f}}}^{i-3} B_{w_{\hat{f}}}$$

که در آن:

$$\bar{d}' = \Gamma_d (x_{w_d})_k + H_d \bar{w} \quad (12)$$

$$\bar{z}_{\hat{f}} = \Gamma_{\hat{f}} (x_{w_{\hat{f}}})_k + H_{\hat{f}} \bar{f} \quad (13)$$

$$\bar{z}_d = \Gamma_f (x_{w_f})_k + H_f \bar{y} - H_f (x_{w_d})_k - H_w \bar{w} - H_f L_w w_p - \bar{f} \quad (14)$$

که در آن ها بردارها و ماتریس ها به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\bar{w} = \begin{bmatrix} w_k \\ w_{k+1} \\ \vdots \\ w_{k+i-1} \end{bmatrix}, \bar{y}_h = \begin{bmatrix} (\hat{y}_h)_k \\ (\hat{y}_h)_{k+1} \\ \vdots \\ (\hat{y}_h)_{k+i-1} \end{bmatrix}, \bar{d}' = \begin{bmatrix} d'_k \\ d'_{k+1} \\ \vdots \\ d'_{k+i-1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\bar{d}' = \begin{bmatrix} d'_k \\ d'_{k+1} \\ \vdots \\ d'_{k+i-1} \end{bmatrix}, \bar{z}_d = \begin{bmatrix} (z_d)_k \\ (z_d)_{k+1} \\ \vdots \\ (z_d)_{k+i-1} \end{bmatrix}, \bar{z}_{\hat{f}} = \begin{bmatrix} (z_{\hat{f}})_k \\ (z_{\hat{f}})_{k+1} \\ \vdots \\ (z_{\hat{f}})_{k+i-1} \end{bmatrix}$$

که در آن:

در بردارهای رابطه (۱۵)،  $k$  زمان جاری را نشان می دهد. ماتریس های  $H_w$  و  $H_u$  و  $\Gamma$  به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\Gamma_i = \begin{pmatrix} C_{w_j} \\ C_{w_j} A_{w_j} \\ \vdots \\ C_{w_j} A_{w_j}^{i-1} \end{pmatrix}, j = d, f, \hat{f}.$$

و

$$H_w = H_f H_d + H_f L_u k_u$$

$$k_u = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & k_1 \end{bmatrix}$$

که در آن:

در الگوریتم های شناسایی زیرفضا [۲۶] ماتریس  $\Gamma = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{pmatrix}$  با جاگذاری بازگشتی در مدل فضای حالت خطی

فرایند به دست می آید و ماتریس رؤیت پذیری گسترده نام دارد که در آن  $i$  طول افق محدود است و باید بزرگ تر از مرتبه مدل فرضی  $n$  در نظر گرفته شود. زیرا فرض بر این است که جفت  $(C, A)$  آشکارپذیر هستند. بنابراین رتبه ماتریس  $\Gamma$  برابر با  $n$  است [۲۶].

می باشند.

قضیه زیر خلاصه نتایج به دست آمده را ارائه می دهد.

### قضیه ۱

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_1} & 0 & \frac{A_3}{A_1 T_3} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{T_2} & 0 & \frac{A_4}{A_2 T_4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{T_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{T_4} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1 k_1}{A_1} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2 k_2}{A_3} \\ 0 & \frac{(1-\alpha_2)k_2}{A_3} \\ \frac{(1-\alpha_2)k_2}{A_4} & 0 \end{bmatrix}$$

$$(u+f) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{-k_{d1}}{A_3} & 0 \\ 0 & \frac{-k_{d2}}{A_3} \end{bmatrix} d$$

$$y = \begin{bmatrix} k_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_c & 0 & 0 \end{bmatrix} x$$

$k_c$  بهره سنسور و  $T_i$  ثابت زمانی و  $f$  عیب محرک که برای پمپ ۱ و ۲ در نظر گرفته شده اند و  $d$  سیگنال اغتشاش است که چکه دو تانک بالایی را مدل می کند. این فرایند یک صفر قابل تنظیم دارد که می تواند با تغییر مقدار  $\alpha_1, \alpha_2$  در نیم صفحه چپ و یا نیم صفحه راست واقع گردد. اگر  $0 < \alpha_1 + \alpha_2 < 1$  باشد، فرایند نامینیم فاز و اگر  $1 < \alpha_1 + \alpha_2 < 2$  مینیم فاز می باشد.

جدول ۱ مقادیر پارامترهای مختلف را برای فرایند مینیم فاز و نامینیم فاز را نشان می دهد.

جدول ۱: پارامترهای فرایند مینیم فاز و غیر مینیم فاز

پارامترها [واحد]	فرایند مینیم فاز	فرایند نامینیم فاز
$T_1 [s]$	۶۲	۶۳
$T_2 [s]$	۹۰	۹۱
$T_3 [s]$	۲۳	۳۹
$T_4 [s]$	۳۰	۵۶
$k_1 [cm^3/Vs]$	۳/۳۳	۳/۱۴
$k_2 [cm^3/Vs]$	۳/۳۵	۳/۲۹
$\alpha_1 [-]$	۰/۷	۰/۴۳
$\alpha_2 [-]$	۰/۶	۰/۳۴
$A_1 [cm^2]$	۲۸	۲۸
$A_2 [cm^2]$	۳۲	۳۲
$A_3 [cm^2]$	۲۸	۲۸
$A_4 [cm^2]$	۳۲	۳۲
$k_c [V/cm]$	۰/۵	۰/۵
$k_{a1} [cm^3/Vs]$	۱	۱
$k_{a2} [cm^3/Vs]$	۱	۱

در سال های اخیر فرایند چهار تانک به عنوان معیار برای مطالعه عملکرد در مسائل تخمین عیب و کنترل به کار رفته است به عنوان مثال

فرض کنید اندازه گیری های ورودی  $u$  و خروجی  $y$  برای لحظات  $k-1, \dots, k-2, k-1$  در دسترس باشند، در این صورت تخمین عیب مبتنی بر داده به روش زیرفضا و با رویکرد  $H_\infty$  برای لحظات  $k, k+1, \dots, k+i-1$  به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{bmatrix} w \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y \\ (w_p)_k \\ (x_{w_d})_k \\ (x_{w_f})_k \\ (x_{w_f'})_k \end{bmatrix} \quad (۲۱)$$

که در آن درایه ها به صورت زیر می باشند:

$$a_{11} = H_w^T H_w - \gamma^2 I, a_{12} = H_w^T, a_{13} = H_w, a_{14} = I_{k_{fi}} + Q_f, \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$b_{11} = H_w^T H_f, b_{12} = -H_w^T H_f L_w, b_{13} = -H_w^T H_f \Gamma_d,$$

$$b_{14} = H_w^T \Gamma_f, b_{15} = 0,$$

$$b_{21} = H_f, b_{22} = -H_f L_w, b_{23} = -H_f \Gamma_d,$$

$$b_{24} = \Gamma_f, b_{25} = -H_f^T \Gamma_f$$

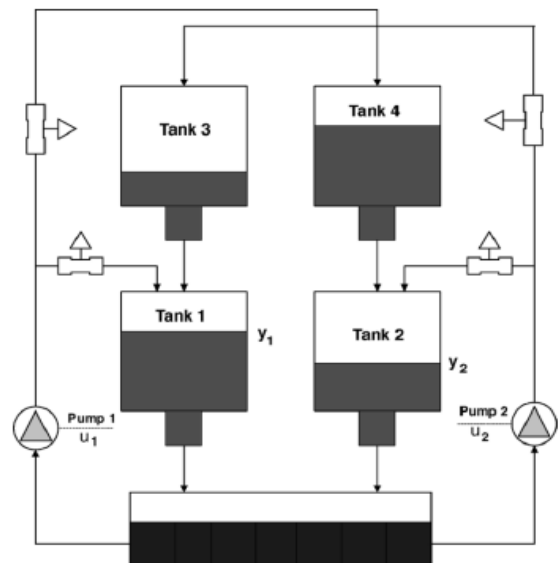
به شرط آنکه:

$$H_w^T H_w - H_w^T (I_{k_{fi}} + Q_f)^{-1} H_w < \gamma^2 I \quad (۲۰)$$

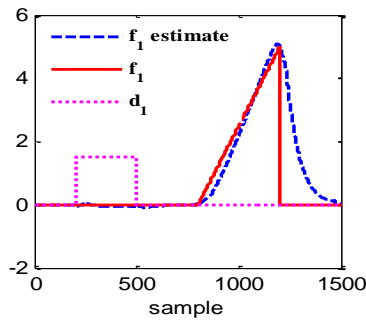
برقرار باشد. اثبات قضیه ۱ در پیوست ۱ شرح داده شده است.

### ۳- فرایند چهار تانک

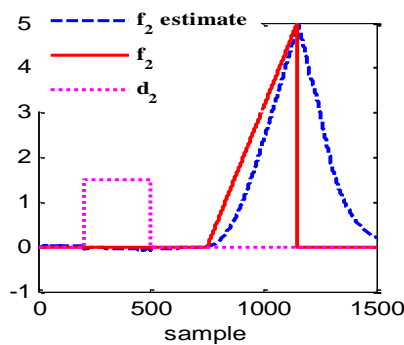
فرایند چهار تانک از چهار عدد تانک و دو عدد پمپ تشکیل شده است [۲۷]. شکل ۵ فرایند چهار تانک را نشان می دهد. مدل خطی شده فرایند چهار تانک به صورت زیر است که در آن  $A_i, a_i$  به ترتیب مقطع عرضی و مقطع عرضی خروجی تانک  $i$  می باشند.  $v_i$  ولتاژ پمپ  $i$  است و  $\alpha_1, \alpha_2 \in (0,1)$  مقدار باز شدن شیرها است که در ابتدا تنظیم شده اند.



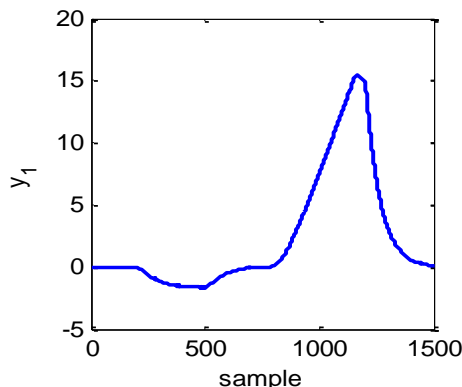
شکل ۵: فرایند چهار تانک



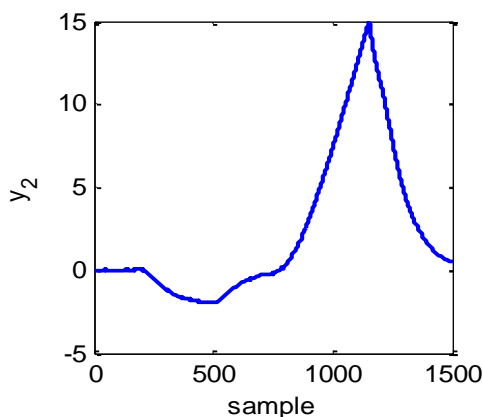
شکل ۶: اغتشاش ۱، عیب ۱ و تخمین آن در فرایند مینیمم فاز



شکل ۷: اغتشاش ۲، عیب ۲ و تخمین آن برای فرایند مینیمم فاز



شکل ۸: خروجی ۱ در فرایند مینیمم فاز

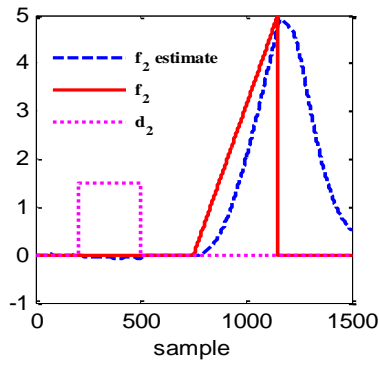


شکل ۹: خروجی ۲ در فرایند مینیمم فاز

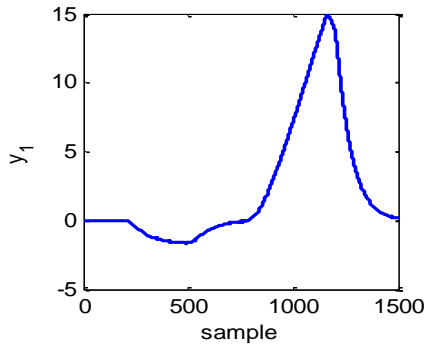
در [۲۸] یک رویکرد مبتنی بر مدل برای حل مسئله تشخیص عیب با استفاده از تکنیک  $H_2 / H_\infty$  مطرح شده، در [۲۹] الگوریتم‌های زیرفضا برای تولید مانده از داده‌های سیستم به کار رفته و در [۲۹] کنترل پیش‌بین برای ردیابی و حذف اغتشاش در فرایند چهارتانک و در [۳۰] از کنترل مد لغزشی برای ردیابی در سیستم چهارتانک استفاده شده است.

### ۵- شبیه‌سازی

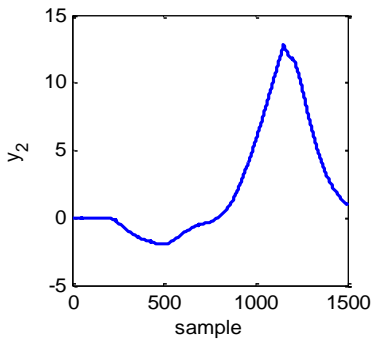
به‌منظور نشان دادن کارایی الگوریتم معرفی شده در این مقاله، این الگوریتم را بر روی مدل خطی شده چهارتانک پیاده نموده‌ایم. شبیه‌سازی برای عیب‌های تدریجی و برای هر دو حالت فرایند مینیمم‌فاز و غیر مینیمم‌فاز انجام شده است. عیب‌های تدریجی با حداکثر دامنه ۵ و بین لحظات ۸۰۰ تا ۱۲۰۰ و ۷۵۰ تا ۱۱۵۰ به ترتیب به محرک‌های ۱ و ۲ اعمال می‌گردد. سیگنال‌های اغتشاش برای محرک‌های ۱ و ۲ پالس‌هایی با دامنه ۱/۵ هستند که بین لحظات ۲۰۰-۵۰۰ اعمال می‌گردد. ماتریس‌های وزنی طبق توضیح ارائه‌شده در بخش ۲ انتخاب می‌شوند و طوری تنظیم می‌شوند که دامنه تخمین عیب، به عیب واقعی نزدیک باشد. الگوریتم شرح داده‌شده در پیوست ۳ سپس بر روی (۲۱) اعمال شده است. شکل‌های ۶ تا ۱۷ نتایج شبیه‌سازی را نشان می‌دهند. شکل‌های ۶ و ۷ تخمین عیب در سیستم مینیمم‌فاز و شکل‌های ۱۲ و ۱۳ تخمین عیب در سیستم نامینیمم‌فاز به همراه خود عیب و اغتشاش وارد بر سیستم را نشان می‌دهد. ماتریس‌های وزنی و سایر پارامترهای لازم برای شبیه‌سازی در جدول شماره (۲) آورده شده‌اند. همان‌طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود، تخمین مناسب برای عیب هر دو محرک در هر دو حالت فرایند مینیمم‌فاز و فرایند نامینیمم‌فاز به دست آمده است. همچنین با توجه به این شکل‌ها اثر اغتشاش به‌طور مؤثر در تخمین عیب کاهش یافته است. شکل‌های ۸ و ۹ و ۱۴ و ۱۵ خروجی‌های فرایند را به ازای مقادیر جدول ۲ نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود، خروجی سیستم پایدار نشده است و این به این دلیل است که در ساختار شکل ۳، سیگنال  $\hat{f}$  ورودی کنترل مجازی است و باعث پایداری سیستم نمی‌گردد. در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ سیگنال عیب به ازای سه مقدار مختلف درایه سطر اول و ستون اول ماتریس  $W_f$  و در شکل ۱۶ و ۱۷ به ازای سه مقدار مختلف درایه سطر دوم و ستون دوم ماتریس  $W_f$  بازسازی شده‌اند. همان‌طور که در این شکل‌ها دیده می‌شود با افزایش دامنه  $W_f$  دامنه تخمین عیب کاهش می‌یابد و برعکس با افزایش آن دامنه تخمین عیب کاهش می‌یابد. از این خاصیت برای آشکارسازی عیب‌های با دامنه بسیار کم استفاده می‌گردد، یعنی دامنه  $W_f$  بسیار کم انتخاب می‌گردد تا دامنه تخمین عیب افزایش یابد. نتایج شبیه‌سازی در شکل‌های ۶ تا ۱۷ آورده شده‌اند.



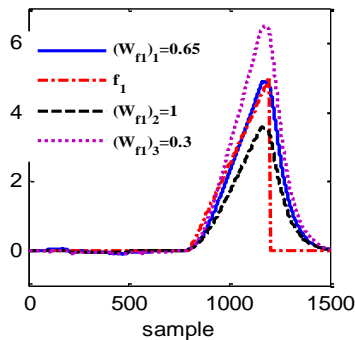
شکل ۱۳: اغتشاش ۲، عیب ۲ و تخمین آن در فرایند نامینیم فاز



شکل ۱۴: خروجی ۱ در فرایند نامینیم فاز

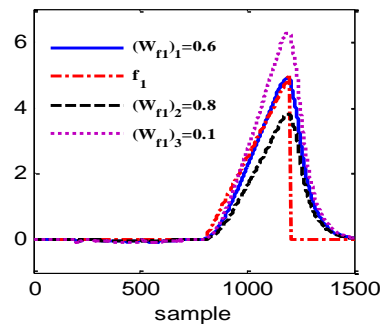


شکل ۱۵: خروجی ۲ در فرایند نامینیم فاز



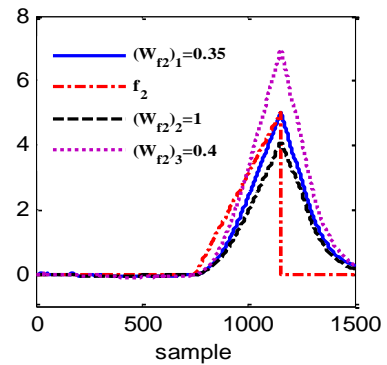
شکل ۱۶: عیب ۱ و تخمین آن به ازای وزن های مختلف  $W_f$  در فرایند نامینیم فاز

نامینیم فاز



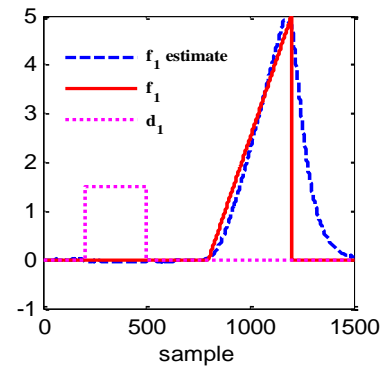
شکل ۱۰: عیب ۱ و تخمین آن به ازای وزن های مختلف  $W_f$  در فرایند

مینیم فاز



شکل ۱۱: عیب ۲ و تخمین آن به ازای وزن های مختلف  $W_f$  در فرایند

مینیم فاز



شکل ۱۲: اغتشاش ۱، عیب ۱ و تخمین آن در فرایند نامینیم فاز

جدول ۲: مقادیر پارامترها و ماتریس های وزنی برای حالت های مختلف

	فرایند مینیم فاز	فرایند غیر مینیم فاز
$W_d$	$\begin{bmatrix} \frac{0.1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.1}{s+1} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{0.1}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.1}{s+1} \end{bmatrix}$
$W_f$	$\begin{bmatrix} \frac{0.6}{s+1} & 0 \\ 0 & \frac{0.35}{s+0.5} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{0.2}{s+0.5} & 0 \\ 0 & \frac{0.5}{8s+0.6} \end{bmatrix}$
$W_{\hat{f}}$	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.65 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
$N$	۱۰۵۹	۱۰۵۹
$i$	۳۰	۳۰
$\gamma$	۱/۴	۱/۲



مبتنی بر داده برای سیستم‌هایی که دارای عدم قطعیت هستند و یا سیستم‌های غیرخطی بررسی خواهد شد.

### سپاسگزاری

نویسندگان از سردبیر محترم و داوران گرامی به خاطر نظرات ارزشمندشان در راستای بهبود کیفیت مقاله نهایت تشکر را دارند.

### پیوست ۱- اثبات تئوری ۱

فرض کنید داده‌های ورودی و خروجی از یک فرایند سالم خطی (فرایند (۱) با فرض  $f = 0$ ) در دسترس است.  $\hat{z}$  از الگوریتم پیش‌بینی زیرفضا محاسبه شده است.

با جاگذاری روابط (۱۳) و (۱۴) و (۱۵) در رابطه (۶) داریم:

$$Z = \begin{bmatrix} -H_f \Gamma_d(x_{w_d})_k + \Gamma_f(x_{w_f})_k - H_w \tilde{w} - H_f L_w w_p + H_f \tilde{y} - \tilde{f} \\ \Gamma_{\hat{f}}(x_{w_f})_k + H_{\hat{f}} \tilde{f} \end{bmatrix} \quad (22)$$

با جاگذاری رابطه (۲۲) در رابطه (۸) داریم

$$J(\gamma) = X^T \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} & J_{14} & J_{15} & J_{16} & J_{17} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & J_{24} & J_{25} & J_{26} & J_{27} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} & J_{34} & J_{35} & J_{36} & J_{37} \\ J_{41} & J_{42} & J_{43} & J_{44} & J_{45} & J_{46} & J_{47} \\ J_{51} & J_{52} & J_{53} & J_{54} & J_{55} & J_{56} & J_{57} \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & J_{64} & J_{65} & J_{66} & J_{67} \\ J_{71} & J_{72} & J_{73} & J_{74} & J_{75} & J_{76} & J_{77} \end{bmatrix} X \quad (23)$$

که در آن درایه‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

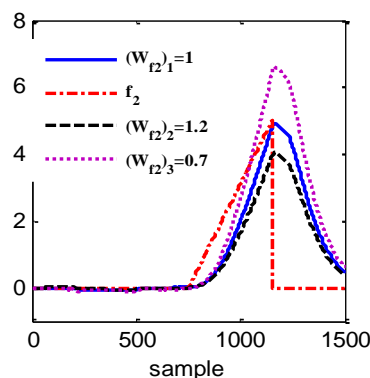
$$\begin{aligned} J_{11} &= H_w^T H_w - \gamma^2 I, J_{12} = H_w^T \\ J_{13} &= -H_w^T H_f, J_{14} = H_w^T H_f L_w \\ J_{15} &= H_w^T H_f \Gamma_d, J_{16} = -H_w^T \Gamma_f \\ J_{17} &= 0, J_{21} = H_w, \\ J_{22} &= I_{k_f i} + Q_3, J_{23} = -H_f, \\ J_{24} &= H_f L_w, J_{25} = H_f \Gamma_d, \\ J_{26} &= -\Gamma_f, J_{27} = H_f^T \Gamma_{\hat{f}} \end{aligned}$$

سایر درایه‌های ماتریس رابطه (۲۳) در رابطه اصلی بی‌تاثیر هستند و حذف می‌شوند.

بنابراین تخمین بهینه عیب  $\hat{f}$  و بدترین حالت برای  $w$  با حل معادله زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial J}{\partial \begin{bmatrix} w \\ \hat{f} \end{bmatrix}} = 0 \quad (24)$$

که منجر به رابطه (۱۹) می‌گردد.



شکل ۱۷: عیب ۲ و تخمین آن به ازای وزن‌های مختلف  $W_{f_j}$  در فرایند نامینیم فاز

در [۲۰] یک رویکرد مبتنی بر مدل برای حل مسئله تشخیص عیب با استفاده از تکنیک  $H_2 / H_\infty$  مطرح شده و بر روی مثال چهارتانک پیاده‌سازی شده است. در این مرجع با فرض در دست داشتن مدل فرایند، بردار مانده مقاوم نسبت به اغتشاش تولید می‌گردد و عیب‌ها فقط تشخیص داده می‌شوند. روشی که در این مقاله ارائه شده است، بدون در دست داشتن مدل فرایند و با استفاده از تکنیک  $H_\infty$  مبتنی بر داده، سیگنال عیب را بازسازی می‌کند. این مقایسه نشان می‌دهد که روش ارائه‌شده در این مقاله به خوبی روش‌های مبتنی بر مدل در تشخیص عیب عمل می‌کند و علاوه بر این، حذف مرحله شناسایی سیستم و مدل‌سازی امکان استفاده از آن را در صنعت به راحتی فراهم می‌آورد.

لازم به ذکر است که تکنیک  $H_\infty$  مبتنی بر داده برای اولین بار در حل مسئله تخمین عیب مبتنی بر داده به کار برده شده است. همچنین تاکنون روشی سیستماتیک برای حل مسائل بهینه‌سازی در مسئله تشخیص عیب مبتنی بر داده مطرح نشده بود و برای اولین بار در این مقاله ارائه گردیده است.

### ۶- نتیجه

در این مقاله طراحی آشکارساز عیب از طریق حل یک مسئله کنترل خوش‌تعریف  $H_\infty$  مبتنی بر داده انجام می‌گردد. فرض شده که مدل ریاضی فرایند در دسترس نیست و فقط داده‌های ورودی و خروجی فرایند برای طراحی تخمین‌گر به کار برده شده‌اند. دو معیار جهت مینیمم‌سازی خطای تخمین عیب و محدود نگه داشتن دامنه تخمین عیب که یک ورودی کنترل مجازی است تعریف شده‌اند. پارامترهای طراحی چند ماتریس وزنی و یک پارامتر اسکالر هستند که هدف تشخیص عیب که بازسازی سیگنال عیب در حضور اغتشاش است، به کمک تنظیم آن‌ها انجام می‌گیرد. روش معرفی شده در قالب یک الگوریتم بیان گردیده و در نهایت به منظور نشان دادن کارایی آن، این الگوریتم بر روی یک مثال ارزیابی شده است. نتایج شبیه‌سازی کارآمد بودن الگوریتم را ثابت می‌کند. در مطالعه‌های بعدی تخمین عیب

$$U_p = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \dots & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & \dots & u_j \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ u_{i-1} & u_i & \dots & u_{i+j-2} \end{bmatrix} \in R^{im \times j}$$

$$Y_p = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \dots & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & \dots & y_j \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y_{i-1} & y_i & \dots & y_{i+j-2} \end{bmatrix} \in R^{il \times j}$$

$$U_f = \begin{bmatrix} u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+j-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & \dots & u_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ u_{2i-1} & u_{2i} & \dots & u_{2i+j-2} \end{bmatrix} \in R^{im \times j}$$

$$Y_f = \begin{bmatrix} y_i & y_{i+1} & \dots & y_{i+j-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & \dots & y_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y_{2i-1} & y_{2i} & \dots & y_{2i+j-2} \end{bmatrix} \in R^{il \times j}$$

که در آن ها اندیس  $p$  گذشته و  $f$  آینده را نشان می دهد.

ماتریس داده های گذشته  $W_p$  را به صورت زیر تعریف کنید:

$$W_p = \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix} \quad (36)$$

مسئله بهینه سازی زیر را حل کنید:

$$\min \left\| Y_f - (L_w \ L_u) \begin{pmatrix} W_p \\ U_f \end{pmatrix} \right\|_F^2 \quad (37)$$

راه حل این مسئله با استفاده از تجزیه QR بر روی ماتریس زیر به دست می آید:

$$\begin{pmatrix} W_p \\ U_f \\ Y_f \end{pmatrix} = R^T Q^T = \begin{pmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ R_{21} & R_{22} & 0 \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix} \quad (38)$$

$$L = (L_w \ L_u) = (R_{31} \ R_{32}) \begin{pmatrix} R_{11} & 0 \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix}^\dagger$$

$L_w$  و  $L_u$  برای تخمین خروجی به کار می رود:

$$\begin{pmatrix} \hat{y}_k \\ \vdots \\ \hat{y}_{k+i-1} \end{pmatrix} = L_w (w_p)_k + L_u \begin{pmatrix} \hat{u}_k \\ \vdots \\ \hat{u}_{k+i-1} \end{pmatrix} \quad (39)$$

که در آن  $(w_p)_k$  از ورودی ها و خروجی های گذشته به دست می آید:

شرط کافی برای بهینه سازی هنگامی ارضا می شود که هسین سمت چپ رابطه (۷)،  $(k_f + k_d + m)i$  مقدار ویژه مثبت و  $k_f i$  مقدار ویژه منفی داشته باشد. هسین رابطه (۷) به صورت زیر است:

$$Hess = \frac{\partial^2 J}{\partial^2 \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} H_w^T H_w - \gamma^2 I & H_w^T \\ H_w & I_{k_f i} + Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_2^T & A_3 \end{bmatrix} \quad (25)$$

لم شور

اگر  $M$  یک ماتریس متقارن باشد می توان آن را به صورت زیر بیان کرد:

$$M = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_2^T & A_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} I & A_2 A_3^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix}}_K \begin{bmatrix} A_1 - A_2 A_3^{-1} A_2^T & 0 \\ 0 & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & A_2 A_3^{-1} \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \quad (26)$$

در مختصات  $K$  می توان مقادیر ویژه ماتریس  $\begin{bmatrix} A_1 - A_2 A_3^{-1} A_2^T & 0 \\ 0 & A_3 \end{bmatrix}$  را

مورد بررسی قرار داد. از آنجایی که  $A_3 > 0$  می باشد، برای برقرار بودن شرط کافی باید  $A_1 - A_2 A_3^{-1} A_2^T < 0$  برقرار باشد. با جاگذاری مقادیر رابطه (۲۵) به رابطه (۲۰) می رسیم.

## پیوست ۲- الگوریتم پیش بین زیرفضا

به منظور حل مسئله (۷)، در اینجا الگوریتم پیش بین زیرفضا به طور خلاصه شرح داده شده است (مرجع [۲۶]). الگوریتم های زیرفضا در مقایسه با سایر الگوریتم های شناسایی معمولی، مشکلات عدم همگرایی، همگرایی با سرعت پایین و یا ناپایداری را ندارند [۲۴]. الگوریتم پیش بین زیرفضا برای پیش بینی خروجی با استفاده از داده های ورودی و خروجی گذشته به کار می رود.

فرض کنید داده های ورودی و خروجی به طول  $N$  ( $y_k \in R^l, u_k \in R^m$ ) از یک سیستم سالم و بدون اغتشاش در دسترس است:

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{N-1} \end{pmatrix} \quad (34)$$

۱- افق کنترل پیش بین  $i$  را که باید از مرتبه مدل فرضی بیش تر باشد را انتخاب نمایید و  $j = N - 2i + 1$  قرار دهید.

۲- ماتریس های هنکل زیر را تعریف کنید:

[2] H. Wang, C. T. Y. Chai, J. L. Ding, and M. Brown, "Data driven fault diagnosis and fault tolerant control: some advances and possible new directions," *Acta Automation Sinica*, vol. 35, no. 6, 2009.

[3] R. J. Patton, and J. Chen, "Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems," *Kluwer Academic Publishers*, 1999.

[4] S. X. Ding, *Model-based Fault Diagnosis Techniques-design Schemes, Algorithms and Tools*, 2<sup>nd</sup> ed., Springer-Verlag, 2013.

[۵] محمدجواد خسروجردی و مهدی علیاری شوره‌دلی، روش‌های تشخیص و جبران‌سازی عیب در سیستم‌های کنترل، انتشارات دانشگاه صنعتی سهند، ۱۳۹۵.

[6] Z. S. Hou, and Z. Wang, "From model-based control to data driven control: survey, classification and perspective," *Information Science*, vol. 235, pp. 1-35, 2013.

[۷] سعید هاشمی‌نژاد، سیدقدرت‌اله سیف‌السادات، مرتضی رزاز و محمود جورابیان، «دسته‌بندی خطا و شناسایی فازهای تحت خطا در سیستم‌های قدرت با استفاده از تئوری امواج سیار و سیستم فازی»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۵، شماره ۴، صفحه ۲۲۳-۲۳۳، ۱۳۹۴.

[۸] علیرضا رضائی، ابوالقاسم اسدالله راعی و سعید شیری قیداری، «یادگیری رفتار مقاوم در مقابل تغییرات محیطی و خرابی حسگرهای روبات سیار، با استفاده از شبکه بیزین پویای مبتنی بر داده»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۳، شماره ۱، صفحه ۲۷-۳۸، ۱۳۹۲.

[۹] حسین مرادی فراهانی و جواد عسگری، «طراحی کنترل‌کننده عصبی-فازی نوع-۲»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۳، شماره ۱، صفحه ۶۳-۷۳، ۱۳۹۲.

[۱۰] علی حسامی نقشبندی، شورش شکوهی و حسن بیورانی، «کاربرد کنترل‌کننده فازی - عصبی در پایداری ولتاژ و فرکانس ریز شبکه‌های جزیره‌ای»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۱، شماره ۲، صفحه ۴۱-۵۰، ۱۳۹۰.

[11] P. V. Overshee, B. D. Moor, "A unifying theorem for three subspace identification algorithms," *Automatica*, vol. 31, pp. 1853-1864, 1995.

[12] P. Zhang, and S. X. Ding, "A Model-free approach to fault detection of continuous-time systems based on time domain data," *International Journal of Automation and Computing*, pp. 189-194, 2007.

[13] A. S. Naik, *Subspace-based Data-driven Designs of Fault Detection Systems*, PhD Thesis, 2010.

[14] M. H. Palanthandalam, and D. S. Brenstain, "A subspace algorithm for simultaneous identification and input reconstruction," *International Journal of Control and Signal Processing*, vol. 23, pp. 1053-1069, 2009.

[15] Y. Wang, G. Bingzhao, and H. Chen, "Data-driven design of parity space-based FDI system for AMT vehicles," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 20, no. 1, 2015.

[16] S. X. Ding, S. Yin, Y. Wang, Y. Yang, and B. Ni, "Data-driven design of observers and its applications," *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, 2011.

$$(w_p)_k = \begin{pmatrix} u_{k-i} \\ \vdots \\ u_{k-1} \\ y_{k-i} \\ \vdots \\ y_{k-1} \end{pmatrix} \quad (40)$$

لازم به یادآوری است که الگوریتم پیش بین زیرفضا که در این مرجع توضیح داده شده است از داده‌های ورودی و خروجی سیستمی استفاده می‌کند که اغتشاش به آن اعمال نمی‌گردد. در صورتی که در این مقاله از داده‌های ورودی و خروجی سیستم با اغتشاش استفاده می‌گردد. در این صورت تخمین خروجی آینده با رابطه زیر مشخص می‌گردد.

$$\hat{Y}_f = L_w W_p + L_u U_f + L_d D_f \quad (41)$$

که در آن  $D_f = \begin{bmatrix} d_i & d_{i+1} & \dots & d_{i+j-1} \\ d_{i+1} & d_{i+2} & \dots & d_{i+j} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ d_{2i-1} & d_{2i} & \dots & d_{2i+j-2} \end{bmatrix} \in R^{i k_d \times j}$  شکل هنکل

ماتریس اغتشاش است و اثر جمله  $L_d D_f$  با تنظیم ماتریس وزنی  $W_d$  در شکل ۴ جبران می‌گردد.

### پیوست ۳ - الگوریتم طراحی آشکارساز مبتنی بر داده با استفاده از تکنیک $H_\infty$

- ۱- داده‌های ورودی و خروجی را جمع‌آوری کنید.
- ۲- ماتریس‌های هنکل  $U_p, Y_p, U_f, Y_f, W_p$  را با استفاده از روابط (۳۵) و (۳۶) تشکیل دهید.
- ۳-  $L_w$  و  $L_u$  را با استفاده از (۳۸) تعیین کنید.
- ۴-  $W_j, j = d, f, \hat{f}$  را انتخاب کنید.
- ۵- مقادیر اولیه  $(x_{W_j})_k, j = d, f, \hat{f}$  را انتخاب کنید.
- ۶-  $\gamma_{\min}$  را از رابطه (۲۰) محاسبه کنید و  $\gamma > \gamma_{\min}$  قرار دهید.
- ۷-  $(w_p)_k$  را از رابطه (۴۰) محاسبه نمایید.
- ۸-  $\hat{f}$  را برای لحظه جاری ( $k$ ) محاسبه کنید. (رابطه (۱۹))
- ۹-  $(x_{W_j})_k, j = d, f, \hat{f}$  را از روابط ۹ تا ۱۱ به‌روزرسانی کنید.
- ۱۰-  $k = k + 1$  و به مرحله ۷ برگردید.

### مراجع

[1] I. Hwang, S. Kim, and Ch.E. Seah, "A Survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods," *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, vol. 18, no. 3, 2010.

- [17] S. Yin, G. Wang, and H. R. Karimi, "Data-driven design of robust fault detection system for wind turbines," *Original Research Article Mechatronics*, vol. 24, no. 4, pp. 298-306, 2014.
- [18] S. Yin, H. Luo, and S. X. Ding, "Real-time implementation of fault-tolerant control systems with performance optimization," *IEEE Transactions of Industrial Electronics*, vol. 61, no. 5, 2014.
- [19] W. Li, H. Raghavan, and S. Shah, "Subspace identification of continuous time models for process fault detection and isolation," *Journal of Process Control*, pp. 407-421, 2003.
- [20] J. Dong, and M. Verhaegen, "Identification of fault estimation filter from I/O data for systems with stable inversion," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 57, no. 6, 2012.
- [21] S. X. Ding, "Data-driven design of monitoring and diagnosis systems for dynamic processes: A review of subspace technique based schemes and some recent results," *Journal of Process Control*, vol. 24, pp. 431-449, 2014.
- [22] S. X. Ding, *Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems*, Springer-Verlag, London, 2014.
- [23] B. R. Woodley, J. P. How, and R. L. Kosut, "Subspace based direct adaptive  $H_\infty$  control," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 915, 535-561, 2001.
- [24] S. Yin, Wang, and H. R. Karimi, "Data-driven design of robust fault detection system for wind turbines," *Original Research Article Mechatronics*, vol. 24, no. 4, pp. 298-306, 2014.
- [25] S. Joe Qin, "An overview of subspace identification," *Computers and Chemical Engineering*, vol. 30, pp. 1502-1513, 2006.
- [26] V. Overschee, and B. D. Moor, *Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Application*, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [27] K. H. Johnsson, "The quadruple-tank process: a multi variable laboratory process with an adjustable zero," *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, vol. 8, no. 3, pp. 456-465, 2000.
- [28] M. J. Khosrowjerdi, R. Nikoukhah, and N. Safari-Shad, "Fault detection in a mixed  $H_2/H_\infty$  setting," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 7, 2005.
- [29] V. Kirubakarana, T. K. Radhakrishnana, and N. Sivakumaranb, "Distributed multi parametric model predictive control design for a quadruple tank process," *Measurement*, vol. 47, pp. 841-854, 2014.
- [30] P. P. Biswas, R. Srivastava, S. Ray, and A. N. Samanta, "Sliding mode control of quadruple tank process," *Mechatronics*, vol. 19, no. 4, pp. 548-561, 2009.