

افزایش همگرایی شبکه‌های تطبیقی با لینک‌های نویزی: الگوریتم حداقل میانگین مربعات توزیع شده افزایشی طول متغیر

قنبر آذرnia^۱، دانشجوی دکتری، محمدعلی طینتی^۲، استاد

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه تبریز - تبریز - ایران - g.azarnia@tabrizu.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه تبریز - تبریز - ایران - tinati@tabrizu.ac.ir

چکیده: در میان الگوریتم‌های تخمین تطبیقی توزیع شده، الگوریتم حداقل میانگین مربعات افزایشی به دلیل پیچیدگی محاسباتی پایین، و نیاز به کمترین میزان ارتباطات و توان، محبوبیت بالایی دارد. اما، این الگوریتم از همگرایی کند اولیه رنج می‌برد. در این مقاله، الگوریتم طول متغیری برای افزایش همگرایی شبکه‌های تطبیقی افزایشی با لینک‌های نویزی ارائه می‌شود. نخست، الگوریتم طول متغیر پیشنهادی در چهارچوب شبکه‌های تطبیقی افزایشی با لینک‌های ایده‌آل بیان می‌شود. این امر کمک می‌کند تا بتوان بدون دخالت تأثیرات نویز لینک‌ها، الگوریتم پیشنهادی را از نظر بهبود در همگرایی با الگوریتم حداقل میانگین مربعات افزایشی معمول مقایسه نمود. در ادامه الگوریتم پیشنهادی برای اجرا در شبکه‌های تطبیقی با لینک‌های نویزی ارتقا داده می‌شود. به همین منظور، ابتدا الگوریتمی برای کاهش اثرات لینک‌های نویزی برای حالت طول ثابت ارائه می‌شود. دلیل بیان این الگوریتم در چهارچوب طول ثابت، آن است که بتوان الگوریتم پیشنهادی را با الگوریتم‌های قبلی مقایسه کرده و کارایی بهتر آن را در مقایسه با دیگر الگوریتم‌ها نشان داد. نهایتاً این الگوریتم در یک چهارچوب طول متغیر بیان می‌شود. شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که الگوریتم پیشنهادی منجر به افزایش نرخ همگرایی و بهبود عملکرد حالت دائم می‌گردد.

واژه‌های کلیدی: شبکه‌های تطبیقی، ساختار افزایشی، الگوریتم حداقل میانگین مربعات افزایشی طول متغیر، لینک‌های نویزی

Increasing Convergence of Adaptive Networks with Noisy Links: Variable Length DILMS Algorithm

G. Azarnia¹, M. A. Tinati²

1, 2- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Tabriz, Tabriz, Iran,

Abstract: Among the distributed adaptive estimation algorithms, incremental least mean square algorithm has a high popularity due to its low computational complexity, and requiring a minimum amount of communication and power. However, it suffers from low initial convergence rate. In this paper we propose a variable tap-length algorithm in order to increase the convergence rate of incremental adaptive networks with noisy links. First, we propose a variable tap-length algorithm in terms of incremental adaptive networks with ideal links. So, without considering the effect of noise on links, we can compare the proposed algorithm with the common distributed incremental least mean square algorithm, and show the convergence rate improvement. Then, we enhance our proposed algorithm to apply it to the networks with noisy links. For this, first we provide an algorithm to reduce the effects of noisy links for a fixed length mode. This algorithm is expressed in terms of a fixed length that can compare the proposed algorithm with algorithms reported in literature to show its better performance. Finally, we express our algorithm in the context of variable length. Simulation results show that the proposed algorithm enhances both the convergence rate and steady state performance.

Keywords: Adaptive networks, incremental topology, variable tap-length incremental least mean square algorithm, noisy links.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۲/۰۸/۱۹

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۲/۱۲/۴

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۳/۰۶/۲۰

نام نویسنده مسئول: قنبر آذرnia

نشانی نویسنده مسئول: تبریز - دانشگاه تبریز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

۱- مقدمه

شبکه‌های حسگری بی‌سیم به‌عنوان یکی از مهم‌ترین فناوری‌های قرن بیست‌ویکم محسوب می‌شوند، که توجه زیادی را در سراسر دنیا از طرف دانشگاه و صنعت به خود جلب کرده‌اند، به‌نحوی که تعداد زیادی از فعالیت‌های تحقیقاتی را به خود اختصاص داده‌اند. امروزه شاهد استفاده از شبکه‌های حسگری بی‌سیم در کاربردهای متنوعی هستیم. مواردی از قبیل نظارت محیطی، مکان‌یابی، تخمین طیف توان و ردگیری هدف نمونه‌هایی از این کاربردها می‌باشند [۱]. با توجه به اهمیت ذخیره انرژی در شبکه‌های حسگری بی‌سیم، در این شبکه‌ها پردازش‌های توزیع‌شده بیشتر موردتوجه قرار گرفته‌اند. از دیگر سو این یک حقیقت پذیرفته‌شده است که پردازش توزیع‌شده می‌بایست وفقی باشد. چراکه نه‌تنها امکان تغییر در شرایط محیطی بلکه در توپولوژی شبکه نیز وجود دارد. این امر انگیزه‌ای است برای توسعه‌ی شبکه‌های تطبیقی [۲-۱۳]. دو ساختار مناسب که در شبکه‌های تطبیقی به کار می‌رود، ساختار افزایشی [۲-۳] و نفوذی [۴-۵] می‌باشند، که از نقطه‌نظر الگوریتم‌های حداقل میانگین مربعات [۲، ۴] و حداقل مربعات بازگشتی [۳، ۵] موردتوجه قرار گرفته‌اند. مشارکت افزایشی مبتنی بر مسیر بسته شامل تمام گره‌های شبکه است. ایجاد چنین مسیری در حالت کلی ساده نبوده و NP-hard problem به شمار می‌رود. الگوریتم ارائه‌شده در [۶] نیاز به چنین مسیر بسته‌ای را با تعریف یک مشارکت تصادفی مرتفع ساخته، و درعین‌حال عملکرد میانگین مربع یکسانی را حفظ نموده است. در مشارکت نفوذی اطلاعات به‌صورت محلی در گره‌ها پردازش شده و سپس در بین تمام همسایگانی که توسط توپولوژی شبکه دیکته می‌گردد، پخش می‌شود. این نوع مشارکت به مسیر بسته‌ای که شامل تمام گره‌ها باشد نیاز ندارد. اما با همه‌ی این تفاسیل، عیب عمده‌ی مشارکت نفوذی نیاز به ارتباطات بیشتر بین گره‌ها است. به‌منظور ذخیره انرژی و منابع ارتباطی، در [۷] یک الگوریتم نفوذی احتمالی ارائه شده است، که به گره‌ها این اجازه را می‌دهد تنها با یک زیرمجموعه از همسایگان خود که به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شوند مشارکت داشته باشند. در [۸] به جای انتخاب تصادفی، تکنیکی پویا پیشنهاد شده است، که گره‌ها را قادر می‌سازد از میان همسایگان خود آن‌هایی را انتخاب کنند که به عملکرد حالت دائم بهتری منجر می‌گردند. اگر شبکه‌های وفقی را از نقطه‌نظر فیلترهای وفقی به‌کاررفته در هر گره موردتوجه قرار دهیم، کاملاً روشن است که الگوریتم حداقل میانگین مربعات [۲، ۴] دارای پیچیدگی محاسباتی پایین، عملکرد مقاومتی و ردگیری مناسب است. باین‌حال، این الگوریتم از همگرایی کند اولیه رنج می‌برد. از دیگر سو، الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی [۳، ۵] گرچه همگرایی سریعی دارد، اما عده عیب آن پیچیدگی محاسباتی بالای آن است که این امر برای شبکه‌های حسگری بی‌سیم که در آن‌ها ذخیره توان جهت دوام حیات شبکه ضروری است، مناسب نخواهد بود. ازجمله موارد دیگری که در شبکه‌های حسگری بی‌سیم به آن پرداخته شود، مسئله نویز لینک‌ها

است [۹-۱۳]. همان‌طور که انتظار می‌رود نویزی بودن لینک‌ها به‌شدت بر عملکرد این شبکه‌ها تأثیر می‌گذارد [۹-۱۰]. به‌منظور بهبود عملکرد شبکه‌های تطبیقی با لینک‌های نویزی در [۱۱] راهکار تقویت اطلاعات در هر گره قبل از ارسال آن‌ها به گره بعدی پیشنهاد گردیده است. با این شیوه به هزینه‌ی افزایش توان مصرفی کارایی شبکه افزایش می‌یابد اما این امر خود منجر به کاهش طول عمر شبکه خواهد گردید. در [۱۲] با بهره‌گیری از پردازش بلوکی اطلاعات، میزان مبادلات بین گره‌ها و در نتیجه اثرات لینک‌های نویزی کاهش یافته است. در مقایسه با الگوریتم حداقل میانگین مربعات افزایشی معمول، در این الگوریتم به جای r مرتبه تبادل اطلاعات، تنها یک‌بار این تبادل انجام می‌گیرد، که این امر سبب کاهش اثرات لینک‌های نویزی می‌گردد. باین‌حال میزان محاسبات در این الگوریتم در مقایسه با الگوریتم حداقل میانگین مربعات افزایشی معمول بیشتر است. با توجه به اینکه در شیوه‌های غیرمشارکتی، تبادل اطلاعاتی بین گره‌ها انجام نمی‌گیرد، لذا عملکرد این روش‌ها از لینک‌های نویزی تأثیر نمی‌پذیرد. در عوض این طرح‌ها از دایورسیتی فضایی بهره نمی‌گیرند. بر این اساس در [۱۳] با بهره‌گیری از هر دو طرح مشارکتی و غیرمشارکتی الگوریتمی ارائه شده است که در عین دارا بودن مزیت مشارکت گره‌ها، اثرات لینک‌های نویزی را نیز کاهش می‌دهد.

همان‌طور که بیان شد، الگوریتم حداقل میانگین مربعات توزیع‌شده افزایشی، دارای پیچیدگی محاسباتی پایینی بوده و به کمترین میزان ارتباطات و توان نیازمند است. بنابراین، این الگوریتم برای پیاده‌سازی در شبکه‌های تطبیقی بسیار مناسب است. باین‌وجود این الگوریتم با مشکل همگرایی کند اولیه، به‌عنوان نتیجه‌ای از به‌کارگیری الگوریتم حداقل میانگین مربعات مواجه است. اگرچه، همان‌طور که اشاره شد، استفاده از الگوریتم حداقل مربعات بازگشتی این همگرایی را تسریع می‌بخشد، باین‌حال این الگوریتم دارای پیچیدگی محاسباتی بالایی است. بر این اساس در این مقاله، الگوریتم طول متغیری به‌منظور افزایش همگرایی در شبکه‌های تطبیقی افزایشی ارائه می‌شود. اگرچه مفهوم طول متغیر می‌تواند در شرایطی که طول فیلتر مجهول یا حتی متغیر با زمان است از نقطه‌نظر تطبیق ساختار نیز موردتوجه قرار گیرد [۱۴-۱۶]، اما در اینجا از مفهوم طول متغیر، از نقطه‌نظر افزایش نرخ همگرایی در محیط‌هایی که طول سیستم معلوم است، بهره گرفته شده است. در اینجا طول فیلتر به‌منظور افزایش نرخ همگرایی تغییر می‌یابد. بدین‌صورت که در ابتدا یک طول کوچک برای فیلتر لحاظ می‌گردد، تا نرخ همگرایی اولیه‌ی بالایی داشته باشد و به‌تدریج در طی مراحل تکرار، طول فیلتر افزایش می‌یابد تا عملکرد حالت دائم مطلوبی حاصل آید. اگرچه الگوریتم‌های با ضریب گام متغیر نیز به‌منظور افزایش نرخ همگرایی پیشنهاد شده‌اند، اما در این دسته از الگوریتم‌ها می‌بایست در کنار تطبیق طول، در هر گره تطبیق ضریب گام نیز انجام گیرد. این امر بار محاسباتی اضافی‌تری برای هر گره می‌طلبد که برای شبکه‌ای از حسگرها با محدودیت انرژی قدری

مجهول w^o با بعد $L \times 1$ در هر گره با استفاده از اطلاعات موجود در تمام گره‌های شبکه است. برای این منظور، فرض می‌شود که در هر لحظه از زمان $i > 0$ گره $k \in \mathbb{N}$ اطلاعاتی به صورت $\{d_k(i), \mathbf{u}_{k,i}\}$ در اختیار دارد، که در آن $d_k(i)$ کمیت اسکالر اندازه‌گیری شده توسط گره بوده و $\mathbf{u}_{k,i}$ بردار رگرسیون $1 \times L$ است. این کمیت‌ها توسط رابطه‌ی زیر به بردار w^o مرتبط می‌شوند:

$$d_k(i) = \mathbf{u}_{k,i} w^o + v_k(i) \quad (1)$$

که در آن $v_k(i)$ مؤلفه‌ی نویز مشاهده است که به صورت یک متغیر تصادفی گوسی با میانگین صفر و واریانس $\sigma_{v,k}^2$ در نظر گرفته می‌شود. از نظر ریاضی می‌توان کمیت‌های $\{d_k(i), \mathbf{u}_{k,i}\}$ را تحقق‌های زمانی از فرآیندهای تصادفی میانگین صفر ایستاد به مفهوم وسیع $\{d_k, \mathbf{u}_k\}$ فرض کرد. حال با توجه به اینکه برای به دست آوردن تخمین w^o به اطلاعات موجود در تمام گره‌ها نیاز داریم، این اطلاعات را به صورت زیر در دو ماتریس گردآوری می‌کنیم:

$$\mathbf{U} \triangleq \text{col}\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N\}, \quad (N \times L) \quad (2)$$

$$\mathbf{d} \triangleq \text{col}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}, \quad (N \times 1) \quad (3)$$

که در آن $\text{col}\{\cdot\}$ نشان‌دهنده‌ی یک بردار ستونی است. با در نظر گرفتن معیار میانگین مربعات خطا، هدف تخمین بردار w با مرتبه‌ی $L \times 1$ به نحوی است که:

$$\arg \min_w J(w) \quad (4)$$

که در آن تابع ارزشی $J(w)$ بیان‌گر میانگین مربعات خطا است:

$$J(w) = E\{\|\mathbf{d} - \mathbf{U}w\|^2\} \quad (5)$$

که در آن $E\{\cdot\}$ نشان‌دهنده‌ی میانگین آماری بوده و $\|\cdot\|$ بیانگر نرم اقلیدسی است. جواب بهینه‌ی مسئله‌ی (۴) همان پارامتر موردنظر، یعنی w^o بوده و می‌تواند برحسب آمارگان مربوط به $\mathbf{U}$ و $\mathbf{d}$ به صورت زیر بیان گردد [۲]:

$$w^o = \mathbf{R}_u^{-1} r_{du} \quad (6)$$

که در آن:

$$\mathbf{R}_u = E\{\mathbf{U}^* \mathbf{U}\} = \sum_{k=1}^N \mathbf{R}_{u,k} = \sum_{k=1}^N E\{\mathbf{u}_k^* \mathbf{u}_k\} \quad (7)$$

$$r_{du} = E\{\mathbf{U}^* \mathbf{d}\} = \sum_{k=1}^N r_{du,k} = \sum_{k=1}^N E\{d_k \mathbf{u}_k^*\} \quad (8)$$

که در آن $*$ نشان‌دهنده‌ی عملگر هرمیتین است. هدف آن است که تمام گره‌ها به پاسخ بهینه‌ی داده‌شده توسط رابطه‌ی (۶) دست یابند. این موضوع مستلزم در دسترس بودن اطلاعات آماری $\{r_{du,k}, \mathbf{R}_{u,k}\}$ در تمام گره‌های موجود در شبکه است. در عمل چنین اطلاعاتی یا در دسترس نیست و یا حتی در صورت در دسترس بودن نیازمند به تبادل گسترده اطلاعات مابین گره‌های شبکه است. در [۲] استراتژی حداقل میانگین مربعات توزیع‌شده افزایشی و یا به اختصار الگوریتم DILMS^۱ به منظور حل تطبیقی و توزیع‌شده‌ی مسئله‌ی بهینه‌سازی (۴) معرفی شده است:

$$\psi_k^{(i)} = \psi_{k-1}^{(i)} + \mu_k \mathbf{u}_{k,i}^* [d_k(i) - \mathbf{u}_{k,i} \psi_{k-1}^{(i)}] \quad (9)$$

تأمل برانگیز است. الگوریتم‌هایی با پیچیدگی محاسباتی کمتری نیز در [۱۷] مطرح گردیده‌اند. در این الگوریتم‌ها، از یک طرف مصالحه‌ای بین کاهش نرخ همگرایی و کاهش پیچیدگی محاسباتی انجام می‌گیرد، و از طرف دیگر کاهش پیچیدگی محاسباتی با کاهش کران پایداری همراه است. به عبارتی عملکرد مناسب این الگوریتم‌ها هنوز به آن میزان پیچیدگی محاسباتی نیاز دارند که نتوانند محبوبیت الگوریتم حداقل میانگین مربعات توزیع‌شده افزایشی را به دست آورند. ما با توجه به ماهیت شبکه‌های حسگری بی‌سیم، الگوریتم طول متغیری بر اساس تقسیم‌بندی شبکه به چندین زیرشبکه پیشنهاد می‌کنیم که به سادگی الگوریتم حداقل میانگین مربعات توزیع‌شده افزایشی بوده، اما با این حال نه تنها نرخ همگرایی بهتری نسبت به آن دارد بلکه تا تکرارهای از پیش تعیین‌شده‌ای به محاسبات کمتری نسبت به الگوریتم حداقل میانگین مربعات توزیع‌شده افزایشی نیاز خواهد داشت. شاید از مفهوم تقسیم‌بندی شبکه به چندین زیرشبکه به عنوان دلیلی بر پیچیدگی الگوریتم پیشنهادی نتیجه گردد، اما با توجه به ساختار افزایشی شبکه‌ی حسگری، این تقسیم‌بندی با تعریف یک شمارنده‌ی هوپ در سرآیند بسته‌هایی که بین گره‌ها مبادله می‌گردد به سادگی امکان‌پذیر است.

همچنین به منظور لحاظ نمودن یک شرایط واقعی‌تر، لینک‌های بین گره‌ها را نویزی فرض می‌کنیم. نخست ما الگوریتم طول متغیر پیشنهادی را در چهارچوب شبکه‌های تطبیقی افزایشی با لینک‌های ایده‌آل بیان می‌کنیم. این امر کمک می‌کند تا بدون دخالت تأثیرات نویز لینک‌ها، بتوان الگوریتم پیشنهادی را از نظر بهبود در همگرایی با الگوریتم حداقل میانگین مربعات توزیع‌شده افزایشی معمول مقایسه نمود. در ادامه نشان داده می‌شود که با لحاظ کردن لینک‌های نویزی عملکرد این الگوریتم به شدت کاهش می‌یابد. به این ترتیب الگوریتم پیشنهادی را برای رفع این مشکل ارتقا می‌دهیم. بدین منظور، نخست ما الگوریتمی برای کاهش اثرات لینک‌های نویزی در حالت طول ثابت ارائه می‌دهیم. دلیل چنین کاری (بیان الگوریتم پیشنهادی در قالب یک الگوریتم طول ثابت) آن است که، بتوانیم الگوریتم پیشنهادی را با نمونه‌های موجود قبلی [۱۲، ۱۳] مقایسه کرده و کارایی بهتر آن در کاهش اثرات لینک‌های نویزی را در مقایسه با الگوریتم‌های موجود نشان دهیم. نهایتاً این الگوریتم پیشنهادشده برای بهبود عملکرد لینک‌های نویزی را در چهارچوب طول متغیر بیان می‌کنیم. نشان داده می‌شود که الگوریتم حاصل منجر به افزایش نرخ همگرایی (به عنوان نتیجه‌ای از متغیر بودن طول)، و بهبود عملکرد حالت دائم (فراهم‌شده از تخفیف اثرات لینک‌های نویزی) می‌گردد.

۲- الگوریتم حداقل میانگین مربعات افزایشی

شبکه‌ای متشکل از N گره را در نظر می‌گیریم. فرض می‌شود مجموعه‌ی $N = \{1, 2, \dots, N\}$ معرف گره‌های موجود در این شبکه باشد. هدف از به کارگیری این شبکه به دست آوردن تخمینی از بردار پارامتر

از $\bar{\psi}_{k-1}^{(i)}$ مستقل است. با توجه به رابطه‌ی (۱۲) برای تضمین همگرایی در میانگین الگوریتم DILMS باید شرط ذیل برای ضریب گام در هر گره برقرار باشد [۱۸]:

$$0 < \mu_k < \frac{2}{\lambda_{\max,k}} \quad (۱۳)$$

که در آن $\lambda_{\max,k}$ بزرگ‌ترین مقدار ویژه‌ی ماتریس خودهمبستگی $R_{u,k}$ است. با توجه به این رابطه برای یک ضریب گام بزرگ‌تر احتمال ناپایداری و عدم همگرایی الگوریتم وجود دارد. از طرفی با یک ضریب گام کوچک‌تر، گام‌های برداشته‌شده در جهت عکس بردار گرادینت کوچک‌تر خواهند شد و بنابراین سرعت همگرایی کاهش خواهد یافت. در کاربردهای نوعی الگوریتم DILMS، اطلاعاتی در رابطه با $\lambda_{\max,k}$ در دسترس نیست. برای غلبه بر این مشکل عملی، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس $R_{u,k}$ می‌تواند به‌عنوان تخمین محافظه‌کارانه‌ای برای $\lambda_{\max,k}$ به کار رود [۱۸]:

$$0 < \mu_k < \frac{2}{tr[R_{u,k}]} = \frac{2}{L \times \sigma_{u,k}^2} \quad (۱۴)$$

که در آن منظور از $tr[R_{u,k}]$ مجموع درایه‌های واقع در قطر اصلی ماتریس $R_{u,k}$ است. در رابطه‌ی (۱۴) تساوی $tr[R_{u,k}] = L \times \sigma_{u,k}^2$ از این حقیقت ناشی شده است که درایه‌های قطر اصلی ماتریس با بعد $R_{u,k} \in L \times L$ همگی باهم برابر می‌باشند، که این مقدار یکسان برای درایه‌های واقع در قطر اصلی را با $\sigma_{u,k}^2$ نشان داده‌ایم. مطابق رابطه (۱۴)، با کاهش طول فیلتر L ، مرز پایداری ضریب گام افزایش می‌یابد، لذا یک طول فیلتر کوچک‌تر امکان استفاده از ضریب گام بزرگ‌تر و در نتیجه افزایش نرخ همگرایی را فراهم می‌آورد. این نتیجه شاید انگیزه‌ای باشد برای استفاده از طول فیلتر کوچک‌تر جهت افزایش نرخ همگرایی، یعنی برای فیلتر وفقی به کار گرفته‌شده جهت شناسایی یک سیستم مجهول به طول L ، به جای L ضریب، $M < L$ ضریب لحاظ کنیم، تا بتوان از ضریب گام بزرگ‌تر و در نتیجه از نرخ همگرایی سریع‌تر بهره گرفت. درست است که با چنین کاری نرخ همگرایی اولیه ارتقا می‌یابد، اما یک طول فیلتر ناقص منجر به خطای حالت دائم بزرگ‌تری خواهد شد. بنابراین در اینجا با دو مسئله‌ی متضاد روبرو هستیم. نخست علاقه‌مند به استفاده از طول کوچک‌تر جهت دستیابی به نرخ همگرایی سریع هستیم، و دوم، علاقه‌مند به داشتن طول فیلتری برابر با طول سیستم مجهول هستیم تا عملکرد حالت دائم مناسبی حاصل شود. به‌منظور حل این تناقض کافی است مسئله‌ی مربوط به نرخ همگرایی را که یک پدیده‌ی گذرا است از مسئله‌ی مربوط به حالت دائم جدا کنیم. با این کار تضاد مطرح‌شده‌ی قبلی دیگر ظاهر نخواهد شد. یعنی این بار مسئله به این صورت اصلاح می‌گردد، که در آغاز عمل فیلترینگ علاقه‌مند به طول فیلتر کوچک‌تری هستیم تا نرخ همگرایی سریع‌تری داشته باشیم، و در مراحل انتهایی فیلترینگ، علاقه‌مندیم که طول فیلتر با طول سیستم مجهول برابر باشد تا عملکرد حالت دائم خوبی حاصل آید. به این ترتیب ایده‌ی طول فیلتر متغیر مطرح می‌گردد. یعنی از یک فیلتر با طول

که در آن بردار $\bar{\psi}_k^{(i)}$ تخمین محلی از پارامتر مجهول w^o در گره k و در لحظه‌ی i بوده و μ_k ضریب گام تطبیق مربوط به گره k است. در هر لحظه‌ی i ، گره k از تحققات دینای محلی $\{d_k(i), u_{k,i}\}$ خود و تخمین وزن $\bar{\psi}_{k-1}^{(i)}$ دریافت شده از گره مجاورش به‌منظور به‌هنگام‌رسانی تخمین وزن $\bar{\psi}_k^{(i)}$ خود استفاده کرده و سپس تخمین وزن به‌هنگام‌شده را به گره همسایه‌ی $k+1$ ارسال می‌کند. در انتهای لحظه‌ی i ، $\bar{\psi}_N^{(i)}$ به‌عنوان شرط اولیه برای لحظه زمانی بعدی در گره $k=1$ به کار می‌رود.

در حضور لینک‌های نویزی، رابطه‌ی به‌هنگام‌رسانی (۹) به‌صورت زیر خواهد بود [۹]:

$$\bar{\psi}_k^{(i)} = \bar{\psi}_{k-1}^{(i)} + q_{k,i} + \mu_k u_{k,i}^* [d_k(i) - u_{k,i} (\bar{\psi}_{k-1}^{(i)} + q_{k,i})] \quad (۱۰)$$

که در آن $q_{k,i}$ مؤلفه‌ی نویز جمع‌شونده مربوط به لینک بین گره‌های k و $k-1$ است. فرض می‌گردد که $q_{k,i}$ از تحقق زمانی فرآیند تصادفی ایستاد به مفهوم وسیع q_k با میانگین صفر و ماتریس کوواریانس Q_k حاصل شده است. باید به این نکته توجه کرد که در یک شبکه‌ی تطبیقی افزایشی با N گره، در صورت تکرار الگوریتم به تعداد m مرتبه، به تعداد Nm مرتبه تبادل اطلاعات بین گره‌ها صورت گرفته و به همین تعداد لینک‌های نویزی در این تبادلات اثر می‌گذارد.

۳- الگوریتم طول متغیر پیشنهادی برای شبکه‌های تطبیقی با لینک‌های ایده‌آل

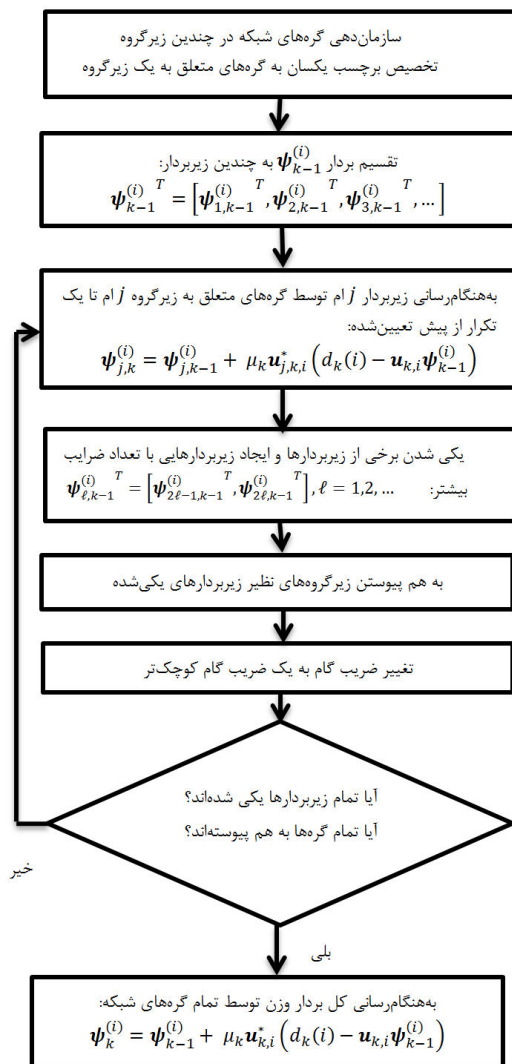
در این بخش موقتاً فرض می‌کنیم که لینک‌های بین گره‌ها ایده‌آل باشند. این امر بدان دلیل است که بتوان بدون دخالت تأثیرات نویز لینک‌ها، الگوریتم طول متغیر پیشنهادی را از نظر بهبود در نرخ همگرایی با الگوریتم DILMS معمول مقایسه نمود. قصد داریم الگوریتم طول متغیری به‌منظور ارتقای نرخ همگرایی و در عین حال عملکرد حالت دائم مطلوب ارائه دهیم. برای این منظور، از جایگذاری (۹) در (۱) و تفریق w^o از طرفین رابطه‌ی حاصل، خواهیم داشت:

$$\bar{\psi}_k^{(i)} - \bar{\psi}_{k-1}^{(i)} = \mu_k u_{k,i}^* u_{k,i} \bar{\psi}_{k-1}^{(i)} - \mu_k u_{k,i}^* v_k(i) \quad (۱۱)$$

که در آن $\bar{\psi}_k^{(i)} - \bar{\psi}_{k-1}^{(i)}$ بردار خطای وزن گره k در لحظه‌ی i است. با میانگین‌گیری آماری از طرفین رابطه‌ی (۱۱) داریم:

$$E\{\bar{\psi}_k^{(i)}\} = (I - \mu_k R_{u,k}) E\{\bar{\psi}_{k-1}^{(i)}\} \quad (۱۲)$$

که در آن $R_{u,k} = E\{u_{k,i}^* u_{k,i}\}$ ماتریس خودهمبستگی بردار رگرسیون گره k است. برای محاسبه‌ی این میانگین از فرضیات استقلال متداول استفاده شده است. فرض شده است که $v_k(i)$ به ازای تمام مقادیر ℓ و j از $u_{\ell,j}$ مستقل است. همچنین، فرض شده است که $u_{k,i}$ به ازای $k \neq \ell$ مستقل از $u_{\ell,i}$ بوده و به ازای $i \neq j$ مستقل از $u_{k,j}$ است. با این فرض و با توجه به اینکه $\bar{\psi}_{k-1}^{(i)}$ تنها به بردارهای رگرسیون گره $k-1$ و گره‌های قبلی آن در تکرار فعلی و بردارهای رگرسیون تکرارهای قبل وابسته است نتیجه می‌شود که $u_{k,i}$ از $\bar{\psi}_{k-1}^{(i)}$ و در نتیجه



شکل (۱): مراحل مختلف اجرای الگوریتم پیشنهادی

در الگوریتم پیشنهادی برای شبکه‌ای با توپولوژی افزایشی متشکل از N گره، فرآیند به‌هنگام‌رسانی در چندین مرحله به‌صورت زیر انجام می‌شود:

مرحله اول: در مرحله نخست، گره‌های این شبکه در K_1 زیرگروه سازمان‌دهی می‌گردند (لزوماً این زیرگروه‌ها تعداد گره‌های یکسانی ندارند). به تمام گره‌های متعلق به یک زیرگروه برچسب یکسانی اختصاص داده می‌شود (تمام گره‌ها در زیرگروه ℓ ام برچسب یکسان ℓ را دارند). همچنین در این مرحله، بردار وزن به طول L به K_1 زیربردار تقسیم می‌شود (لزوماً این زیربردارها هم‌طول نمی‌باشند):

$$\psi_{k-1}^{(i)T} = [\psi_{1,k-1}^{(i)T}, \psi_{2,k-1}^{(i)T}, \dots, \psi_{K_1,k-1}^{(i)T}] \quad (15)$$

که در آن T عملگر ترانپوز است. سپس هر گره در زیرگروه ℓ ام با $\ell = 1, \dots, K_1$ زیربردار ℓ ام $\psi_{\ell,k-1}^{(i)}$ را با یک ضریب گام بزرگ‌تر (μ_1) به‌هنگام می‌کند.

$$\psi_{\ell,k}^{(i)} = \psi_{\ell,k-1}^{(i)} + \mu_1 u_{\ell,k,i}^* [d_k(i) - u_{k,i} \psi_{k-1}^{(i)}] \quad (16)$$

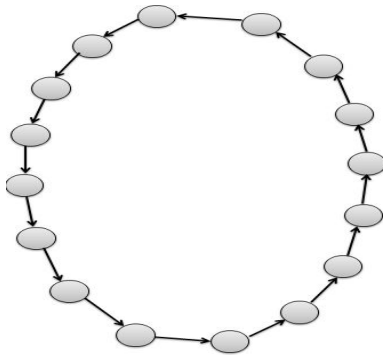
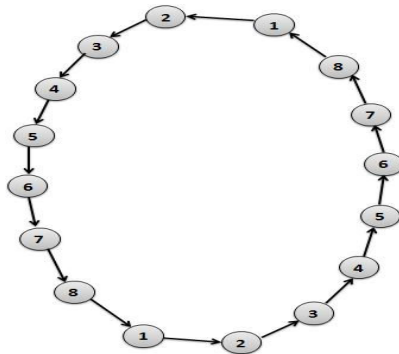
کوچک‌تر شروع کرده و به‌تدریج در طی مراحل تکرار، این طول را به سمت طول واقعی سیستم افزایش دهیم. با این کار هم نرخ همگرایی سریع و هم عملکرد حالت دائم مطلوب حاصل می‌گردد.

با توجه به مطالب بیان‌شده، می‌توان در یک شبکه‌ی تطبیقی افزایشی بهره‌گیرنده از فیلتر LMS، برای هر گره فیلتری با طول متغیر در نظر گرفت. فیلتری که طول آن از یک مقدار اولیه‌ای به سمت طول واقعی سیستم تغییر می‌کند. با این کار تا یک تکرار از پیش‌تعیین‌شده‌ی I_1 ، تعداد M_1 ضریب نخست فیلتر در هر گره به‌هنگام می‌گردد، و از لحظه‌ی $I_1 + 1$ تا تکرار از پیش‌تعیین‌شده‌ی دیگری مانند I_2 با تغییر طول فیلتر به $M_1 + M_2$ ، در هر گره افزون بر M_1 ضریب نخست، M_2 ضریب دوم نیز به‌هنگام می‌شود. این فرآیند تا حصول فیلتر طول کامل ادامه می‌یابد.

حال در شیوه‌ی پیشنهادشده‌ی ابتدایی، اصلاح دیگری اعمال می‌کنیم. به‌جای آنکه تا لحظه‌ی I_1 هر گره تنها M_1 ضریب نخست را به‌هنگام نکرده و به‌منظور به‌هنگام‌رسانی ضرایب بعدی منتظر تکرارهای آینده باشد. اجازه داده شود که برخی گره‌ها M_1 ضریب نخست، برخی دیگر M_2 ضریب بعدی، برخی M_3 ضریب بعدی و ... را هم‌زمان به‌هنگام نمایند. با این کار در هر لحظه تمام ضرایب فیلتر به‌هنگام می‌گردند و دیگر برای به‌هنگام‌رسانی قسمتی از ضرایب منتظر تکرارهای از پیش‌تعیین‌شده‌ای مانند I_1 ، I_2 و ... نخواهیم بود. اما این بار به‌هنگام‌رسانی تمام ضرایب در هر گره صورت نمی‌گیرد. بلکه هر گره مسئولیت به‌هنگام‌رسانی بخشی از ضرایب را بر عهده دارد. به‌عبارت دیگر، هر گره به فیلتری با طول کوچک مجهز شده است تا بتواند نرخ همگرایی سریعی داشته باشد. اما مشکلی که اینجا مطرح است، آن است که اگر این امر تا آخر ادامه یابد، دوباره عملکرد حالت دائم مطلوبی فراهم نخواهد آمد. چراکه، گرچه کل ضرایب فیلتر به‌هنگام می‌گردند اما هر گره خود طول فیلتر ناقصی دارد. جهت رفع این مشکل پیشنهاد می‌شود که در یک تکرار از پیش‌تعیین‌شده‌ای، برخی از بخش‌های تقسیم‌شده‌ی فیلتر و متعاقباً گره‌هایی از شبکه که این بخش‌ها را به‌هنگام می‌نمایند، یکی شده و قطعات جدیدی از ضرایب را که از هر قسمت قبلی بزرگ‌ترند به‌هنگام نمایند. مجدداً در لحظات از پیش‌تعیین‌شده‌ی دیگری این فرآیند تکرار گردد تا درنهایت کل ضرایب فیلتر در هر گره به‌هنگام شوند. با این کار در کنار همگرایی سریع اولیه، عملکرد حالت دائم مطلوبی فراهم خواهد آمد.

۳-۱- بیان الگوریتم پیشنهادی

در اینجا با توجه به مطالب بیان‌شده در بخش قبل به ارائه الگوریتم موردنظر می‌پردازیم. مراحل مختلف اجرای الگوریتم پیشنهادی در شکل (۱) نشان داده شده است.

شکل (۲): شبکه‌ی افزایشی با $N = 16$ گرهشکل (۳): سازمان‌دهی شبکه قبل از تکرار I_1

حال هر گره متعلق به زیرگروه z ام، زیربردار z ام $\psi_{j,k-1}^{(i)}$ را با ضریب گام μ_1 به صورت زیر به‌هنگام می‌نماید:

$$\psi_{j,k}^{(i)} = \psi_{j,k-1}^{(i)} + \mu_1 u_{j,k,i}^* [d_k(i) - u_{k,i} \psi_{k-1}^{(i)}] \quad (22)$$

در این رابطه‌ی به‌هنگام‌رسانی، وجود چهار بردار جلب توجه می‌کند. بردار $\psi_{j,k-1}^{(i)}$ که همان زیربردار z ام است. بردار $u_{j,k,i}^*$ که در حقیقت درایه‌هایی از بردار $u_{k,i}^*$ را شامل می‌گردد که متناظر با درایه‌های زیربردار $\psi_{j,k-1}^{(i)}$ می‌باشند. اما به جز این دو بردار، وجود دو بردار $u_{k,i}$ و $\psi_{k-1}^{(i)}$ تعجب‌برانگیز است. در توجیه استفاده از این دو بردار، می‌توان گفت مطابق با شکل (۳) برای آنکه زیربردارهای به‌هنگام‌شده بتوانند بین گره‌های عضو در یک زیرگروه دست‌به‌دست شوند، می‌بایست از گره‌های متعلق به زیرگروه‌های دیگر نیز بگذرند. به عبارتی گرچه هر گره تنها بخشی از بردار وزن را به‌هنگام می‌کند، اما کل بردار وزن را از گره قبلی دریافت می‌نماید. حال که این گره به تمام بردار وزن گره قبلی دسترسی دارد منطقی است که در تخمین عبارت خطا یعنی $e_k(i) = d_k(i) - u_{k,i} \psi_{k-1}^{(i)}$ از کل آن به‌جای استفاده از زیربردار نظیر استفاده نماید. این کار منجر به عملکرد بهتری خواهد شد. این امر وجود دو بردار $u_{k,i}$ و $\psi_{k-1}^{(i)}$ را در رابطه‌ی (۲۲) توجیه می‌کند. بعد از I_1 تکرار این مرحله خاتمه می‌یابد.

مرحله دوم: در این مرحله هر دو زیربردار پهلوی پهلوی یکی شده و چهار زیربردار، هر یک به طول چهار ایجاد می‌کنند:

$$\psi_{\ell,k-1}^{(i)T} = [\psi_{2\ell-1,k-1}^{(i)T}, \psi_{2\ell,k-1}^{(i)T}] \quad \ell = 1, \dots, 4 \quad (23)$$

فرآیند به‌هنگام‌رسانی (۱۶) تا تکرار از پیش تعیین‌شده‌ی I_1 ادامه می‌یابد و در تکرار I_1 مرحله‌ی نخست به اتمام می‌رسد.

مرحله‌ی دوم: با اتمام مرحله‌ی اول برخی از زیر بردارهای پهلوی پهلوی یکی شده و K_2 زیربردار جدید $(K_2 < K)$ ، با تعداد ضرایب بیشتر ایجاد می‌کنند:

$$\psi_{\ell,k-1}^{(i)T} = [\psi_{2\ell-1,k-1}^{(i)T}, \psi_{2\ell,k-1}^{(i)T}] \quad \ell = 1, \dots, K_2 \quad (17)$$

در کنار این، زیرگروه‌های نظیر این زیر بردارها نیز یکی شده و K_2 زیرگروه جدید حاصل می‌آید. با تشکیل زیرگروه‌های جدید، گره‌های عضو در آن‌ها برچسب‌های جدیدی اختیار می‌کنند که ممکن است با برچسب‌های قبلی آن‌ها متفاوت باشد. پس از این اصلاح صورت گرفته در ساختار، هر گره در زیرگروه ℓ ام با $\ell = 1, \dots, K_2$ ، زیربردار ℓ ام را با ضریب گام کوچک‌تری از ضریب گام مربوط به مرحله‌ی قبل $(\mu_2 < \mu_1)$ و تا تکرار از پیش تعیین‌شده‌ای مانند I_2 به‌هنگام می‌کند:

$$\psi_{\ell,k}^{(i)} = \psi_{\ell,k-1}^{(i)} + \mu_2 u_{\ell,k,i}^* [d_k(i) - u_{k,i} \psi_{k-1}^{(i)}] \quad (18)$$

در تکرار I_2 مرحله‌ی دوم به اتمام می‌رسد.

با اتمام مرحله‌ی دوم (آغاز مرحله‌ی سوم)، دوباره اصلاحاتی مشابه با اصلاحات صورت گرفته در ابتدای مرحله‌ی دوم انجام پذیرفته و مطابق با آن به‌هنگام‌رسانی‌ها اجرا می‌شوند. این فرآیند همچنان ادامه می‌یابد تا نهایتاً تمام زیر بردارها در یک بردار به طول L یکی شده و تمام گره‌ها در یک گروه به هم پیوندند، و هر گره‌ی از شبکه کل بردار را با یک ضریب گام کوچک‌تر به‌هنگام نماید:

$$\psi_k^{(i)} = \psi_{k-1}^{(i)} + \mu_k u_{k,i}^* [d_k(i) - u_{k,i} \psi_{k-1}^{(i)}] \quad (19)$$

چندین استراتژی برای تقسیم‌بندی و تزویج زیرگروه‌ها و زیربردارها می‌توان در نظر گرفت. در اینجا یکی از این استراتژی‌ها با مثالی بیان می‌شود. بدین منظور شبکه‌ای با $N=16$ گره را در نظر می‌گیریم (شکل (۲۲)) که برای تخمین بردار مجهول w^0 با طول $L=16$ پیاده‌سازی شده است. جهت تخمین این بردار مراحل زیر در این شبکه اجرا می‌گردند:

مرحله‌ی اول: مطابق با شکل (۳) این شبکه به هشت زیرگروه تقسیم می‌شود و به گره‌های متعلق به هر زیرگروه برچسب یکسان ℓ ، که $\ell = 1, \dots, 8$ تخصیص داده می‌شود. مثلاً گره‌های با برچسب I متعلق به زیرگروه I می‌باشند. همچنین، بردار ضرایب فیلتر را به هشت زیربردار تقسیم می‌کنیم:

$$\psi_{k-1}^{(i)T} = [\psi_{1,k-1}^{(i)T}, \psi_{2,k-1}^{(i)T}, \dots, \psi_{8,k-1}^{(i)T}] \quad (20)$$

هر زیر بردار $\psi_{\ell,k-1}^{(i)}$ در (۲۰) دارای دو ضریب است:

$$\psi_{\ell,k-1}^{(i)} = [\psi_{k-1}^{(i)}(2\ell-1), \psi_{k-1}^{(i)}(2\ell)]^T, \quad \ell = 1, \dots, 8 \quad (21)$$

که در آن منظور از $\psi_{k-1}^{(i)}(j)$ ، z امین درایه‌ی بردار $\psi_{k-1}^{(i)}$ است.

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، در الگوریتم پیشنهادی میزان محاسبات کاهش یافته است، چراکه هر گره به‌جای به‌هنگام‌رسانی برداری به طول ۱۶، تا تکرار I_1 برداری به طول ۲، از تکرار I_1 تا تکرار I_2 برداری به طول ۴ و از تکرار I_2 تا تکرار I_3 برداری به طول ۸ را به‌هنگام می‌کند. و فقط از تکرار I_3 به بعد تمام ۱۶ ضریب را در به‌هنگام‌رسانی دخالت می‌دهد. این در حالی است که در الگوریتم DILMS معمول از همان ابتدا تمام ۱۶ ضریب در هر گره به‌هنگام می‌گردند. اما، از نظر میزان تبادل اطلاعات بین گره‌ها، این الگوریتم با الگوریتم DILMS معمول تفاوتی نکرده است.

نکته دیگری که می‌بایست به آن توجه نمود نحوه تقسیم‌بندی شبکه به چندین زیرشبکه است. برای این تقسیم‌بندی با توجه به توپولوژی شبکه و نوع الگوریتم مسیریابی می‌توان شیوه‌های بسیاری را در نظر گرفت. در اینجا یکی از این شیوه‌ها را با ایده گرفتن از الگوریتم مسیریابی سیل آسان بیان می‌کنیم. پیشنهاد می‌کنیم که در قسمت سرآیند^۲ بسته‌هایی که بین گره‌های سنسوری مبادله می‌گردد، یک شمارنده‌ی هوپ^۵ قرار گیرد. این شمارنده‌ی هوپ در گره آغازگر برابر ۸ قرار داده می‌شود. و در هر بار ارسال بسته یک واحد از آن کاسته می‌گردد. هر گره‌ی که یک بسته با شمارنده‌ی هوپ صفر دریافت کند آن را دوباره به ۸ reset می‌کند. تمام گره‌هایی که بسته با شمارنده‌ی هوپ ۸ دریافت می‌کنند، متعلق به زیر شبکه ۱، گره‌های با شمارنده‌ی هوپ ۷ متعلق به زیر گروه ۲، ... و نهایتاً گره‌های با شمارنده‌ی هوپ ۱ متعلق به زیر گروه ۸ هستند. به این ترتیب زیر شبکه شکل (۳) ایجاد می‌گردد. در تکرار از پیش تعیین‌شده I_1 ، کافی است ماکزیمم مقدار شمارنده‌ی هوپ به ۴ تنظیم گردد و هر گره‌ی که یک بسته با شمارنده‌ی هوپ صفر دریافت کند آن را به ۴ reset نماید. حال تمام گره‌هایی که بسته با شمارنده‌ی هوپ ۴ دریافت می‌کنند، متعلق به زیر شبکه ۱، گره‌های با شمارنده‌ی هوپ ۳ متعلق به زیر گروه ۲، ... و نهایتاً گره‌های با شمارنده‌ی هوپ ۱ متعلق به زیر شبکه ۴ هستند (شکل (۴)). به همین ترتیب در تکرار از پیش تعیین‌شده I_2 ، کافی است ماکزیمم مقدار شمارنده‌ی هوپ در ۲ تنظیم گردد و هر گره‌ی که یک بسته با شمارنده‌ی هوپ صفر دریافت کند آن را به ۲ reset نماید. حال تمام گره‌هایی که بسته با شمارنده‌ی هوپ ۲ دریافت می‌کنند، متعلق به زیر شبکه ۱ و گره‌های با شمارنده‌ی هوپ ۱ متعلق به زیر گروه ۲ خواهند بود (شکل (۵)). نهایتاً در تکرار از پیش تعیین‌شده I_3 وضعیت به حالت یک شبکه‌ی افزایشی معمولی باز می‌گردد (شکل (۶)).

۳-۲- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش با انجام شبیه‌سازی‌هایی عملکرد الگوریتم پیشنهادی را با الگوریتم DILMS معمول، مورد مقایسه قرار می‌دهیم. بدین منظور شبکه‌ای با $N=16$ گره را در نظر می‌گیریم، که برای تخمین بردار مجهول $w^o = col\{1,1,...,1\} / \sqrt{L}$ با $L=16$ است،

همچنین گره‌های موجود در زیرگروه‌های نظیر این زیر بردارها به هم ملحق شده و زیرگروه‌های بزرگ‌تری مطابق شکل (۴) ایجاد می‌کنند. با این اصلاح صورت‌گرفته در ساختار زیرگروه‌ها و زیربردارها، هر گره در زیرگروه Z_m ، Z_{m-1} زیر بردار را با ضریب μ_m ، که $\mu_2 < \mu_1$ است به‌هنگام می‌نماید:

$$\psi_{j,k}^{(i)} = \psi_{j,k-1}^{(i)} + \mu_2 u_{j,k,i}^* [d_k(i) - u_{k,i} \psi_{k-1}^{(i)}] \quad (24)$$

این مرحله در تکرار I_2 خاتمه می‌یابد.

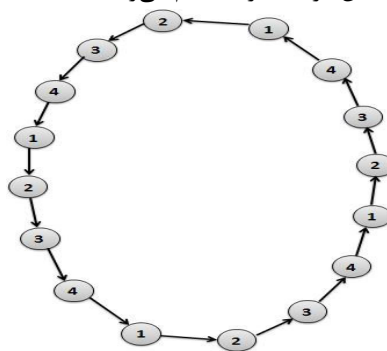
مرحله‌ی سوم: دوباره هر دو زیربردار پهلویه‌پهلوه، به هم ملحق شده و دو زیربردار به طول هشت ایجاد می‌کنند:

$$\psi_{\ell,k-1}^{(i)T} = [\psi_{2\ell-1,k-1}^{(i)T}, \psi_{2\ell,k-1}^{(i)T}] \quad \ell=1,2 \quad (25)$$

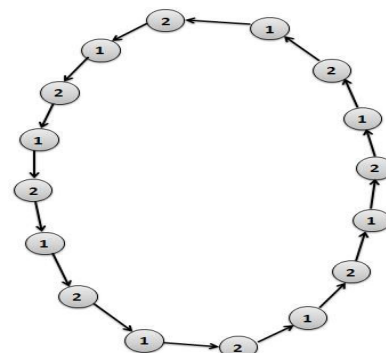
همچنین گره‌های موجود در زیرگروه‌های نظیر این زیربردارها، در زیرگروه‌های جدید بزرگ‌تری مطابق شکل (۵) به هم ملحق می‌گردند. هر گره در زیرگروه Z_m ، Z_{m-1} زیربردار را با ضریب μ_3 ، که $\mu_3 < \mu_2 < \mu_1$ است به‌هنگام می‌نماید:

$$\psi_{j,k}^{(i)} = \psi_{j,k-1}^{(i)} + \mu_3 u_{j,k,i}^* [d_k(i) - u_{k,i} \psi_{k-1}^{(i)}] \quad (26)$$

در تکرار I_3 این مرحله نیز به اتمام می‌رسد.



شکل (۴): سازمان‌دهی شبکه بین تکرارهای I_1 و I_2

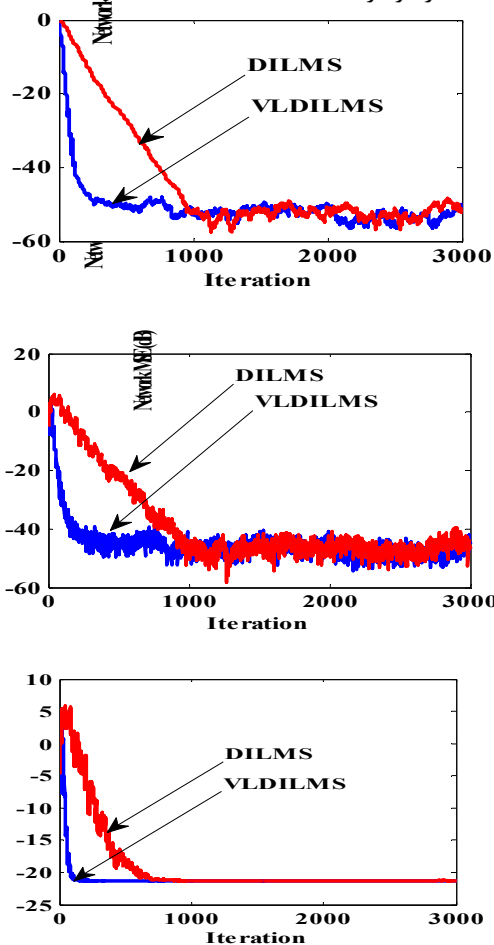


شکل (۵): سازمان‌دهی شبکه بین تکرارهای I_2 و I_3

مرحله چهارم: نهایتاً دو زیربردار یکی شده و بردار طول کاملی ایجاد می‌کنند. همچنین تمام گره‌های شبکه نیز در یک گروه به هم ملحق می‌شوند (شکل (۶)). این بار هر گره کل بردار وزن دریافتی از گره قبل را با ضریب گام کوچک‌تر μ_4 ، که $\mu_4 < \mu_3 < \mu_2 < \mu_1$ و توسط الگوریتم DILMS معمول به‌هنگام می‌نماید:

$$\psi_k^{(i)} = \psi_{k-1}^{(i)} + \mu_4 u_{k,i}^* [d_k(i) - u_{k,i} \psi_{k-1}^{(i)}] \quad (27)$$

میزان محاسبات نیز تا تکرار $I_3 = 120$ کمتر از میزان محاسبات DILMS در هر گره است.

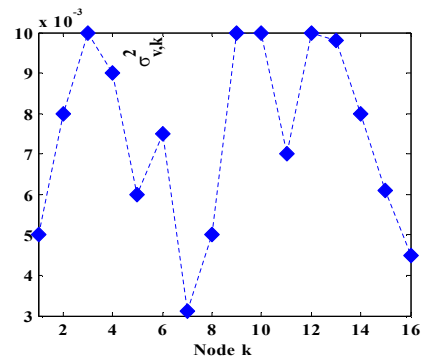


شکل (۷): منحنی‌های آموزش MSD، EMSE و MSE الگوریتم طول متغیر پیشنهادی (VLDILMS) و الگوریتم معمول DILMS

۳-۳- اثرات لینک‌های نویزی

در حضور لینک‌های نویزی، هر گره نسخه‌ی آلوده به نویزی از تخمین‌های محلی همسایگان را دریافت خواهد نمود. لذا در حضور لینک‌های نویزی هم عملکرد الگوریتم DILMS و هم کارایی الگوریتم طول متغیر پیشنهادی در بخش قبل به میزان قابل توجهی کاهش خواهد یافت. این مطلب با یک شبیه‌سازی نشان داده می‌شود. این شبیه‌سازی تنها برای الگوریتم پیشنهادی اجرا شده است. اما، با شبیه‌سازی‌های مشابهی می‌توان نشان داد که کارایی الگوریتم DILMS نیز به شدت از نویز لینک‌ها تأثیر می‌پذیرد. برای اجرای این شبیه‌سازی، همان شرایط شبیه‌سازی بیان شده در بخش قبل را در نظر می‌گیریم، اما این بار لینک بین گره‌ها را نویزی لحاظ کرده و فرض می‌کنیم ماتریس کوواریانس نویز لینک‌ها برابر $\mathbf{Q}_k = 10^{-4} \mathbf{I}$ باشد. در شکل (۸) منحنی آموزشی MSD شبکه برای الگوریتم طول متغیر پیشنهادی در دو حالت مختلف یعنی لینک‌های ایده‌آل و لینک‌های نویزی نشان داده شده است. از این شکل می‌توان ملاحظه نمود که

با همان سازماندهی پیشنهادی بیان شده در بخش قبل پیاده‌سازی شده است. برای تکرارهای از پیش تعیین شده مقادیر $I_1 = 20$ ، $I_2 = 100$ و $I_3 = 120$ و برای ضرایب گام مقادیر $\mu_1 = 0.01$ ، $\mu_2 = 0.007$ ، $\mu_3 = 0.003$ و $\mu_4 = 0.0001$ لحاظ شده است. برای الگوریتم DILMS معمول نیز ضریب گام را برابر $\mu_k = 0.0001$ در نظر گرفته‌ایم، تا سرعت همگرایی هر دو الگوریتم را به ازای خطای حالت دائم یکسان مقایسه کنیم. همچنین در این شبیه‌سازی فرض شده است که بردارهای رگرسیون هر گره به صورت مستقل از سایر گره‌ها از توزیع گاوسی با ماتریس کواریانس $\mathbf{R}_{u,k} = 4\mathbf{I}_L$ انتخاب شده‌اند. لینک بین گره‌ها ایده‌آل فرض گردیده و واریانس نویز مشاهدات مربوط به هر گره در شکل (۶) نشان داده شده است.



شکل (۶): مقادیر واریانس نویز مشاهدات در هر گره

برای ارزیابی الگوریتم پیشنهادی از معیارهای میانگین مربع انحراف یا به اختصار MSD^e ، میانگین مربع خطا یا به اختصار MSE^v و میانگین مربع خطای اضافی یا به اختصار EMSE^a استفاده می‌کنیم؛ این کمیت‌ها برای هر گره به صورت زیر تعریف می‌گردند:

$$\eta_k(i) \triangleq E \left\{ \left\| \mathbf{w}^o - \boldsymbol{\psi}_{k-1}^{(i)} \right\|^2 \right\} \quad (\text{MSD}) \quad (28)$$

$$\zeta_k(i) \triangleq E \left\{ \left\| u_{k,i} \left(\mathbf{w}^o - \boldsymbol{\psi}_{k-1}^{(i)} \right) \right\|^2 \right\} \quad (\text{EMSE}) \quad (29)$$

$$\xi_k(i) = \zeta_k(i) + \sigma_{v,k}^2 \quad (\text{MSE}) \quad (30)$$

با متوسط‌گیری از کمیت‌های فوق در طول N گره، MSE ، MSD و EMSE شبکه حاصل می‌گردد. منحنی‌های آموزش MSE ، MSD و EMSE شبکه برای الگوریتم طول متغیر پیشنهادی یا به اختصار VLDILMS^a و الگوریتم معمول DILMS در شکل (۷) نشان داده شده است. این منحنی‌ها با متوسط‌گیری از نتایج اجرای شبیه‌سازی به تعداد ۱۰۰ مرتبه حاصل شده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد، الگوریتم DILMS بعد از حدود ۱۰۰۰ تکرار به حالت دائم خود رسیده است و حال آنکه الگوریتم پیشنهادی پیرامون تکرار ۲۰۰ همگرا شده است. لذا سرعت همگرایی الگوریتم پیشنهادی به مراتب خیلی بالاتر از همگرایی الگوریتم DILMS است که این نشان از عملکرد بهتر الگوریتم پیشنهادی دارد. مشاهده می‌گردد که سرعت همگرایی بهبود داده شده و حال آنکه نه تنها پیچیدگی محاسباتی افزایش نیافته، بلکه

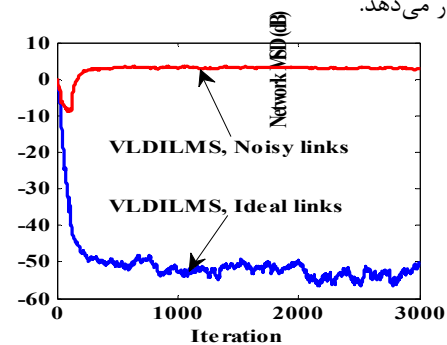
یعنی $\tilde{\psi}_{k-1}^{(i)} = \psi_{k-1}^{(i)} + q_{k,i}$ ترکیب نماید. این ترکیب سپس وارد فیلتر به‌هنگام‌رسانی این گره شده و خروجی آن به گره بعدی ارسال می‌گردد. اما این ترکیب چگونه انجام گیرد تا بتوان از دایورسیتی فضایی حداکثر بهره را گرفت، یا به عبارتی تخمین حاصل از شیوهی غیرمشارکتی (۳۱) شامل گردیده در کنار حذف اثر لینک‌های نویزی تأثیر چندانی بر این دایورسیتی نداشته باشد. برای پاسخ به این پرسش، نخست یک ویژگی فیلترهای وفقی مبتنی بر گرادیان را بیان می‌کنیم. در الگوریتم‌های وفقی مبتنی بر گرادیان، نظیر الگوریتم LMS، حساسیت خطای عملکرد به تغییرات تمام ضرایب به یک اندازه نیست. به عبارتی سهم برخی ضرایب در خطا ناچیز بوده و حال آنکه دیگر ضرایب سهم بزرگی در خطا دارند. بر این اساس حتی اگر ضرایب کم‌اهمیت‌تر در یک تکرار داده‌شده به‌هنگام نگرند عملکرد الگوریتم به میزان ناچیزی تحت تأثیر قرار می‌گیرد. این حساسیت در شیب مؤلفه‌های بردار گرادیان منعکس می‌گردد. یک مؤلفه‌ی بزرگ گرادیان، نزول تندتری در جهت ضریب متناظر خواهد داشت و متعاقباً با به‌هنگام‌رسانی آن ضریب کاهش بیشتری در خطا صورت خواهد گرفت. در حقیقت مؤلفه‌های بزرگ‌تر بردار گرادیان با تقریب نسبتاً خوبی همان جهت تغییرات بیشینه به سمت پاسخ مطلوب را حفظ می‌نمایند. وقتی تمام ضرایب در هر تکرار به‌هنگام گردند تندترین کاهش را خواهیم داشت اما، اگر هم ضرایبی متناظر با مؤلفه‌های کوچک‌تر بردار گرادیان در یک تکرار داده شده به‌هنگام نگرند (یا اگر تنها ضرایبی متناظر با مؤلفه‌های بزرگ‌تر بردار گرادیان در یک تکرار داده‌شده به‌هنگام شوند) چیز زیادی نسبت به حالتی که تمام ضرایب به‌هنگام می‌گردند از دست نداده‌ایم و تقریباً همان نتیجه از به‌هنگام‌رسانی تمام ضرایب حفظ گردیده و عملکرد الگوریتم چندان تحت تأثیر قرار نمی‌گیرد.

با توجه به مطالب گفته‌شده می‌توان نتیجه گرفت که در شبکه‌ای با توپولوژی افزایشی، اگر هر گره در هر تکرار تنها آن ضرایب از گره قبلی را که تخمین گرادیان در جهت آن‌ها بزرگ‌تر است، در فرآیند به‌هنگام‌رسانی خود لحاظ نماید خواهد توانست مزیت بهره‌گیری از دایورسیتی فضایی را تا حد زیادی حفظ کند. چراکه مهم‌ترین ضرایب گره قبلی را در فرآیند به‌هنگام‌رسانی دخالت داده است. حال برای آنکه در کنار این امر بتوان اثر لینک‌های نویزی را کاهش داد هر گره ملزم می‌گردد تا به‌جای ضرایبی از گره قبلی که کنار گذاشته شده‌اند، ضرایبی از تخمین خود را که به شیوهی غیرمشارکتی توسط رابطه‌ی (۳۱) حاصل گردیده‌اند، جاگذاری نماید.

حال سؤال این است که چگونه می‌توان ضرایب مهم را تشخیص داد، یا به‌طور معادل، بزرگ‌ترین مؤلفه‌های بردار گرادیان تخمین زده‌شده کدامند. برای پاسخ به این سؤال، تخمین لحظه‌ای گرادیان در گره k و در جهت z امین ضریب به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$-2e_k(i)u_{k,i}(j) \quad 1 \leq j \leq L \quad (32)$$

وجود لینک‌های نویزی تا چه حد کارایی الگوریتم پیشنهادی را تحت تأثیر قرار می‌دهد.



شکل (۸): منحنی آموزشی MSD برای الگوریتم طول متغیر پیشنهادی در دو حالت لینک‌های ایده‌آل و لینک‌های نویزی

۴- الگوریتم پیشنهادی برای کاهش اثرات لینک‌های نویزی

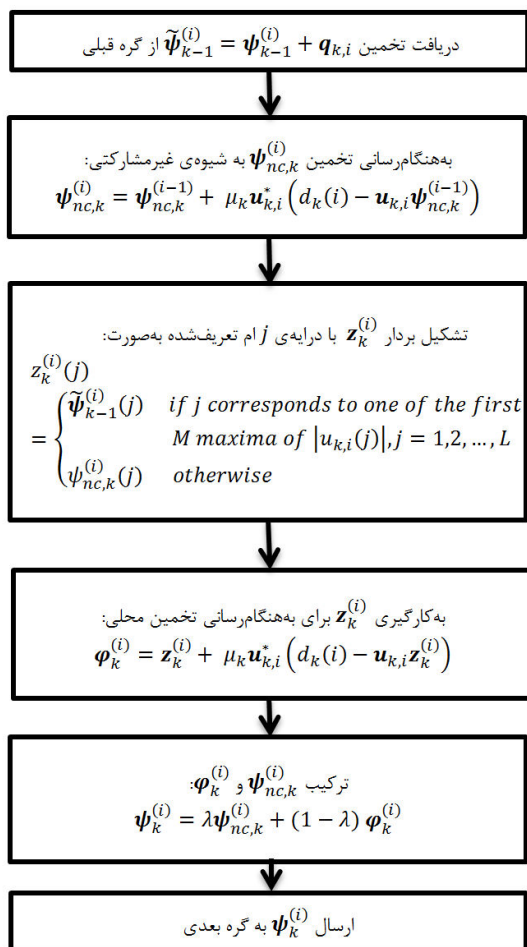
در این بخش الگوریتمی بر اساس توپولوژی افزایشی برای کاهش اثرات لینک‌های نویزی ارائه می‌دهیم. به‌منظور مقایسه‌ی عادلانه‌ی الگوریتم پیشنهادی با نمونه‌های موجود قبلی [۱۲، ۱۳]، در این بخش طول فیلتر وفقی در هر گره ثابت در نظر گرفته می‌شود. پس از نمایش عملکرد بالای الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم‌های [۱۲، ۱۳] در بخش بعد این الگوریتم در یک چهارچوب طول متغیر بیان می‌شود. به‌منظور ارائه‌ی این الگوریتم، نخست رابطه‌ی تخمین غیرمشارکتی در گره k به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\psi_{nc,k}^{(i)} = \psi_{nc,k}^{(i-1)} + \mu_k u_{k,i}^* [d_k(i) - u_{k,i} \psi_{nc,k}^{(i-1)}] \quad (31)$$

که در آن $\psi_{nc,k}^{(i)}$ تخمین محلی (به‌هنگام شده به‌صورت غیرمشارکتی) از بردار پارامتر w^o در گره k و لحظه‌ی i است. اگر این شیوهی غیرمشارکتی را با الگوریتم DILMS معمول بیان شده در رابطه‌ی (۱۰) مقایسه کنیم مشاهده می‌گردد که در این شیوه هر گره تنها از اطلاعات محلی خود $\{d_k(i), u_{k,i}\}$ و تخمین وزن مربوط به تکرار قبلی خود $\psi_{nc,k}^{(i-1)}$ استفاده می‌نماید. در این شیوه هیچ مشارکتی بین گره‌ها وجود ندارد و لذا عملکرد آن توسط لینک‌های نویزی تأثیری نمی‌پذیرد. از دیگر سو، اگر گره‌ها تنها از اطلاعات محلی خود برای به‌هنگام‌رسانی تخمین‌هایشان استفاده نمایند، الگوریتم حاصل نخواهد توانست از دایورسیتی فضایی بهره بگیرد. در نتیجه نرخ همگرایی آن کندتر بوده و در محیط‌های ناهمگن عملکرد آن (برحسب MSE) بدتر از الگوریتم DILMS خواهد بود.

به نظر می‌رسد، چنانچه از هر دو شیوهی مشارکتی و غیرمشارکتی در کنار هم استفاده گردد، افزون بر بهره‌گیری از مزیت مشارکت گره‌ها (دایورسیتی فضایی) امکان کاهش اثرات لینک‌های نویزی نیز فراهم خواهد آمد. پیشنهادی که برای این منظور ارائه می‌کنیم آن است که هر گره، در هر تکرار تخمین حاصل از به‌هنگام‌رسانی غیرمشارکتی را با تخمین نویزی دریافتی از گره قبلی

[۱۲] و [۱۳] در مقایسه با الگوریتم DILMS معمول افزایش یافته است. برای نشان دادن این موضوع تعداد عملیات مختلف لازم برای پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی، الگوریتم‌های ارائه‌شده در [۱۲] و [۱۳] و الگوریتم DILMS معمول، در یک گره و برای یک تکرار و برای داده‌های حقیقی در جدول (۱) نشان داده شده است. همان‌طور که از جدول جدول (۱) مشاهده می‌گردد، الگوریتم پیشنهادی پیچیدگی محاسباتی بیشتری نسبت به الگوریتم DILMS دارد. اما در مقایسه با الگوریتم ارائه‌شده در [۱۳]، الگوریتم پیشنهادی تعداد عملیات جمع و ضرب یکسانی با این الگوریتم دارد.



شکل (۹): مراحل مختلف انجام الگوریتم پیشنهادی

که در آن $u_{k,i}(j)$ ، $z_k^{(i)}$ امین مؤلفه‌ی بردار $u_{k,i}$ است. از (۳۲) واضح است که تمام مؤلفه‌های گرادیان در مقدار $-2e_k(i)$ مشترک می‌باشند. لذا اگر بخواهیم از میان این مؤلفه‌ها، M مؤلفه‌ی بزرگ‌تر را انتخاب نماییم، کافی است که مؤلفه‌های متناظر با M مقدار بزرگ $|u_{k,i}(j)|$ را به ازای $1 \leq j \leq L$ انتخاب کنیم. به عبارتی M ضریب مهم، ضرایبی متناظر با M مقدار بزرگ $|u_{k,i}(j)|$ به ازای $1 \leq j \leq L$ می‌باشند.

۴-۱- بیان الگوریتم پیشنهادی

مطابق با آنچه بیان گردید، الگوریتمی به‌صورت زیر برای کاهش اثرات لینک‌های نویزی در شبکه‌ای با توپولوژی افزایشی بنا می‌کنیم: در تکرار i ، گره k ، تخمین آغشته به نویزی از گره $k-1$ به‌صورت $\tilde{\psi}_{k-1}^{(i)} = \psi_{k-1}^{(i)} + q_{k,i}$ دریافت می‌کند. سپس این گره بردار $z_k^{(i)}$ را به‌صورت زیر تشکیل می‌دهد:

$$z_k^{(i)}(j) = \begin{cases} \tilde{\psi}_{k-1}^{(i)}(j) & \text{if } j \text{ corresponds to one of the first } M \text{ maxima of } |u_{k,i}(j)|, j = 1, \dots, L \\ \psi_{nc,k}^{(i)}(j) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (33)$$

که در آن $\tilde{\psi}_{k-1}^{(i)}(j)$ ، $\psi_{nc,k}^{(i)}(j)$ و $z_k^{(i)}(j)$ نشان‌گر z امین مؤلفه‌ی بردارهای $\tilde{\psi}_{k-1}^{(i)}$ ، $\psi_{nc,k}^{(i)}$ و $z_k^{(i)}$ می‌باشند. و مطابق با رابطه‌ی (۳۱) محاسبه می‌گردد.

حال $z_k^{(i)}$ برای به‌هنگام‌رسانی تخمین محلی در گره k به‌صورت زیر به کار گرفته می‌شود.

$$\phi_k^{(i)} = z_k^{(i)} + \mu_k u_{k,i}^* (d_k(i) - u_{k,i} z_k^{(i)}) \quad (34)$$

در گام بعد ترکیبی از $\phi_k^{(i)}$ و $\psi_{nc,k}^{(i)}$ به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\psi_k^{(i)} = \lambda \psi_{nc,k}^{(i)} + (1-\lambda) \phi_k^{(i)} \quad (35)$$

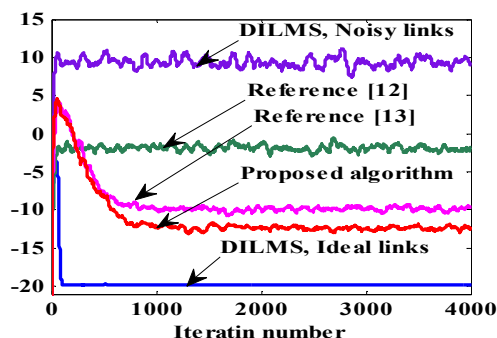
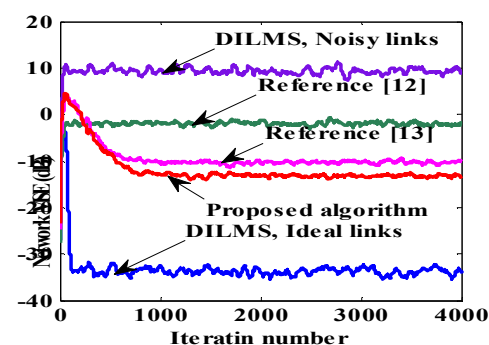
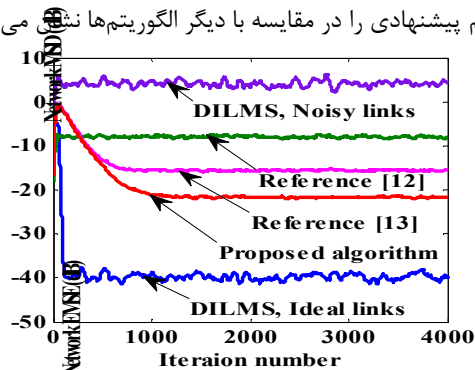
که در آن $0 < \lambda < 1$ ضریب ثابتی است. نهایتاً این تخمین به گره بعد ارسال گشته و این فرآیند ادامه می‌یابد. در شکل (۹) مراحل مختلف انجام الگوریتم پیشنهادی نشان داده شده است.

به‌وضوح الگوریتم پیشنهادی از دایورسیتی فضایی حداکثر بهره را گرفته و درعین حال اثرات لینک‌های نویزی را کاهش می‌دهد و مطابق با شبیه‌سازی‌های صورت گرفته عملکرد آن از لحاظ MSE، EMSE و MSD بهتر از الگوریتم‌های ارائه‌شده در [۱۲] و [۱۳] است. با این حال میزان محاسبات این الگوریتم نیز مشابه با الگوریتم‌های ارائه گردیده در

جدول (۱): تعداد عملیات لازم برای پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی، الگوریتم‌های ارائه‌شده در [۱۲] و [۱۳] و الگوریتم DILMS معمول، در یک گره و برای یک تکرار

نام الگوریتم	تعداد عملیات ضرب	تعداد عملیات جمع	تعداد تقسیم	تعداد مقایسه
DILMS	$2L + 1$	$2L$	-	-
الگوریتم پیشنهادی	$6L + 2$	$5L + 1$	-	$2 \log_2(L) + 2$
الگوریتم [۱۲]	$2rL + 1$	$(r+1)L + r - 1$	1	-
الگوریتم [۱۳]	$6L + 2$	$5L + 1$	-	-

الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم‌های ارائه‌شده در [۱۲] و [۱۳] هنوز به پارامتر مجهول همگرا می‌شوند. با این حال این منحنی‌ها عملکرد برتر الگوریتم پیشنهادی را در مقایسه با دیگر الگوریتم‌ها نشان می‌دهند.



شکل (۱۰): منحنی‌های آموزش MSD، MSE و MSE برای الگوریتم‌های مختلف

حالت دوم: در این حالت نیز به جز برای مقدار M ، همان شرایط حالت اول برای الگوریتم پیشنهادی لحاظ گردیده است. در اینجا منحنی‌های MSD به ازای مقادیر مختلف M حاصل شده‌اند. این منحنی‌ها در شکل (۱۱) نشان داده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، با کاهش M ، عملکرد الگوریتم از نظر کاهش اثرات لینک‌های نویزی بهتر می‌گردد، اما این کار به هزینه کاهش سهم مشارکت در الگوریتم حاصل می‌شود. به عبارتی مصالحه‌ای بین ارتقای عملکرد در حضور لینک‌های نویزی و مشارکت وجود دارد. با افزایش مشارکت، عملکرد حالت دائم بدتر شده، و با کاهش مشارکت این عملکرد ارتقا می‌یابد.

اما از طرفی در الگوریتم پیشنهادی می‌بایست در هر تکرار و برای هر گرهی فرآیند دسته‌بندی نزولی $u_{k,i}(j)$ به ازای $j=1,2,\dots,L$ صورت گیرد. در [۱۹] یک الگوریتم سریع برای مرتب‌سازی پنجره لغزان با L المان دلخواه ارائه گردیده است. این الگوریتم حداکثر به $2\log_2(L)+2$ عملگر مقایسه در هر تکرار و برای هر گره نیاز دارد. برای قضاوت در مورد اینکه کدام یک از دو الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم ارائه‌شده در [۱۲] نیاز به عملیات جمع و ضرب بیشتری دارند، می‌بایست طول بلوک r برای الگوریتم [۱۲] مشخص شود. الگوریتم پیشنهادی بسته به مقدار r می‌تواند به تعداد عملیات جمع و ضرب کمتر یا بیشتری از الگوریتم ارائه‌شده در [۱۲] نیاز داشته باشد.

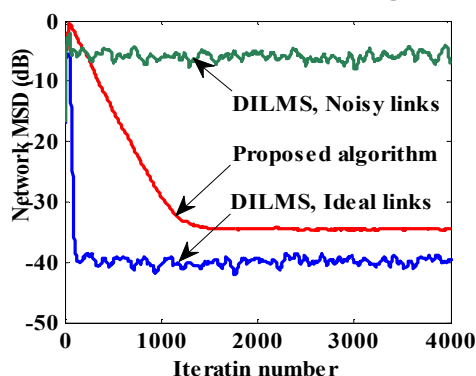
۴-۲- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های الگوریتم پیشنهادی را ارائه می‌دهیم. این شبیه‌سازی‌ها در ۴ حالت به شرح زیر اجرا شده‌اند: (الف) حالت اول: مقایسه الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های [۱۲، ۱۳] (ب) حالت دوم: اجرای الگوریتم به ازای M ‌های مختلف (ج) حالت سوم: اجرای الگوریتم به ازای λ ‌های مختلف (د) حالت چهارم: اجرای الگوریتم به ازای نویز لینک متفاوت

حالت اول: شبکه‌ای متشکل از $N=20$ گره را در نظر می‌گیریم، که برای تخمین بردار مجهول $w^0 = \text{col}\{1,1,\dots,1\}/\sqrt{L}$ با بعد $L \times 1$ پیاده‌سازی شده است، که در آن $L=20$ است. بردارهای رگرسیون هر گره به صورت مستقل از سایر گره‌ها از توزیع گوسی با ماتریس کوواریانس $R_{u,k} = 4I_L$ انتخاب می‌شوند. واریانس نویز مشاهدات برابر $\sigma_{v,k}^2 = 0.01$ و ماتریس کوواریانس نویز لینک‌ها برابر $Q_k = 10^{-3}I$ انتخاب شده است. برای تمام الگوریتم‌ها به جز الگوریتم ارائه‌شده در [۱۲]، ضریب گام برابر $\mu_k = 0.01$ انتخاب گردیده است. با توجه به اینکه در الگوریتم ارائه‌شده در [۱۲] تعداد تکرارها در هر گره r بار کمتر از الگوریتم DILMS معمول است، لذا به منظور مقایسه‌ی عملکرد حالت دائم این الگوریتم با دیگر الگوریتم‌ها، یک تکرار از این الگوریتم را با r تکرار دیگر الگوریتم‌ها معادل می‌گیریم. به این ترتیب ضریب گام این الگوریتم را r برابر ضریب گام دیگر الگوریتم‌ها در نظر می‌گیریم، تا نرخ همگرایی یکسانی با آن‌ها داشته باشد. مقدار کمیت r برای الگوریتم‌های ارائه‌شده در [۱۲] و [۱۳] به ترتیب برابر ۱۵ و ۸ لحاظ شده است.

برای الگوریتم پیشنهادی $M=8$ قرار داده شده است. در هر دو الگوریتم پیشنهادی و الگوریتم ارائه‌شده در [۱۳] مقدار λ برابر 0.2 ، لحاظ گردیده است. در شکل (۱۰) منحنی آموزش MSD، MSE و EMSE شبکه برای الگوریتم‌های مختلف نشان داده شده‌اند. تمام منحنی‌های آموزشی با عبور از پنجره‌ای مستطیلی با طول ۵۰ متوسط‌گیری شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، در حضور لینک‌های نویزی الگوریتم DILMS واگرا شده است. اما هر سه

این منحنی‌ها نشان از عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی در هر دو حالت نویز بالا و نویز پایین دارند. در شرایط نویز بالا با وجود واگرا شدن الگوریتم DILMS، الگوریتم پیشنهادی همچنان به سمت پارامتر مجهول همگرا می‌ماند.



شکل (۱۴): منحنی‌های آموزش MSD الگوریتم پیشنهادی به ازای $Q_k = 10^{-4}I$

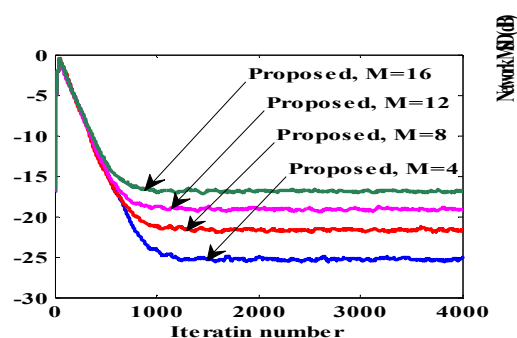
۵- الگوریتم طول متغیر پیشنهادی برای شبکه‌های

تطبیقی با لینک‌های نویزی

حال الگوریتم پیشنهاد شده برای کاهش اثرات لینک‌های نویزی را در یک چهارچوب طول متغیر بیان می‌کنیم. با این کار افزون بر کاهش اثرات لینک‌های نویزی، نرخ همگرایی بالایی نیز حاصل خواهد شد. برای این منظور می‌بایست در هر مرحله، هر دو بردار $\psi_{nc,k}^{(i)}$ و $\tilde{\psi}_{k-1}^{(i)} = \psi_{k-1}^{(i)} + q_{k,i}$ به زیرگروه‌هایی تقسیم‌بندی گردند. در این صورت گره‌های عضو در هر زیرگروه تنها قطعه‌ای از $\psi_{nc,k}^{(i)}$ را که متناظر با قطعه‌ی به‌هنگام‌شده از $\tilde{\psi}_{k-1}^{(i)}$ است در فرآیند به‌هنگام‌رسانی به شیوه‌ی غیرمشارکتی خود دخالت خواهند داد. یعنی در هر تکرار گره‌های موجود در زیرگروه ℓ ام، زیربردارهای $\psi_{\ell,nc,k}^{(i)}$ و $\tilde{\psi}_{\ell,k-1}^{(i)}$ را به‌هنگام خواهند نمود. تشکیل بردار $z_k^{(i)}$ نیز از روی این زیربردارها انجام خواهد گرفت، به این صورت که در هر مرحله، زیربردار $z_{\ell,k}^{(i)}$ ، زیربردار است که ضرایب مهم $\tilde{\psi}_{\ell,k-1}^{(i)}$ را شامل شده و بقیه ضرایب خود را از $\psi_{\ell,nc,k}^{(i)}$ می‌گیرد. پس از اتمام هر مرحله، زیربردارهای $\psi_{\ell,nc,k}^{(i)}$ نیز مشابه با زیربردارهای $\tilde{\psi}_{\ell,k-1}^{(i)}$ و مطابق با الگوی یکی‌سازی این زیربردارها، به هم ملحق می‌گردند. تمام این مراحل تکرار خواهند شد تا در نهایت بردارهای طول کامل $\psi_{nc,k}^{(i)}$ و $\tilde{\psi}_{k-1}^{(i)}$ تشکیل شده و توسط تمام گره‌های شبکه به‌هنگام گردند. با این روند، روش غیرمشارکتی به-کارگرفته‌شده اثر لینک‌های نویزی را کاهش خواهد داد و استفاده از طول فیلتر متغیر، باعث افزایش نرخ همگرایی خواهد شد.

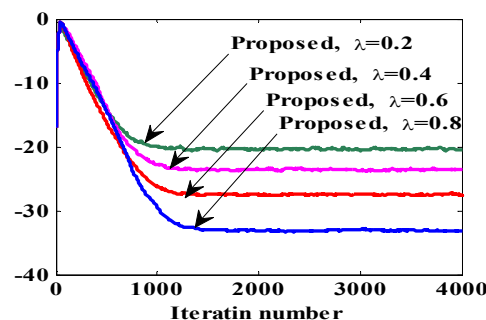
۵-۱ بیان الگوریتم پیشنهادی

مطابق آنچه گفته شد، الگوریتم طول متغیر برای شبکه‌های تطبیقی افزایشی در حضور لینک‌های نویزی را به‌صورت زیر بیان می‌کنیم:



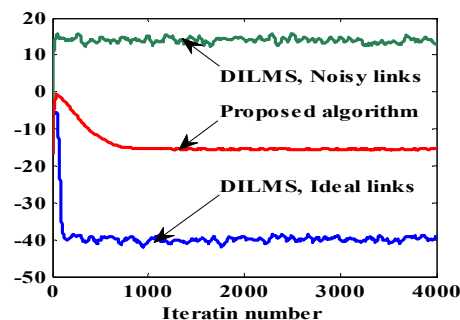
شکل (۱۱): منحنی‌های آموزش MSD برای الگوریتم پیشنهادی به ازای M های مختلف

حالت سوم: در این حالت نیز به‌جز برای مقدار λ و M ، همان شرایط حالت اول برای الگوریتم پیشنهادی لحاظ گردیده و منحنی‌های MSD به ازای $M=10$ با مقادیر مختلف λ حاصل شده‌اند. این منحنی‌ها در شکل (۱۲) نشان داده شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، با افزایش λ عملکرد الگوریتم از نظر کاهش اثرات لینک‌های نویزی بهتر می‌گردد، اما با این کار سهم مشارکت در الگوریتم کاهش می‌یابد.



شکل (۱۲): منحنی‌های آموزش MSD برای الگوریتم پیشنهادی به ازای λ های مختلف

حالت چهارم: در این حالت نیز همان شرایط حالت اول با $M=10$ و $\lambda=0.5$ برای الگوریتم پیشنهادی لحاظ گردیده و منحنی‌های MSD به ازای نویز لینک متفاوت حاصل شده‌اند. شکل (۱۳) منحنی‌های آموزشی MSD به ازای $Q_k = 10^{-2}I$ و شکل (۱۴) منحنی‌های آموزشی MSD به ازای $Q_k = 10^{-4}I$ را نشان می‌دهند.



شکل (۱۳): منحنی‌های آموزش MSD الگوریتم پیشنهادی به ازای $Q_k = 10^{-2}I$

$$\psi_{\ell,k}^{(i)} = \lambda \psi_{\ell,nc,k}^{(i)} + (1-\lambda) \phi_{\ell,k}^{(i)} \quad (39)$$

که در آن $0 < \lambda < 1$ ضریب ثابتی است. سپس بردار $\psi_k^{(i)}$ به گره بعدی ارسال می‌شود و این روند به همین ترتیب ادامه می‌یابد. در تکرار I_M این مرحله به پایان می‌رسد. با اتمام این مرحله برخی از زیربردارهای پهلوسه‌پهلویکی شده و K_{m+1} و K_m زیربردار جدید $(K_{m+1} < K_m)$ ، هر یک به طول L_{m+1} ، $(L_m < L_{m+1})$ تشکیل می‌گردد. در کنار این زیرگروه‌های نظیر این زیربردارها نیز یکی شده و K_{m+1} زیرگروه جدید حاصل می‌آید. پس از این اصلاح صورت گرفته در ساختار، دوباره فرآیند بیان شده در معادلات (۳۶) تا (۳۹) انجام می‌گیرد. این مرحله نیز در تکرار از پیش تعیین شده دیگری مانند I_{m+1} خاتمه می‌یابد.

این روند ادامه خواهد یافت، تا نهایتاً تمام زیربردارها در یک بردار به طول L یکی شده و تمام گره‌ها در یک گروه به هم به پیوندند و هر گرهی از شبکه کل بردارهای $\psi_k^{(i)}$ و $\psi_{nc,k}^{(i)}$ را به‌هنگام نماید. به این ترتیب، الگوریتمی با همگرایی بالا حاصل می‌گردد که برای شرایط واقعی تر لینک‌های نویزی مناسب است. در بخش بعد با اجرای شبیه‌سازی‌هایی کارایی الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهیم.

۵-۲- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش می‌خواهیم عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی را با الگوریتم DILMS معمول، مورد مقایسه قرار دهیم. در این شبیه‌سازی شبکه‌ای با $N = 16$ گره را در نظر می‌گیریم، که برای تخمین بردار مجهول $w^o = \text{col}\{1, 1, \dots, 1\} / \sqrt{L}$ با بعد $L \times 1$ که در آن $L = 16$ است، پیاده‌سازی شده است. بردارهای رگرسیون هر گره به صورت مستقل از سایر گره‌ها از توزیع گوسی با ماتریس کوواریانس $R_{u,k} = 4I_L$ انتخاب می‌شوند. واریانس نویز مشاهدات مربوط به هر گره در شکل (۱۵) نشان داده شده و ماتریس کوواریانس نویز لینک‌ها برابر $Q_k = 10^{-4}I$ انتخاب گردیده است.

سیب. برای الگوریتم DILMS و الگوریتم پیشنهادی دوم ضریب گام برابر $\mu_k = 0.001$ انتخاب شده است. الگوریتم پیشنهادی سوم در قالب همان سازمان‌دهی پیشنهادی بیان شده در بخش ۳-۱ طی چهار مرحله و با همان مدل بیان شده برای زیرگروه‌بندی گره‌ها و قطعه‌بندی بردارهای $\psi_{nc,k}^{(i)}$ و $\tilde{\psi}_{k-1}^{(i)}$ پیاده شده است. در این الگوریتم برای تکرارهای از پیش تعیین شده مقادیر $I_2 = 300$ ، $I_1 = 150$ و 450 $I_3 =$ و برای ضرایب گام مقادیر $\mu_1 = 0.01$ ، $\mu_2 = 0.007$ ، $\mu_3 = 0.001$ و $\mu_4 = 0.0001$ لحاظ شده است.

مقدار μ_4 طوری انتخاب گردیده است تا بتوان برای حالت دائم هر سه الگوریتم شرایط یکسانی ایجاد کرد. برای هر دو الگوریتم پیشنهادی دوم و سوم $\lambda = 0.5$ در نظر گرفته شده است. در الگوریتم پیشنهادی دوم $M = 8$ لحاظ گردیده و برای الگوریتم پیشنهادی سوم در هر مرحله مقدار M_m برابر با نصف زیربردارها در نظر گرفته می‌شود. در شکل ۱۶ منحنی‌های آموزش MSD و EMSE شبکه

فرض کنیم سازمان‌دهی شبکه به مرحله‌ی m ام رسیده باشد به نحوی که شبکه دارای K_m زیرگروه بوده، و هر بردار به K_m زیربردار هریک به طول L_m تقسیم شده باشد. هر گره متعلق به زیرگروه ℓ ام، زیربردار ℓ ام $\psi_{\ell,nc,k}^{(i)}$ را با گام حرکت μ_m به صورت غیرمشارکتی به‌هنگام می‌نماید:

$$\psi_{\ell,nc,k}^{(i)} = \psi_{\ell,nc,k}^{(i-1)} + \mu_m u_{\ell,k,i}^* [d_k(i) - u_{\ell,k,i} \psi_{\ell,nc,k}^{(i-1)}] \quad (36)$$

که در آن $\mu_{m+1} < \mu_m < \mu_{m-1}$ است.

لازم به ذکر است که در این رابطه، در تشکیل عبارت خطای تخمین $(d_k(i) - u_{\ell,k,i} \psi_{\ell,nc,k}^{(i-1)})$ نیز از بردارهای قطعه‌بندی شده‌ی $u_{\ell,k,i}$ و $\psi_{\ell,nc,k}^{(i-1)}$ استفاده گردیده است. دلیل این امر آن است که در اینجا هر گره موجود در زیرگروه ℓ ام، نه به تمام بردار $\psi_{nc,k}^{(i-1)}$ ، بلکه تنها به زیربردار ℓ ام آن دسترسی دارد لذا نمی‌توان در تشکیل عبارت خطا از بردارهای طول کامل $u_{k,i}$ و $\psi_{nc,k}^{(i-1)}$ استفاده کرد.

پس از آن که هر گره متعلق به زیرگروه ℓ ام زیربردار $\psi_{\ell,nc,k}^{(i-1)}$ را به‌هنگام نمود، با دریافت تخمین آغشته به نویز $\tilde{\psi}_{k-1}^{(i)}$ از گره قبلی زیربردار ℓ ام را که شامل M_m ضریب مهم زیربردار $\tilde{\psi}_{\ell,k-1}^{(i)}$ است، به صورت زیر تشکیل می‌دهد:

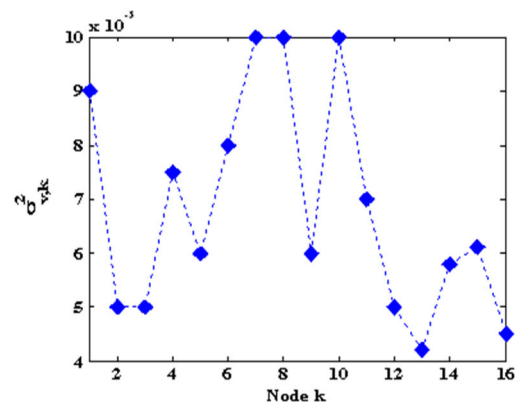
$$z_{\ell,k}^{(i)}(j) = \begin{cases} \tilde{\psi}_{\ell,k-1}^{(i)}(j) & \text{if } j \text{ corresponds to one of} \\ & \text{the first } M_m \text{ maxima of} \\ & |u_{\ell,k,i}(j)|, j=1, \dots, L_m \\ \psi_{\ell,nc,k}^{(i)}(j) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (37)$$

که در آن $\tilde{\psi}_{\ell,k-1}^{(i)}(j)$ ، $\psi_{\ell,nc,k}^{(i)}(j)$ و $z_{\ell,k}^{(i)}(j)$ و $u_{\ell,k,i}(j)$ به ترتیب نشان‌گر زامین مؤلفه‌ی زیربردارهای $\tilde{\psi}_{\ell,k-1}^{(i)}$ ، $\psi_{\ell,nc,k}^{(i)}$ و $z_{\ell,k}^{(i)}$ می‌باشند.

حال $z_{\ell,k}^{(i)}$ برای به‌هنگام‌رسانی تخمین محلی در گره k به صورت زیر به کار گرفته می‌شود:

$$\phi_{\ell,k}^{(i)} = z_{\ell,k}^{(i)} + \mu_m u_{\ell,k,i}^* (d_k(i) - u_{\ell,k,i} z_{\ell,k}^{(i)}) \quad (38)$$

در گام بعد ترکیبی از $\psi_{\ell,nc,k}^{(i)}$ و $\phi_{\ell,k}^{(i)}$ به صورت زیر محاسبه می‌شود:



شکل (۱۵): مقادیر واریانس نویز مشاهدات در هر گره

اجرای این دو الگوریتم به تعداد ۱۰۰۰۰ تکرار نشان داده‌ایم. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، الگوریتم پیشنهادی دوم در تکرار ۱۰۰۰۰ به حالت دائم خود رسیده است، درحالی‌که الگوریتم پیشنهادی سوم پیرامون تکرار ۸۰۰۰ همگرا شده است. این شکل به‌وضوح عملکرد برتر الگوریتم پیشنهادی سوم از نظر نرخ همگرایی را در مقایسه با الگوریتم پیشنهادی دوم نشان می‌دهد.

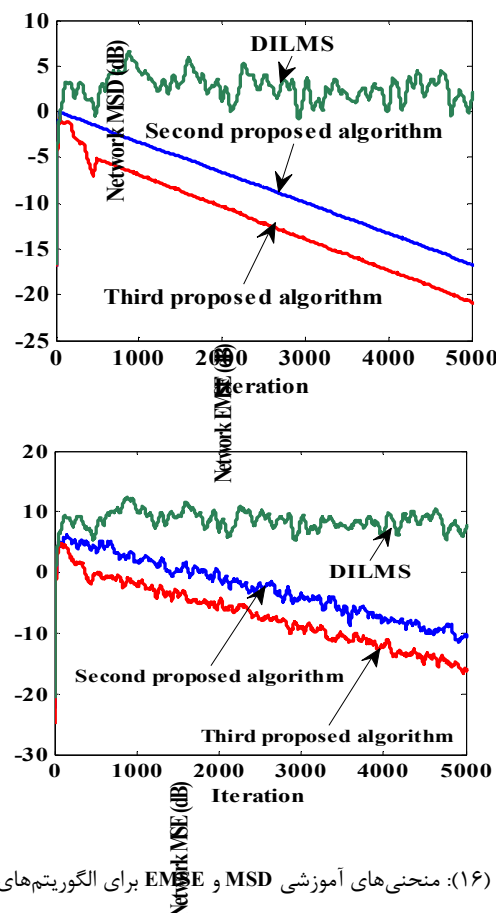
۶- نتیجه‌گیری

در یک شبکه‌ی تطبیقی، چنانچه هر گره به یک فیلتر وقتی با طول کوچک‌تر مجهز گردد، امکان استفاده از ضریب گام بزرگ‌تر برای آن گره و در نتیجه افزایش نرخ همگرایی وجود خواهد داشت. بر این اساس در این مقاله الگوریتم طول متغیری برای افزایش نرخ همگرایی الگوریتم DILMS معمول ارائه گردید. به‌منظور آنکه الگوریتم پیشنهادی بتواند در حضور لینک‌های نویزی نیز کارا باشد، شیوه‌ی تخمین غیرمشارکتی را که از نویز لینک‌ها تأثیر نمی‌پذیرد وارد الگوریتم طول متغیر پیشنهادی کردیم. با استفاده از شبیه‌سازی‌های عملکرد بالای الگوریتم پیشنهادی را نشان دادیم. هرچند که به دلیل محدودیت در حجم مقاله، تنها شبیه‌سازی‌های تحت شرایط ماتریس همبستگی قطری در مقاله آورده شده‌اند، اما با توجه به اینکه الگوریتم پیشنهادی نسبت به همبستگی ورودی حساس نیست، حتی در حالتی هم که ماتریس خودهمبستگی ورودی غیرقطری است عملکرد مناسب خود را حفظ می‌کند.

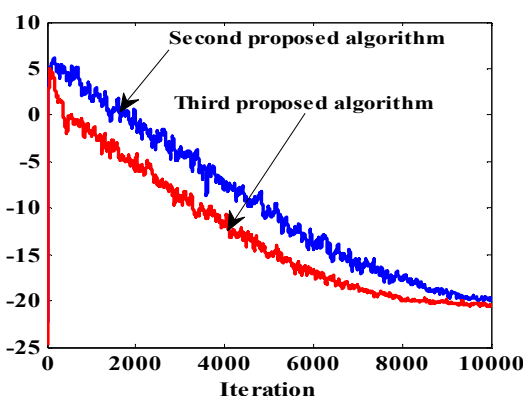
مراجع

- [1] D. Estrin, L. Girod, G. Pottie and M. Srivastava, "Instrumenting the world with wireless sensor networks," in Proceeding of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Salt Lake City, UT, pp. 2033-2036, May. 2001.
- [2] C. G. Lopes and A. H. Sayed, "Incremental adaptive strategies over distributed networks," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 55, no. 8, pp. 4064-4077, Aug. 2007.
- [3] A. H. Sayed and C. G. Lopes, "Distributed recursive least-squares strategies over adaptive networks," in proceedings of 40th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, pp. 233-237, Oct-Nov, 2006.
- [4] C. G. Lopes and A. H. Sayed, "Diffusion least-mean squares over adaptive networks: Formulation and performance analysis," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 56, no. 7, pp. 3122-3136, Jul. 2008.
- [5] F. S. Cattivelli, C. G. Lopes and A. H. Sayed, "Diffusion recursive least-squares for distributed estimation over adaptive networks," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 56, no. 5, pp. 1865-1877, May. 2008.
- [6] C. G. Lopes and A. H. Sayed, "Randomized incremental protocols over adaptive networks," in Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech, Signal Processing, (ICASSP), Dallas, TX, Mar. 2010, pp. 3514-3517.
- [7] C. G. Lopes and A. H. Sayed, "Diffusion adaptive networks with changing topologies," in Proceeding of IEEE ICASSP, Las Vegas, NV, pp. 3285-3288, Apr. 2008.
- [8] O. L. Rortveit, J. H. Husoy and A. H. Sayed, "Diffusion LMS with communications constraints," in Proceeding of 44th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, pp. 1645-1649, Nov. 2010.

مربوط به الگوریتم‌های مختلف و برای تعداد ۵۰۰۰ تکرار نشان داده شده‌اند. تمام منحنی‌های آموزشی با عبور از پنجره‌ای مستطیلی با طول ۵۰ متوسط‌گیری شده‌اند.



شکل (۱۶): منحنی‌های آموزشی MSD و MSE برای الگوریتم‌های مختلف



شکل (۱۷): منحنی‌های آموزشی MSE برای الگوریتم‌های پیشنهادی

همان‌طور که مشاهده می‌گردد الگوریتم DILMS در حضور لینک‌های نویزی واگرا شده است. اما هر دو الگوریتم پیشنهادی هنوز به پارامتر مجهول همگرا می‌شوند. از شکل ۱۶ واضح است که الگوریتم پیشنهادی سوم علاوه بر عملکرد حالت دائم بهتر، دارای همگرایی سریع‌تری است. برای نمایش بهتر تفاوت همگرایی دو الگوریتم پیشنهادی دوم و سوم، در شکل ۱۷ منحنی آموزشی MSE را برای

- [9] A. Khalili, M. A. Tinati and A. Rastegarnia, "Steady-state analysis of incremental LMS adaptive networks with noisy links," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, no. 5, pp. 2416-2421, May. 2011.
- [10] A. Khalili, M. A. Tinati, A. Rastegarnia and J. A. Chambers, "Steady-state analysis of diffusion LMS adaptive networks with noisy links," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 60, no. 2, pp. 974-979, Feb. 2012.
- [11] A. Khalili, M. A. Tinati and A. Rastegarnia, "Amplify-and-forward scheme in incremental LMS adaptive network with noisy links: Minimum transmission power design," Elsevier International Journal of Electronics and Communications, pp. 262-265, May. 2012.
- [12] A. Khalili, M. A. Tinati and A. Rastegarnia, "An incremental block LMS algorithm for distributed adaptive estimation," IEEE International Conference on Communications and Signal Processing, Singapore, 2010.
- [13] A. Khalili, M. A. Tinati and A. Rastegarnia, "An adaptive estimation algorithm for distributed networks with noisy links," IEEE symposium on Artificial Intelligence and Signal Processing (AISP2011), Tehran, Iran, 2011.
- [14] Y. Gong and C. F. N. Cowan, "An LMS style variable tap-length algorithm for structure adaptation," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 53, no. 7, pp. 2400-2407, Jul. 2005.
- [15] Y. Zhang, N. Li, J.A. Chambers and A.H. Sayed, "Steady-state performance analysis of a variable tap-length LMS algorithm," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 56, no. 2, pp. 839-845, 2008.
- [16] L. Li, Y. Zhang and J. A. Chambers, "Variable length adaptive filtering within incremental learning algorithms for distributed networks," in Proceedings of Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, California, USA, October 2008.
- [17] M.S.E Abadi and A. R. Danaee, "Low computational complexity family of affine projection algorithms over adaptive distributed incremental networks," Elsevier International Journal of Electronics and Communications, vol. 68, no. 2, pp. 97-110, February, 2014.
- [18] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, 3rd edition, 1996.
- [19] I. Pitas, "Fast algorithms for running ordering and max/min calculation," IEEE Transactions on Circuits Systems., vol. 36, pp. 795-804, June 1989.

زیر نویس‌ها

- ¹ Distributed Incremental Least Mean Square
- ² Flooding
- ³ Header
- ⁴ Packet
- ⁵ Hop Counter
- ⁶ Mean Square Deviation
- ⁷ Mean Square Error
- ⁸ Excess Mean Square Error
- ⁹ Variable Length DILMS