

Automatic Classification of SSVEP Responses with Limited Training Samples and Shrinkage-Based Regularized Covariance Matrix

Alireza Talesh Jafadideh¹, Asghar Zarei^{*2}

¹ School of Engineering Science, College of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran

² Biomedical Engineering Faculty, Sahand University of Technology, Tabriz, Iran

E-mails: alireza.talesh@ut.ac.ir; a.zarei@sut.ac.ir

Short Abstract

A major hurdle in brain-computer interface (BCI) development is the low information transfer rate (ITR). Using a short stimulation time is a solution that offers the advantages of increasing the ITR value and reducing the mental fatigue of users. When using short stimulation time, algorithms based on linearly constrained minimum variance beamforming (LCMV) provide better performance over other classifiers. However, their performance in aforementioned condition is still low due to the ill-conditioned estimation of the data covariance matrix. To address this problem, this study proposes the use of four Shrinkage-based regularized covariance matrices, including convex combination (CC), generalized linear combination (GLC), modified CC (MCC), and modified GLC (MGLC). The proposed covariance matrices are applied in the spatial-temporal beamformer LCMVst to construct a better weight vector, thereby improving the classification performance. The results showed that when using the shortest stimulation time (0.25s), the proposed beamformers LCMVst-CC, LCMVst-GLC, LCMVst-MCC, and LCMVst-MGLC provided a significant improvement of about 27% in average classification accuracy over conventional LCMVst. Also, the LCMVst-MCC and LCMVst-MGLC methods compared to LCMVst-CC and LCMVst-GLC methods provided approximately 9% improvement in classification accuracy. The results of this study show that the proposed beamformers have high potential in the development of SSVEP-based BCI systems.

Keywords

Brain-computer interface, steady-state visual evoked potential, adaptive beamforming, shrinkage-based regularized covariance matrix, EEG signal.

1- Short Introduction

For efficient communication and improving user experience, brain computer interface (BCI) should offer high information transfer rate (ITR). On one hand, shorter stimulation times can lead to higher ITRs. On the other hand, shorter stimulation times can also reduce the accuracy of classification. Although the spatial-temporal Linearly Constrained Minimum Variance beamformers (LCMVst) classifier performance is better than BCI well-known classifiers such as canonical correlation analysis (CCA) and its variants under conditions of short stimulation times, its performance is far from richness. This is because of using ill-conditioned data covariance matrix. To address this limitation, this study proposes leveraging shrinkage-based regularized data covariance matrices to improve the classification performance of LCMVst in short time scenarios.

2- Proposed Work and Methodology

In the present study, four beamformers, namely, LCMVst-CC, LCMVst-GLC, LCMVst-MGLC, and LCMVst-MCC, were developed to classify SSVEP responses with frequency and phase coding. The proposed covariance estimators (i.e., the CC, GLC, MCC, and MGLC methods) can provide a better estimate of the covariance matrix when the number of available samples is limited, which leads to the improvement of the weight vector used in the beamformer. By using a better weight vector, the classification performance of the proposed beamformers is improved compared to conventional methods. Experimental results showed that all four introduced methods provide higher average classification accuracy and average ITR than conventional LCMVst when using short excitation time. The two approaches MGLC and MCC provided even better results than GLC and CC. The feature of high average accuracy as well as high average ITR respectively in practical applications leads to providing results with high reliability as well as increasing the speed of the BCI system. In practical systems, these two features help disabled people to communicate their mental goal correctly and in the shortest possible time. Compared with the existing methods, the beamformer-based classifier has good performance, high interpretability, and low computational complexity. These results show the possibility of successfully using beamformer-based methods to develop a high-speed BCI system. The methods proposed and reviewed in this article can be considered for the implementation of SSVEP-based BCI systems for use in various applications with communication and control purposes.

3- Conclusion

This research introduced four new LCMVst -based methods for SSVEP classification, leading to higher average classification accuracy and information transfer rate compared to the conventional LCMVst method, particularly when using short stimulation time. The MGLC and MCC based LCMVst approaches outperformed GLC and CC based LCMVst. This high accuracy and ITR rates translate to reliable and faster BCI systems, enabling individuals with disabilities to communicate their intentions more accurately and quickly.

طبقه‌بندی خودکار پاسخ‌های SSVEP با نمونه‌های آموزشی محدود و ماتریس کواریانس تنظیم شده مبتنی بر انقباض

علیرضا طالش جفادیده

استادیار، گروه مهندسی ورزش، دانشکده علوم مهندسی، دانشکده فنی، دانشگاه تهران، تهران، ایران

اصغر زارعی

استادیار، دانشکده مهندسی پزشکی، دانشگاه صنعتی سهند، تبریز، ایران.

چکیده

یکی از چالش‌های اساسی در توسعه سیستم‌های رابط مغز و رایانه (BCI)، پایین بودن نرخ انتقال اطلاعات (ITR) است. استفاده از زمان تحریک کوتاه راه‌حلی است که دارای مزیت‌های افزایش مقدار ITR و کاهش خستگی ذهنی کاربران است. به هنگام استفاده از زمان تحریک کوتاه، الگوریتم‌های مبتنی بر شکل‌دهی پرتو واریانس کمینه با محدودیت خطی (LCMV) عملکرد مناسبی نسبت به سایر طبقه‌بندها فراهم می‌کنند. اما عملکرد آن‌ها در شرایط مذکور به دلیل تخمین بد ماتریس کواریانس همچنان پایین است. برای بهبود عملکرد شکل‌دهنده پرتو LCMV، این مطالعه چهار ماتریس کواریانس تنظیم شده مبتنی بر انقباض؛ شامل ترکیب محدب (CC)، ترکیب خطی کلی (GLC)، CC اصلاح‌شده (MCC) و GLC اصلاح‌شده (MGLC) را پیشنهاد می‌کند. تخمین‌گرهای پیشنهادی با بهبود تخمین بردار وزن به کار رفته در شکل‌دهنده پرتو فضایی-زمانی LCMVst عملکرد طبقه‌بندی را بهبود می‌دهند. نتایج نشان داد که به هنگام استفاده از کوتاه‌ترین زمان تحریک (۰/۲۵ ثانیه)، شکل‌دهنده‌های پرتو پیشنهادی LCMVst-MCC و LCMVst-MGLC بهبود قابل توجهی در حدود ۲۷ درصد در میانگین دقت طبقه‌بندی نسبت به LCMVst ارائه کردند. همچنین، روش‌های LCMVst-MCC، LCMVst-MGLC، LCMVst-MGLC نسبت به روش‌های LCMVst-CC، LCMVst-GLC، LCMVst-GLC بهبود تقریبی ۹ درصد را در دقت طبقه‌بندی ارائه کردند. نتایج نشان می‌دهد که شکل‌دهنده‌های پرتو پیشنهادی دارای پتانسیل بالایی در توسعه سیستم‌های BCI مبتنی بر SSVEP هستند.

کلمات کلیدی

رابط مغز و رایانه، پتانسیل برانگیخته بصری حالت پایدار، شکل‌دهنده پرتو وفقی، ماتریس کواریانس تنظیم شده مبتنی بر انقباض، الکتروانسفالوگرام.

نام نویسنده مسئول: دکتر اصغر زارعی

ایمیل نویسنده مسئول: a.zarei@sut.ac.ir

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۰۶

تاریخ(های) اصلاح مقاله: ۱۴۰۳/۰۷/۱۵

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۷/۲۵

۱- مقدمه

رابط مغز و رایانه^۱ (BCI) یک فناوری نوظهور میان رشته‌ای است که مسیرهای اطلاعاتی جدیدی بین مغز و دستگاه‌های هوشمند خارجی را بدون نیاز به اعصاب محیطی یا عضلات می‌تواند ایجاد می‌کند [۱]. علاوه بر این، پتانسیل‌های مورد استفاده در سیستم‌های BCI می‌تواند در شناسایی بیماری‌های مختلف به کار روند [۲]. سیستم‌های BCI مبتنی بر الکتروانسفالوگرام (EEG) به دلیل سهولت استفاده، قابل حمل بودن و رزولوشن زمانی مناسب در سال‌های اخیر بیشتر مورد توجه قرار گرفته‌اند [۳-۱]. برخی از نمونه‌های رایج سیستم‌های BCI مبتنی EEG شامل P300 [۴]، پتانسیل‌های برانگیخته بینایی حالت پایدار^۲ (SSVEP) [۵] و تجسم حرکتی (MI) [۶] هستند. در بین روش‌های مختلف BCI، SSVEP به دلیل نیاز به داده آموزشی کمتر و نرخ انتقال اطلاعات^۳ (ITR) بالا به طور گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرد [۷]. پاسخ SSVEP یک پاسخ نوروفیزیولوژیکی به یک محرک سوسو زنده بصری با فرکانس‌های بالاتر از ۱ هرتز اما کمتر از ۱۰۰ هرتز است [۸-۹]. به عبارتی دیگر، در روش SSVEP، هر هدف قابل انتخاب با فرکانس و فاز

خاصی که با آن کدگذاری شده است، سوسو می‌زند. این سیگنال‌ها را می‌توان عمدتاً با الکترودهایی که روی نواحی پس‌سری و آهیانه‌ای قرار داده شده‌اند، ثبت کرد [۸].

زمان تحریک کوتاه نقش کلیدی در برقراری تعادل بین کارایی و سرعت سیستم‌های BCI مبتنی بر SSVEP دارد. از این نظر، ترجیح داده می‌شود طول پنجره زمانی داده تا حد امکان کوتاه باشد. علاوه بر این، استفاده از زمان تحریک کوتاه منجر به کاهش زمان کالیبراسیون و مانع از خستگی چشمی و ذهنی می‌شود. از طرفی، بدیهی است که زمان‌های تحریک کوتاه (طول پنجره زمانی) بر عملکرد طبقه‌بندی SSVEP تأثیر می‌گذارد [۱۰]. تاکنون، الگوریتم‌های مختلفی برای شناسایی اهداف SSVEP با استفاده از طول‌های کوتاه‌تر سیگنال EEG معرفی شده‌اند، مانند تحلیل حوزه زمان [۱۱]، تحلیل همبستگی کانونی (CCA) [۱۲-۱۳] و نسخه‌های توسعه یافته تکنیک CCA [۱۴].

یکی دیگر از چالش‌های اصلی در فناوری‌های BCI، پایین بودن نرخ انتقال اطلاعات (ITR) سیستم‌های BCI است. مقادیر پایین ITR منجر به کاهش تعداد دستوراتی است که کاربران می‌توانند ارسال کنند. ادعا شده است که این مشکل،

³ Information transfer rate

¹ Brain computer interface

² Steady state visual evoked potential

(CC)، الگوریتم‌های مقاوم دیگری برای تخمین ماتریس‌های کواریانس مناسب به هنگام کم بودن تعداد نمونه‌های زمانی در دسترس هستند [۲۵]. در رویکردهای انقباضی، از مفهوم میانگین مربعات خطا برای محاسبه خودکار و وفقی همه پارامترها استفاده می‌شود. به عبارت دیگر، در روش‌های ذکر شده، فاکتور DL به طور وفقی با استفاده از داده‌های EEG تعیین می‌شود. اخیراً، در مطالعه [۲۶] نسخه اصلاح‌شده‌ای از روش‌های GLC و CC که به ترتیب MGLC و MCC نام‌گذاری شدند، توسعه داده شده است. در مطالعه مذکور نتایج نشان داد که در مقایسه با GLC و CC متعارف، روش‌های MGLC و MCC تخمین مناسبی از ماتریس کواریانس فراهم می‌کنند، زیرا با به کارگیری ماتریس قطری به عنوان ضرایب رابطه خطی، مقادیر ضریب متفاوتی برای تخمین هر سطر از ماتریس کواریانس نهایی استفاده می‌شود. روش‌های پیشنهادی مقاله [۲۶] (MGLC و MCC) منجر به کاهش خطای مکان‌یابی فعالیت مغز در مقایسه با GLC و CC متعارف گردید. در این مطالعه، عملکرد نسخه فضایی-زمانی روش LCMV (LCMVst) در طبقه‌بندی پاسخ‌های SSVEP به ازای استفاده از ۵ ماتریس کواریانس مختلف و تعداد مشاهدات محدود سنجیده می‌شود:

۱- ماتریس کواریانس $\hat{R}$

۲- ماتریس کواریانس حاصل از CC

۳- ماتریس کواریانس حاصل از GLC

۴- ماتریس کواریانس حاصل از MCC

۵- ماتریس کواریانس حاصل از MGLC

انتظار می‌رود در شرایط با مشاهدات محدود (زمان تحریک کوتاه)، ماتریس کواریانس‌های ۲ تا ۵ نسبت به ماتریس کواریانس $\hat{R}$ مقاوم‌تر و دقیق‌تر بوده و بتوانند عملکرد بهتری ارائه دهند. همچنین، انتظار می‌رود که روش‌های MCC و MGLC در مقایسه با روش‌های GLC و CC بتوانند برای سناریوهای SSVEP، ماتریس کواریانس مناسب و در نتیجه بردار وزن دقیق برای LCMV و در نهایت دقت طبقه‌بندی بهتر برای SSVEP را فراهم آورند.

در ادامه مقاله به شرح تمامی مواد و روش‌ها، توصیف مجموعه داده و روش‌های پیشنهادی طبقه‌بندی پاسخ SSVEP پرداخته می‌شود. سپس، نتایج به دست آمده به همراه بحث در بخش ۶-۳- ارائه خواهند شد. محدودیت‌های کار در بخش ۶-۴- ارائه خواهد شد. در انتها جمع‌بندی و مشخصات مراجع مورد استفاده فراهم می‌شوند.

۲- مواد و روش‌ها

در این کار، یک چارچوب جدید برای شناسایی خودکار پاسخ‌های SSVEP با استفاده از الگوریتم‌های شکل‌دهی پرتو ارائه می‌شود. همانطور که در بخش قبل ذکر شد، این مطالعه رویکردهای انقباضی را برای مقابله با اثرات طول داده محدود (یا زمان تحریک کوتاه) بر تخمین ماتریس کواریانس مورد استفاده در شکل‌دهنده پرتو LCMVst مرسوم معرفی می‌کند. تکنیک‌های CC، GLC، MGLC و MCC با ارائه تخمین دقیقی از ماتریس کواریانس، عملکرد طبقه‌بندی SSVEP را بهبود می‌بخشند. مزیت اصلی این الگوریتم‌ها این است که تمام پارامترهای مورد نیاز به صورت خودکار و تطبیقی در این روش‌ها تخمین زده می‌شوند. الگوریتم‌های MGLC و MCC نسخه‌های توسعه یافته روش‌های GLC و CC هستند که انتظار داریم تخمین بهتری از ماتریس کواریانس فراهم کرده و در نتیجه بردار وزن دقیق برای LCMVst فراهم کنند. در نهایت، با فراهم شدن بردار وزن دقیق در شکل‌دهنده پرتو LCMVst انتظار می‌رود که عملکرد بهتر برای طبقه‌بندی پاسخ‌های SSVEP به هنگام استفاده از تعداد نمونه محدود

کاربرد BCI را برای افراد سندرم قفل شده (LIS) محدود می‌کند، زیرا قادر به همگام شدن با روش‌های ارتباطی معمولی یا حتی رابط‌های رایانه‌ای-انسانی موجود نخواهند بود [۱۵].

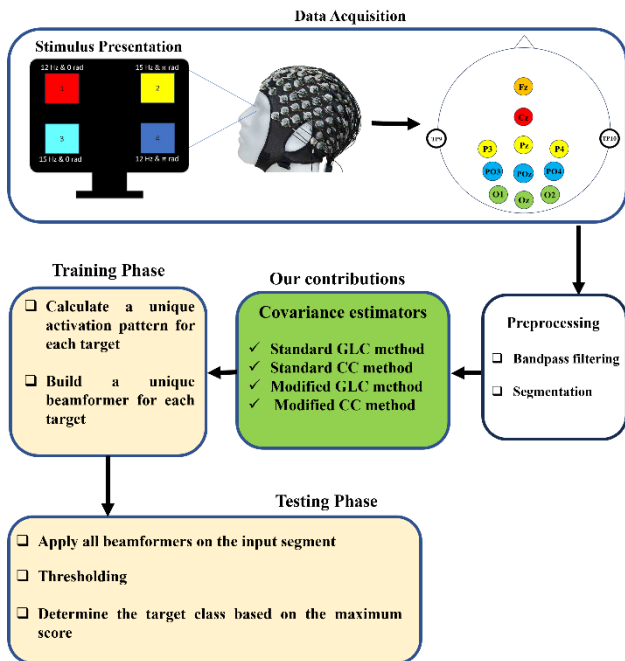
ژانگ و همکاران روش تحلیل مؤلفه‌ی همبسته را برای محاسبه فیلترهای فضایی با چندین بلوک از داده‌های آموزشی فردی و دستیابی به عملکرد طبقه‌بندی بهتر در سیستم‌های BCI مبتنی بر SSVEP، توسعه دادند [۱۶]. روش پیشنهادی آن‌ها با استفاده از طول پنجره ۰/۲ ثانیه، به میانگین دقت کمتر از ۴۰ درصد و میانگین ITR کمتر از ۱۰۰ بیت بر دقیقه دست یافت. نویسندگان در مطالعه [۱۷] نشان دادند که تحلیل مؤلفه‌ی همبسته (CORRCA) در شناسایی فرکانس هدف SSVEP عملکرد بهتری نسبت به CCA دارد. علاوه بر این، آن‌ها یک تکنیک دو مرحله‌ای جدید مبتنی بر رویکرد اصلی CORRCA معرفی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که به هنگام استفاده از کوتاه‌ترین پنجره زمانی، تکنیک TSCORRCA عملکرد بالایی (دقت متوسط ۴۵ درصد و نرخ انتقال اطلاعات تقریباً ۱۳۵ بیت بر دقیقه) را برای طبقه‌بندی پاسخ‌های SSVEP هدف ارائه می‌دهد. یوان و همکاران یک ساختار BCI جدید برای حل مشکل کم بودن تعداد دستورات BCI معرفی کردند [۱۸]. آن‌ها برای طبقه‌بندی پاسخ‌های SSVEP از روش فیلتربانک (FBCCA) و CCA و تکنیک‌های آستانه‌بندی جدید با فرکانس خاص استفاده کردند. در مطالعه آن‌ها، روش پیشنهادی مبتنی بر FBCCA می‌تواند در کوتاه‌ترین زمان تحریک (یعنی ۰/۸ ثانیه) به دقت متوسط ۸۵/۹۳ درصد دست یابد. ژائو و همکاران از یک شبکه عصبی کانولوشنال (CNN) و یک تکنیک طبقه‌بندی سریع چند هدفه برای طبقه‌بندی پاسخ‌های SSVEP در کاربردهای واقعیت افزوده استفاده کردند. آزمایش آن‌ها شامل نه هدف بود که هر کدام با یک فرکانس منحصر به فرد کدگذاری شده است. روش آن‌ها به ترتیب با مدت زمان محرک ۰/۵ و ۱ ثانیه به دقت متوسط ۶۷/۹۳ درصد و ۸۰/۸۳ درصد دست یافتند [۱۹]. نتایج مطالعات قبلی نشان می‌دهد که عملکرد الگوریتم‌های موجود تحت تأثیر شدید زمان تحریک کوتاه قرار دارد. در مطالعه [۲۰]، نویسندگان ثابت کرده‌اند که برای داده با طول کوتاه، الگوریتم‌های شکل‌دهنده پرتو^۴ واریانس کمینه با محدودیت خطی^۵ (LCMV) عملکرد بهتری نسبت به تکنیک‌های مبتنی بر CCA دارند که معمولاً برای روش SSVEP در نظر گرفته می‌شوند. با این وجود، ارائه نتایج طبقه‌بندی SSVEP قابل اعتماد با استفاده از طول محدود داده، یکی از چالش‌های تأثیرگذار برای محققان است. شکل‌دهنده پرتو یک فیلتر است که از ترکیب خطی سیگنال‌های EEG از تمام کانال‌ها برای استخراج پاسخ مورد نظر SSVEP استفاده می‌کند. برای ساخت یک شکل‌دهنده پرتو از ماتریس کواریانس داده $\hat{R}$ استفاده می‌شود. به هنگام استفاده از زمان تحریک کوتاه، تعداد نمونه‌های زمانی در دسترس کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه تخمین مناسب و پایداری از ماتریس کواریانس $\hat{R}$ فراهم نمی‌شود. بنابراین، برآورد مناسبی برای وزن‌های شکل‌دهنده فراهم نمی‌شود. از لحاظ ریاضی ثابت شده است که برای ارائه پرتو دقیق از ماتریس کواریانس، تعداد مشاهدات مستقل باید ۳ تا ۴ برابر تعداد الکترودها باشد [۲۱-۲۲]. بنابراین، اگر تعداد نمونه‌های زمانی مستقل چندین برابر تعداد کانال‌های EEG نباشد، دستیابی به برآورد مناسب از ماتریس کواریانس غیرممکن است. برای بهبود میزان مقاوم بودن LCMV در برابر کاهش تعداد نمونه زمانی، معمولاً از تکنیک بارگذاری قطری (DL) استفاده می‌شود [۲۳-۲۴]. با این حال، انتخاب مقدار بهینه برای فاکتور DL نیازمند دانش تخصصی است و همیشه یک مشکل چالش برانگیز بوده است. روش‌های انقباض، مانند ترکیب خطی کلی^۶ (GLC) و ترکیب محدب^۷

⁶ General linear combination

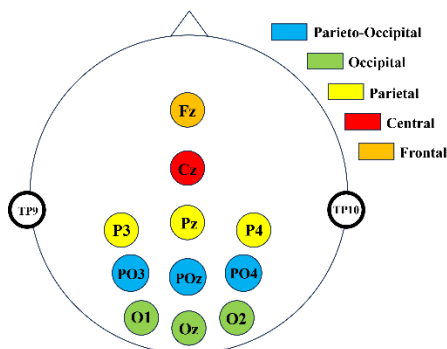
⁷ Convex combination

⁴ Beamformer

⁵ Linearly constrained minimum variance



شکل ۱- بلوک‌دیگرام پیشنهادی برای شناسایی خودکار پاسخ‌های SSVEP در یک سیستم BCI بصری.



شکل ۲- محل الکترودهای استفاده شده در مطالعه حاضر.

پنجره‌های زمانی کوتاه از سیگنال EEG، تعداد نمونه‌های زمانی در دسترس کاهش یافته و در نتیجه تخمین مناسبی از ماتریس کواریانس $\hat{R}$ فراهم نمی‌شود. برای محاسبه یک تخمین قوی از ماتریس کواریانس مورد استفاده در روش LCMVst، در این مطالعه از روش‌های GLC، CC، MGLC و MCC استفاده می‌شود. سپس، ماتریس کواریانس ساخته شده به جای ماتریس کواریانس $\hat{R}$ برای محاسبه بردار وزن شکل‌دهنده پرتو LCMVst استفاده می‌گردد تا عملکرد شکل‌دهنده پرتو برای طبقه‌بندی SSVEP بهبود یابد.

در روش SSVEP، هر هدف با ترکیبی منحصر به فرد از فرکانس و فاز کدگذاری می‌شود. علاوه بر این، پاسخ‌های EEG ثبت شده در هر ترکیب خاصی از فرکانس و فاز منحصر به فرد هستند [۸]. بنابراین برای هر هدف باید یک شکل‌دهنده پرتو منحصر به فرد طراحی شود. برای طراحی شکل‌دهنده پرتو، ابتدا باید الگوی فعال‌سازی برای هر هدف محاسبه گردد که در تخمین بردار وزن شکل‌دهنده پرتو استفاده می‌شود. در ادامه ابتدا به توضیح محاسبه الگوهای فعال‌سازی پرداخته شده و سپس شکل‌دهنده پرتو LCMV به همراه تخمین‌گرهای کواریانس GLC، CC، MGLC و MCC توضیح داده می‌شوند.

به‌دست آید.

فلوچارت رویکرد پیشنهادی برای شناسایی خودکار پاسخ‌های SSVEP در شکل ۱ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، در طرح ارائه شده، ابتدا سیگنال‌های EEG فیلتر می‌شوند و سپس به بخش‌های پشت سر هم و بدون هم‌پوشان تقسیم می‌شوند. سپس، چهار الگوی فعال‌سازی^۸ مختلف با توجه به فرکانس محرک هر هدف محاسبه شده و چهار شکل‌دهنده پرتو مختلف ساخته می‌شوند. در نهایت، مجموعه تست به هر یک از شکل‌دهنده‌های پرتو ساخته شده وارد می‌شوند. قابل ذکر است که مجموعه داده تست برای تمامی شکل‌دهنده‌های پرتو طراحی شده یکسان است. خروجی این فرآیند به یک فیلتر بیشینه برای طبقه‌بندی پاسخ‌های SSVEP وارد می‌شود.

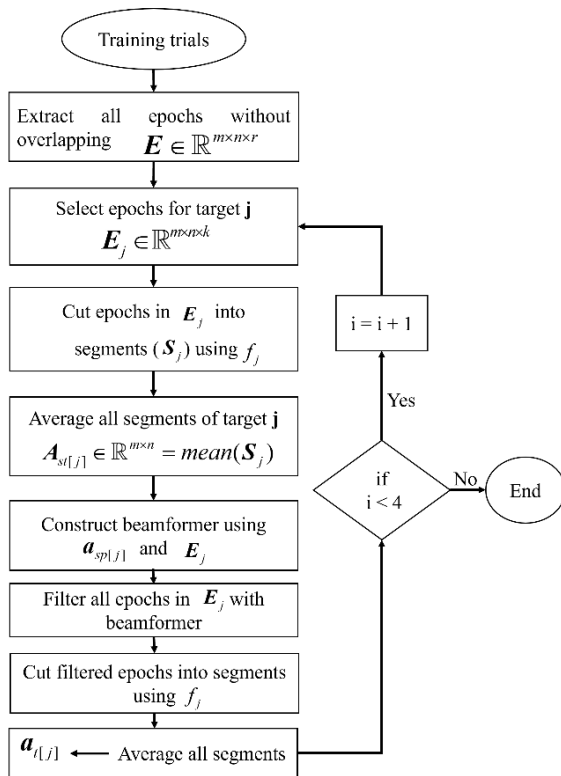
۲-۱- داده EEG

در این مطالعه، از یک مجموعه داده EEG که از ۲۰ نفر با فرکانس نمونه‌برداری ۲۰۴۸ هرتز توسط دستگاه BioSemi Active Two جمع‌آوری شده است، استفاده می‌شود [۲۰]. مجموعه الکترودهای استفاده شده در این مطالعه در شکل ۲ نمایش داده شده است. محرک‌ها شامل چهار هدف مربعی (هر هدف یک رنگ منحصر به فرد دارد) هستند که بر روی نمایشگر LCD با نرخ نوسازی صفحه نمایش و وضوح تصویر به ترتیب ۶۰ هرتز و 1920×1200 نمایش داده شده‌اند. در این آزمایش، چهار هدف مختلف در ترکیبی از فرکانس‌ها و فازها به ترتیب (۱۲ هرتز، ۰ رادیان)، (۱۵ هرتز، π رادیان)، (۱۲ هرتز، π رادیان)، و (۱۵ هرتز، ۰ رادیان) سوسو زدند. هر کدام از اهداف ۱۵ بار به عنوان کلاس هدف نشانه‌گذاری شده است. بنابراین، $60 \times 4 = 240$ (۱۵ × ۴) تریال (trial) ثبت شده است. سیگنال‌های EEG ثبت شده با استفاده از فیلتر مرتبه چهارم باترورث با فرکانس‌های قطع پایین و بالا به ترتیب ۵ و ۲۰ هرتز فیلتر شدند. سپس، در هر trial، فقط داده‌های مربوط به زمانی که اهداف سوسو می‌زنند (حاوی ۵ ثانیه داده EEG) حفظ می‌شود و داده‌های سایر مراحل (مانند مرحله نمایش نشانه) حذف می‌شود. بنابراین، ۶۰ بخش پنج ثانیه‌ای برای هر شرکت‌کننده استخراج و برای تجزیه و تحلیل بعدی ذخیره شد. علاوه بر این، فرکانس نمونه‌برداری به ۱۲۸ هرتز کاهش یافت. اطلاعات بیشتر در مورد سناریوی تحریک و مجموعه داده‌ها را می‌توان در [۲۰] یافت.

در تقسیم سیگنال EEG به پنجره‌های متوالی و بدون همپوشانی، طول پنجره‌ها بر اساس فرکانس تحریک انتخاب می‌شود. در این مجموعه داده از دو فرکانس مختلف ۱۲ و ۱۵ هرتز برای کدگذاری اهداف استفاده شده است. از این رو، دو طول پنجره مختلف شامل ۸۳ میلی‌ثانیه (هرتز $1/12 = 83$ میلی‌ثانیه) و ۶۷ میلی‌ثانیه (هرتز $1/15 = 67$ میلی‌ثانیه) محاسبه شد. بنابراین، طول اولیه پنج ثانیه در هر بخش به دو طول پنجره مختلف ۸۳ میلی‌ثانیه و ۶۷ میلی‌ثانیه کاهش یافته است. سپس میانگین پنجره‌های EEG اهداف به‌صورت جداگانه محاسبه شد. میانگین‌های محاسبه شده برای محاسبه الگوهای فعال‌سازی در ادامه استفاده می‌شود.

۲-۲- شکل‌دهنده پرتو

به هنگام استفاده از زمان تحریک کوتاه، روش شکل‌دهنده پرتو که یک رویکرد پیشرفته است از سایر روش‌ها مانند CCA و نسخه‌های توسعه یافته آن بهتر عمل می‌کند [۲۰]. عملکرد شکل‌دهنده پرتو مرسوم، به طور قابل توجهی به تخمین ماتریس کواریانس بستگی دارد. همانطور که قبلاً ذکر شد، برای طول



شکل ۳- فلوجارت نحوه محاسبه الگوهای فعال سازی فضایی (\$a_{sp}\$)، زمانی (\$a_t\$) و فضایی-زمانی (\$a\$) با استفاده از سیگنال های EEG.

که $a^T \in \mathbb{R}^{1 \times (mn)}$ الگوی فعال سازی فضایی-زمانی است که از کنار هم قرار دادن سطرهاي ماتریس A_{st} به دست آمده است. علاوه بر این، $\hat{R} \in \mathbb{R}^{(mn) \times (mn)}$ ماتریس کواریانس X^T است. در نهایت، شکل دهنده پرتو فضایی-زمانی $W \in \mathbb{R}^{(mn) \times 1}$ به صورت فرمول (۷) به پنجره های زمانی سیگنال EEG اعمال می شود:

$$y = sW \quad (7)$$

که در آن $s \in \mathbb{R}^{1 \times (mn)}$ یک برداری است که از کنار هم قرار دادن سطرهاي پنجره زمانی سیگنال EEG (یعنی S) ساخته شده است. در این تحقیق، از فرم فضایی-زمانی شکل دهنده پرتو LCMV استفاده می شود که در ادامه مقاله با عنوان LCMVst ارائه می گردد.

شکل دهنده پرتو LCMVst با R_{GLC}

الگوریتم انقباض و انواع توسعه یافته آن برای فراهم کردن تخمین مناسب ماتریس کواریانس به هنگام محدود بودن تعداد نمونه های در دسترس پیشنهاد شده اند [۲۵-۲۶]. در این روش ها، ترکیبی خطی از ماتریس کواریانس داده ($\hat{R}$) و ماتریس ثابت (غیر تصادفی با نام R_0) برای تخمین ماتریس کواریانس بهتر استفاده می شود. در تخمین گرهای GLC، CC، MGLC و MCC، $R_0 = I$

در نظر گرفته می شود. در رابطه مذکور I ماتریس همانی است. در روش GLC، R_{GLC} با استفاده از رابطه (۸) محاسبه می شود:

$$R_{GLC} = \alpha R_0 + \beta \hat{R} \quad (8)$$

که α و β پارامترهای R_{GLC} هستند که با کمینه کردن مربعات خطای (MSE) موجود بین R_{GLC} و ماتریس کواریانس واقعی R به دست می آیند:

الگوهای فعال سازی

از آنجایی که هر ترکیب فاز-فرکانس پاسخ EEG خاصی را در مغز برمی انگیزد، باید الگوهای فعال سازی برای هر هدف $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ به طور جداگانه محاسبه شود. نحوه محاسبه الگوهای فعال سازی در شکل ۳ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می شود، ابتدا همه بخش های مربوط به اهداف مختلف از سیگنال های EEG استخراج می شود. سپس، برای هدف j -ام بخش های متناظر با آن یعنی $E_j \in \mathbb{R}^{m \times n \times r}$ جدا می شود. در اینجا، m ، n و r به ترتیب تعداد الکترودها، نمونه ها و تعداد تریال ها را نشان می دهند. در مرحله بعدی، برای هر یک از اهداف تریال های E_j متناسب با فرکانس تحریک f_j هدف j -ام به پنجره های کوچک تقسیم می شود. سپس، ماتریس $A_{st[j]} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ با میانگین گیری پنجره های زمانی به دست می آید. ستونی از ماتریس $A_{st[j]}$ که در آن الکتروود OZ به حداکثر مقدار خود می رسد، به عنوان الگوی فعال سازی فضایی ($a_{sp[j]}$) در نظر گرفته می شود:

$$a_{sp[j]} = A_{st[j]}[:, \max_{index}] \quad (9)$$

$$\max_{index} = \arg \max_{index} A_{st[j]}[Oz, index] \quad (10)$$

ماتریس کواریانس ($\hat{R}_j$) با استفاده از E_j تخمین زده می شود. سپس، همه بخش های E_j با استفاده از شکل دهنده پرتوی که از $a_{sp[j]}$ و $\hat{R}_j$ ساخته شده اند به صورت فضایی فیلتر شدند. بخش های فیلتر شده دوباره پنجره بندی می شود. در نهایت، الگوی فعال سازی زمانی ($a_{t[j]}$) با میانگین گیری بخش های فیلتر شده محاسبه می شود (شکل ۳).

شکل دهنده پرتو LCMVst با $\hat{R}$

شکل دهنده پرتو LCMV یک بردار وزن فضایی ($W_{sp} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$) را با استفاده از کمینه کردن واریانس در خروجی شکل دهنده پرتو $W_{sp}^T S$ که بالاوند T نماد ترانپوذه است) و حفظ همزمان سیگنال دریافتی مورد نظر به دست می آورد:

$$\arg \min_{W_{sp}} W_{sp}^T S (W_{sp}^T S)^T \Rightarrow \arg \min_{W_{sp}} W_{sp}^T \hat{R}_{sp} W_{sp} \quad (11)$$

که $S \in \mathbb{R}^{m \times n}$ یک پنجره از سیگنال EEG و $\hat{R}_{sp} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ماتریس کواریانس فضایی است. برای حفظ سیگنال مورد نظر، در روش LCMV از محدودیت خطی (۴) در فرآیند بهینه سازی استفاده می شود:

$$W_{sp}^T S = 1 \quad (12)$$

که $a_{sp} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ الگوی فعال سازی فضایی است. برای حل معادله (۳) با در نظر گرفتن محدودیت (۴) روش لاگرانژ معادله (۵) را برای فیلتر فضایی W_{sp} مانند زیر فراهم می کند:

$$W_{sp} = \frac{\hat{R}_{sp}^{-1} a_{sp}}{a_{sp}^T \hat{R}_{sp}^{-1} a_{sp}} \quad (13)$$

والیت و همکاران شکل توسعه یافته ای از شکل دهنده فضایی به نام شکل دهنده فضایی-زمانی (یعنی LCMVst) را توسعه دادند [۲۷]. فرض کنید که $X \in \mathbb{R}^{r \times (mn)}$ ماتریسی را نشان می دهد که در آن سطر j -ام از کنار هم قرار دادن سطرهاي E_j ($j = 1, 2, \dots, r$) ساخته شده است. فرم فضایی-زمانی شکل دهنده پرتو LCMV را به صورت فرمول (۶) پیاده سازی می شود [۲۷]:

$$W = \frac{\hat{R}^{-1} a}{a^T \hat{R}^{-1} a} \quad (14)$$

شکل دهنده پرتو LCMVst با R_{MGLC}

در روش های GLC و CC، ضرایب (α, β) اسکالر هستند، در نتیجه، مقدار مساوی α برای همه سطرهای R_0 و مقدار مساوی β برای همه سطرهای R مورد استفاده قرار می گیرند. در مقاله [۲۷]، MGLC و MCC به منظور اعمال مقادیر ضرایب مختلف برای سطرهای R_0 و سطرهای R توسعه داده شد. در روش های MGLC و MCC از $\alpha \odot I$ و $\beta \odot I$ به عنوان ضرایب ترکیب خطی استفاده می شود که در آن $\odot$ نماد ضرب درآیه به درآیه Hadamard و α و β ماتریس های مربعی کامل (و نه قطری) هستند [۲۶]. با این کار ضرایب ماتریس های R_0 و R ماتریس قطری خواهند شد. اکنون، مشتق گرفتن از MSE اصلاح شده نسبت به α و β ضرایب بهینه به فرم ماتریس قطری یعنی $\alpha \odot I$ و $\beta \odot I$ را فراهم می آورد. برای محاسبات مربوط به ضرب Hadamard در طول فرآیند بهینه سازی با روش MSE، باید از خواص زیر برای ضرب Hadamard استفاده شود:

$$\frac{\partial}{\partial A} \text{Tr}(C(A \odot B)D) = B \odot (DC)^T \quad (23)$$

و

$$\frac{\partial}{\partial A} \text{Tr}(C(A \odot B)(A \odot B)^T D) = B \odot ((DC)^T + (DC))(A \odot B) \quad (24)$$

که A, B, C و D ماتریس های متقارن مربعی حقیقی هستند. با به دست آوردن ماتریس کواریانس های اصلاح شده، تخمین دقیق تری از ماتریس کواریانس داده ها فراهم خواهد شد که به نوبه خود عملکرد LCMVst نیز بهبود خواهد داد. ماتریس کواریانس برآورد شده توسط MGLC را می توان به صورت معادله (۲۳) نوشت:

$$R_{MGLC} = (\alpha \odot I)R_0 + (\beta \odot I)\hat{R} \quad (23)$$

MSE مربوط به MGLC به صورت معادله (۲۴) قابل بیان است:

$$\text{MSE}(R_{MGLC}) = \min_{\alpha \odot I, \beta \odot I} E\{\|R_{MGLC} - R\|^2\} \quad (24)$$

با کمینه کردن معادله (۲۴) نسبت به α و ثابت در نظر گرفتن β ، تخمین $\alpha \odot I$ را می توان به صورت معادله (۲۵) به دست آورد:

$$\alpha \odot I = (I \odot R_0 R_0^T)^{-1} (I - (\beta \odot I)(I \odot R R_0^T)) \quad (25)$$

با وارد کردن $\alpha \odot I$ در معادله (۲۴) و مشتق از معادله حاصل شده نسبت به $\beta \odot I$ ، عبارت معادله (۲۶) برای $\beta \odot I$ به دست می آید:

$$\beta \odot I = \gamma / (\gamma + \hat{\rho}) \quad (26)$$

که

$$\gamma = \frac{(I \odot R_0 R_0^T)(I \odot R R^T)(I \odot R_0 R_0^T)}{(I \odot R_0 R_0^T)^2} - \frac{(I \odot R_0 R_0^T)(I \odot R R^T)(I \odot R R^T)}{(I \odot R_0 R_0^T)^2} \quad (27)$$

و

$$\hat{\rho} = \frac{1}{(nm)^2} \sum_{i=1}^{nm} (I \odot (X(i)X(i)^T)^2) - \frac{(I \odot (\hat{R}\hat{R}^T))}{nm} \quad (28)$$

$$\text{MSE}(R_{GLC}) = \min_{\alpha, \beta} E\{\|R_{GLC} - R\|^2\} \quad (9)$$

که E نماد امید ریاضی، $\| \cdot \|$ نرم اقلیدسی مرتبه ۲ و $R = E\{XX^T\}$ ممان مرتبه دوم داده است که در عمل وجود ندارد و با استفاده از رابطه (۱۰) تخمین زده می شود:

$$\hat{R} = \frac{1}{nm} \sum_{i=1}^{nm} X(i)X(i)^T \quad (10)$$

با کمینه کردن معادله (۹) نسبت به α و ثابت در نظر گرفتن β ، تخمین α را می توان با معادله (۱۱) به دست آورد:

$$\alpha = (1 - \beta) \text{tr}(R_0 R) / \|R_0\|^2 \quad (11)$$

با وارد کردن α در معادله (۹) و مشتق از معادله حاصل شده نسبت به β ، عبارت معادله (۱۲) برای β به دست می آید:

$$\beta = \gamma / (\gamma + \rho) \quad (12)$$

$$\gamma = \|R\|^2 - \frac{(\text{Tr}(R_0 R))^2}{\|R_0\|^2} \quad (13)$$

$$\rho = E\{\|\hat{R} - R\|^2\} \quad (14)$$

Tr مجموع عناصر قطر اصلی ماتریس مربعی است. همچنین، معادله (۱۴) با استفاده از رابطه (۱۵) تخمین زده می شود:

$$\hat{\rho} = \frac{1}{(nm)^2} \sum_{i=1}^{nm} \text{Tr}(X(i)X(i)^T)^2 - \frac{1}{nm} \|\hat{R}\|^2 \quad (15)$$

در نهایت، بردار وزن مبتنی بر GLC را می توان توسط معادله (۱۶) بیان کرد:

$$W_{GLC} = \frac{R_{GLC}^{-1} a}{a^T R_{GLC} a} \quad (16)$$

شکل دهنده پرتو LCMVst با R_{CC}

یکی دیگر از روش های انقباضی، روش CC است. در این روش، رابطه (۸) به صورت رابطه (۱۷) بازنویسی می شود:

$$R_{CC} = \alpha R_0 + (1 - \alpha)\hat{R} \quad (17)$$

که α پارامتر R_{CC} است که با MSE موجود بین R_{CC} و ماتریس کواریانس واقعی R به دست می آید:

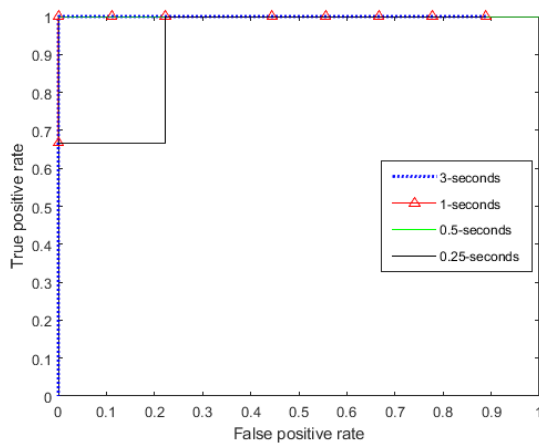
$$\text{MSE}(R_{CC}) = \min_{\alpha} E\{\|R_{CC} - R\|^2\} \quad (18)$$

با کمینه کردن معادله (۱۸) نسبت به α ، تخمین α را می توان مانند معادله (۱۹) به دست آورد:

$$\alpha = \frac{\rho}{\rho + \|R - R_0\|^2} \quad (19)$$

در نهایت، بردار وزن مبتنی بر CC را می توان به صورت معادله (۲۰) بیان کرد:

$$W_{CC} = \frac{R_{CC}^{-1} a}{a^T R_{CC} a} \quad (20)$$



شکل ۴ نمودار ROC برای زمان‌های تحریک مختلف و روش پیشنهادی MGLC.

این فرآیند چهار مقدار مختلف (یکی برای هر طبقه‌بند) برای هر پنجره زمانی ارائه می‌دهد. از میان چهار زیر طبقه‌بند، طبقه‌بندی که دارای بالاترین مقدار خروجی است، برجسب خروجی آن، کلاس پنجره زمانی سیگنال EEG را تعیین می‌کند. تمام تحلیل‌ها برای هر فرد به طور جداگانه انجام شد. دقت و ITR از مهمترین و رایج‌ترین معیارهایی هستند که برای ارزیابی عملکرد سیستم‌های BCI مورد استفاده قرار می‌گیرند. معیار ITR به صورت ریاضی با استفاده از معادله (۳۴) محاسبه می‌شود:

$$ITR = \left(\log_2(M) + P \log_2(P) + (1-P) \log_2 \left(\frac{1-P}{M-1} \right) \right) \times \left(\frac{60}{T} \right) \quad (34)$$

که P نشان‌دهنده دقت طبقه‌بندی، T زمان انتخاب هدف و M تعداد اهداف هستند. در کار حاضر ۵/۰ ثانیه برای زمان تعویض نگاه شرکت‌کننده در نظر گرفته شد.

۳- نتایج

همانطور که در بخش‌های قبلی ذکر شد، در این مطالعه دو شکل‌دهنده پرتو جدید برای شناسایی و طبقه‌بندی پاسخ‌های SSVEP معرفی شد. لازم به ذکر است که این مطالعه برای اولین بار میزان مفید بودن تخمین‌گرهای فوقی ماتریس کواریانس شامل روش‌های MGLC و MCC را در حوزه سیستم‌های BCI مبتنی بر SSVEP بررسی می‌کند. در یک مدل مبتنی بر شکل‌دهی پرتو، عملکرد طبقه‌بندی وابسته به نحوه محاسبه الگوی فعال‌سازی است. الگوهای فعال‌سازی فضایی و فضایی-زمانی برای فرد چهارم در شکل ۶ نمایش داده شده است. در این شکل، هر ردیف الگوهای فعال‌سازی یک هدف خاص را نمایش می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود، الگوهای فعال‌سازی محاسبه شده (شامل الگوی فضایی-زمانی و فضایی) برای هر یک از اهداف متفاوت و منحصر به فرد است. الگوهای فعال‌سازی زمانی رسم شده در شکل ۷ نیز نشان می‌دهد که هر یک از اهداف الگوی زمانی منحصر به فردی دارند. در نتیجه، طراحی یک شکل‌دهنده منحصر به فرد با استفاده از رابطه (۲۹) برای هر یک از اهداف امری ضروری است. با بررسی الگوهای فعال‌سازی فضایی رسم شده در شکل ۶ می‌توان متوجه شد که الگوهای ناحیه پس‌سری نسبت به الگوهای سایر نواحی پوست سر دارای اطلاعات بیشتری هستند. به عبارتی دیگر، الگوهای ناحیه پس‌سری اطلاعات بیشتری برای شناسایی پاسخ‌های SSVEP اهداف دارند. علاوه بر این، الگوهای فعال‌سازی زمانی برای افراد مختلف

از آنجایی که R در شرایط عملی در دسترس نیست، در معادلات (۲۵) و (۲۷) از $\hat{R}$ به جای R استفاده می‌شود. در نهایت، بردار وزن مبتنی بر MGLC را می‌توان به صورت معادله (۲۹) بیان کرد:

$$W_{MGLC} = \frac{R_{MGLC}^{-1}a}{a^T R_{MGLC} a} \quad (29)$$

استفاده از $\alpha \odot I$ ، نویز ناهمسان را برای تخمین ماتریس کواریانس داده‌ها فراهم می‌کند [۲۶]. در نظر گرفتن نویز ناهمسان که در آن واریانس نویز بین الکترودها متفاوت است، به ویژه برای داده‌های EEG منطقی‌تر است. نویز بین الکترودها ممکن است به دلیل وجود الکترودهای بد یا وجود نویز غیریکنواخت در بین الکترودها متفاوت باشد.

شکل‌دهنده پرتو LCMVst با R_{MCC}

یکی دیگر از روش‌های انقباضی توسعه داده شده روش MCC است که در آن رابطه (۲۳) به صورت رابطه (۳۰) بازنویسی می‌شود:

$$R_{MCC} = (\alpha \odot I)R_0 + (I - (\alpha \odot I))\hat{R} \quad (30)$$

که $\alpha \odot I$ پارامتر R_{MCC} است و با MSE موجود بین R_{MCC} و ماتریس کواریانس واقعی R به دست می‌آید:

$$MSE(R_{MCC}) = \min_{\alpha \odot I} E\{\|R_{MCC} - R\|^2\} \quad (31)$$

با کمینه کردن معادله (۳۱) نسبت به $\alpha \odot I$ ، تخمین $\alpha \odot I$ را می‌توان طبق معادله (۳۲) به دست آورد:

$$\alpha \odot I = \frac{\hat{p}}{\hat{p} + I \odot (R - R_0)^2} \quad (32)$$

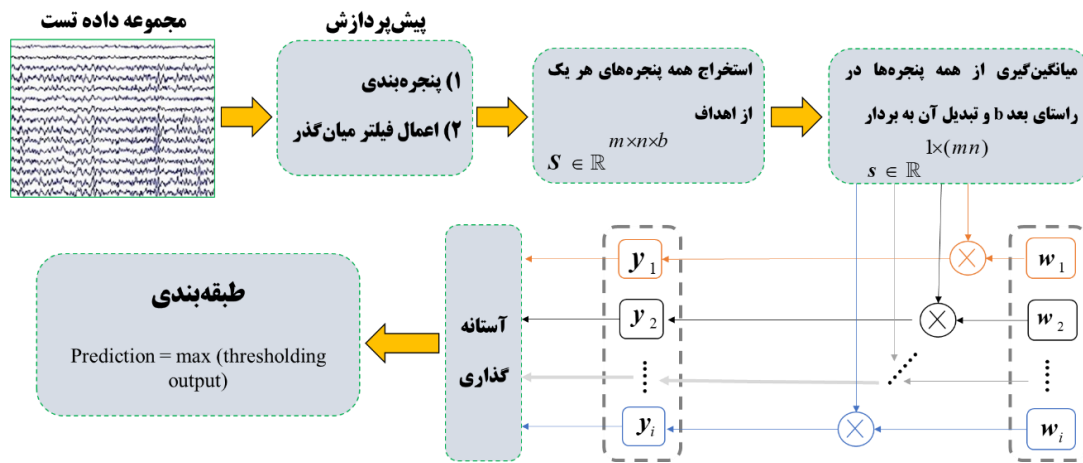
در نهایت، بردار وزن مبتنی بر MCC را می‌توان به صورت معادله (۳۳) بیان کرد:

$$W_{MCC} = \frac{R_{MCC}^{-1}a}{a^T R_{MCC} a} \quad (33)$$

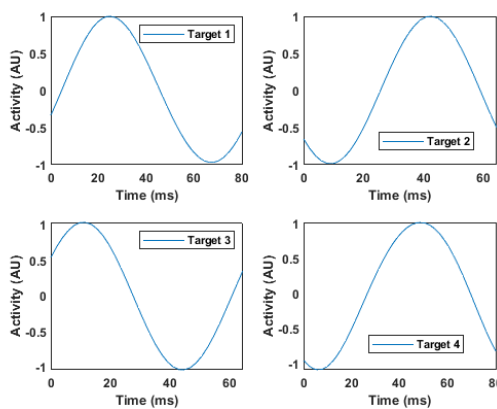
همانند MGLC، MCC هم با استفاده از $\alpha \odot I$ نویز ناهمسان را برای تخمین ماتریس کواریانس داده‌ها فراهم می‌کند. در ادامه مقاله، LCMVst-های فضایی-زمانی مبتنی بر GLC، CC، MGLC و MCC به ترتیب LCMVst-GLC، LCMVst-CC، LCMVst-MGLC، LCMVst-MCC نامیده می‌شوند.

۳-۲- طبقه‌بندی

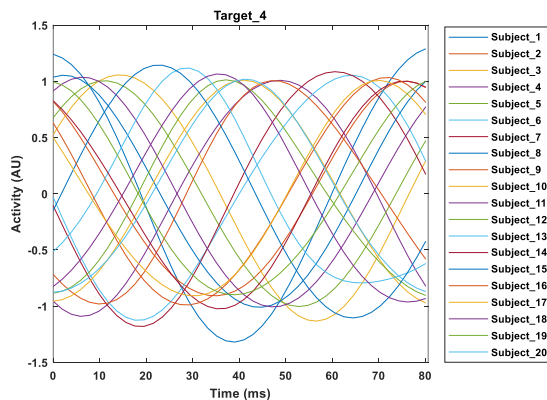
آموزش طبقه‌بند مبتنی بر شکل‌دهنده پرتو شامل ساختن شکل‌دهنده و آموزش زیر طبقه‌بندها می‌شود. خروجی شکل‌دهنده‌ها به عنوان بردار ویژگی در نظر گرفته می‌شود. طبقه‌بندی باینری با اعمال یک آستانه بر روی بردار ویژگی به منظور جداسازی بخش‌های هدف (کلاس مثبت) از بخش‌های غیر هدف (کلاس منفی) انجام می‌شود. در مرحله آموزش، برای هر یک از زیر طبقه‌بندها، مقدار آستانه بهینه با استفاده از معیار ROC و روش اعتبارسنجی متقابل پنج فولد محاسبه می‌شود. به عنوان مثال نمودار ROC برای ۴ طول پنجره مختلف در شکل ۴ نمایش داده شده است. مقدار آستانه بر اساس نقطه کاری در نمودار ROC انتخاب می‌شود. همانطور که در شکل ۵ نمایش داده شده است، برای طبقه‌بندی پنجره‌های زمانی سیگنال EEG، هر یک از چهار طبقه‌بند به طور مستقل به پنجره‌های (به دست آمده پس از پیش‌پردازش) زمانی اعمال می‌شود.



شکل ۵: بلوک دیاگرام فرآیند طبقه بندی و پیش بینی برچسب داده تست.

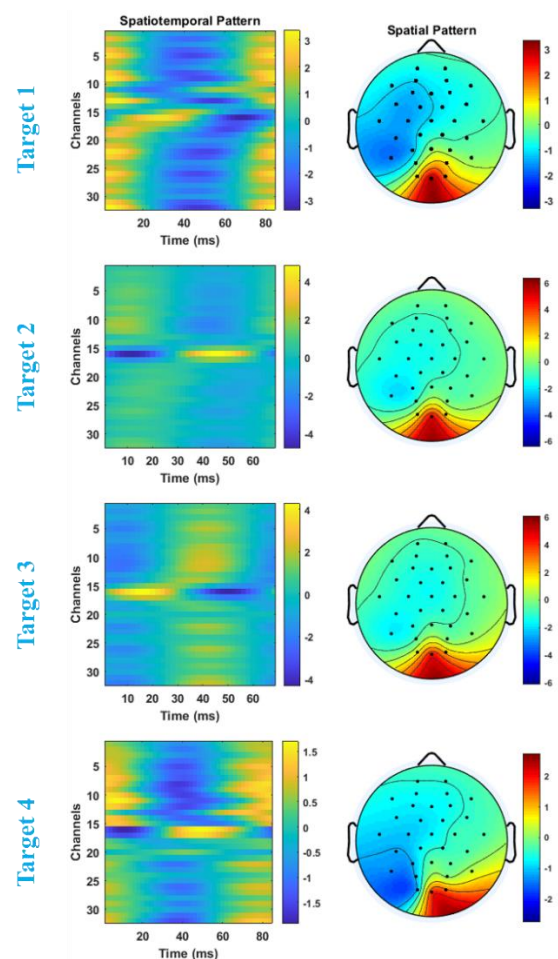


شکل ۷- الگوهای زمانی به دست آمده برای چهار هدف مختلف با استفاده از داده فرد چهارم.



شکل ۸- الگوهای زمانی اهداف مختلف. سیگنال های EEG همه افراد برای محاسبه الگوهای زمانی هدف چهارم استفاده شده است. هر خط با رنگ متفاوت نشان دهنده الگوی زمانی یک فرد خاص است.

استفاده از زمان تحریک کوتاه (طول پنجره زمانی کوتاه یا تعداد نمونه کم) دارای مزیت های افزایش سرعت سیستم BCI، کاهش خستگی ذهنی و چشمی و کاهش زمان کالیبراسیون سیستم BCI است. با این وجود، کاهش زمان تحریک منجر به کاهش عملکرد همه روش های موجود در ادبیات BCI می شود. با در نظر گرفتن این واقعیت، مزیت اصلی الگوریتم های مبتنی بر شکل دهی پرتو این است که می توانند به میانگین دقت طبقه بندی بالا و میانگین ITR بالا



شکل ۹- الگوهای فعال سازی فضایی (ستون راست) و الگوهای فعال سازی فضایی-زمانی (ستون چپ) برای فرد چهارم. هر ردیف مربوط به یک هدف متفاوت است.

در شکل ۸ رسم شده است که نشان می دهد الگوهای فعال سازی به شدت وابسته به فرد است. بر اساس نتایج به دست آمده، در این مطالعه برای هر فرد یک گروه منحصر به فردی از شکل دهنده های پرتو (در هنگام ساخت هر کدام از الگوهای فعال سازی متفاوتی استفاده شده است) طراحی و ساخته شد. به همین دلیل، در این مطالعه عملکرد روش های ارائه شده برای هر فرد به طور جداگانه ارزیابی می شود.

الکتروند مختلف شامل مجموعه ۱۰-تایی (شکل ۲) و مجموعه سه تایی (الکترودهای OZ، O1 و O2) بر روی عملکرد شکل‌دهنده‌های پرتو مختلف نمایش داده شده است. در شکل مذکور به ازای هر طول پنجره میانگین دقت طبقه‌بندی برای ۲۰ شرکت کننده محاسبه و گزارش شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، در همه شکل‌دهنده‌های پرتو بررسی شده (شامل شکل‌دهنده‌های پرتو LCMVst در پنجره چپ، LCMVs-CC در پنجره وسط و LCMVst-GLC در پنجره راست) به هنگام استفاده از کوتاه‌ترین زمان تحریک، بیشترین میانگین دقت طبقه‌بندی برای مجموعه سه تایی به‌دست آمده است. در مجموع، به هنگام استفاده از هر دو مجموعه الکتروند مذکور و همچنین به ازای همه مقادیر زمان‌های تحریک، کمترین مقدار میانگین دقت طبقه‌بندی با استفاده از شکل‌دهنده پایه LCMVst به‌دست می‌آید. نتایج نشان داد که می‌توان با انتخاب الکترودهای موثر در عین کاهش پیچیدگی محاسباتی (با کاهش تعداد الکترودها) عملکرد روش‌های مبتنی بر شکل‌دهنده پرتو را بهبود داد. عملکرد روش‌های ارائه شده با استفاده از معیار ITR و نمودار جعبه‌ای مقایسه و نتایج در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در همه روش‌ها بیشترین مقدار ITR به هنگام استفاده از کمترین زمان تحریک به‌دست آمده است. این نتیجه بیان‌کننده علت علاقمندی پژوهشگران در مطالعات قبلی به کاهش زمان تحریک (که دارای سایر مزیت‌ها مانند کاهش خستگی ذهنی و افزایش سرعت سیستم BCI) است. همچنین، به هنگام استفاده از کمترین طول پنجره زمانی بیشترین میانگین ITR به وسیله روش LCMVst-GLC به‌دست آمده است. با این وجود، کمترین مقدار ITR به وسیله شکل‌دهنده پایه LCMVst به‌دست می‌آید.

تفاوت بین عملکرد روش‌های مختلف از نظر آماری با استفاده از دستور ttest2() به ازای طول پنجره‌های زمانی مختلف مقایسه و نتایج در جدول ۲ گزارش شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، به ازای تعداد نمونه‌های زمانی کمتر تفاوت قابل توجهی ($p\text{-value} < 0.001$) بین عملکرد روش‌های ارائه شده و شکل‌دهنده LCMVst وجود دارد. با این وجود، با افزایش طول پنجره زمانی میزان تفاوت بین عملکرد روش‌های مختلف کاهش می‌یابد.

در مطالعات قبلی گزارش شده است که به هنگام استفاده از زمان تحریک کوتاه، نسخه توسعه یافته روش تحلیل همبستگی کانونی دارای عملکرد مناسبی در مقایسه با سایر فیلترهای فضایی است. در این مطالعه، عملکرد شکل‌دهنده‌های پرتو پیشنهادی شامل LCMVst-MGLC و LCMVst-MCC با روش مذکور مقایسه شد و نتایج در شکل ۱۱ نمایش داده شد. همانطور که مشاهده می‌شود، به هنگام استفاده از زمان تحریک کوتاه، روش‌های پیشنهادی دارای عملکرد بهتری در مقایسه با نسخه توسعه یافته روش CCA هستند.

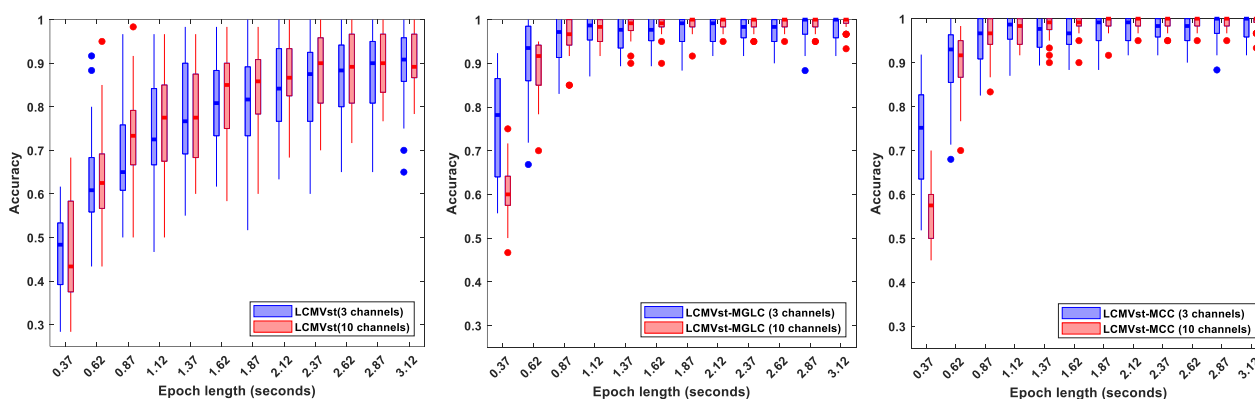
یکی دیگر از معیارهای مقایسه عملکرد پنج روش مورد بررسی در این مقاله می‌تواند پیچیدگی محاسباتی این روش‌ها باشد. برای محاسبه پیچیدگی، با توجه به بزرگ بودن مقدار nm، از (nm) در مقایسه با $(nm)^2$ و از $(nm)^2$ در مقایسه با $(nm)^3$ صرف‌نظر می‌شود. بر این اساس، پیچیدگی محاسباتی برای LCMVst، LCMVst-GLC، LCMVst-CC، LCMVst-MGLC و LCMVst-MCC به ترتیب برابر با $o((nm)^2(2r-1))$ ، $o((nm)^2(2r+5))$ ، $o((nm)^2(2r+4))$ و $o(6(nm)^3)$ و $o(4(nm)^3)$ می‌باشند. پیچیدگی بسیار بیشتر دو روش MGLC و MCC به دلیل محاسبه ضرایب به فرم ماتریسی و وجود عبارت‌هایی همچون $IORR_0^T$ ، $IORR_0^T$ و $IORR_0^T$ می‌باشند. برای کاهش بار محاسباتی می‌توان این نکته را در نظر گرفت که در هر مورد اشاره شده فقط نیاز به عناصر قطری عبارت‌های سمت راست عملگر $\odot$ می‌باشد و در نتیجه به جای محاسبه همه عناصر عبارت سمت راست عملگر $\odot$ فقط کافی است عناصر قطر اصلی آن عبارت محاسبه گردند. با به کار گیری این نکته می‌توان بار محاسباتی را به طور قابل توجهی کاهش داد.

(یا سرعت بالای سیستم BCI) در طول پنجره زمانی کوتاه دست یابند. در نتیجه، می‌توان نتیجه گرفت که روش‌های پیشنهادی می‌توانند کاربران را قادر به انتقال سریع دستورات خود در کاربردهای مختلف در دنیای واقعی کنند. همچنین، استفاده از طول پنجره کوتاه برای توسعه سیستم‌های بلادرنگ و پیاده‌سازی روش‌ها بر روی دستگاه‌های قابل حمل و کم هزینه بسیار مفید است. در این مطالعه، عملکرد همه روش‌های پیاده‌سازی شده به ازای زمان‌های تحریک مختلف بررسی و نتایج در جدول ۱ گزارش شده است. نتایج ارائه شده در جدول ۱ نشان داد که بهترین و بدترین میانگین دقت طبقه‌بندی به ترتیب برای بزرگترین و کوتاه‌ترین طول پنجره زمانی به‌دست می‌آید. لازم به ذکر است که این نتایج در نرخ نمونه‌برداری ۱۲۸ هرتز و با استفاده از ۳ کانال OZ، O1 و O2 به‌دست آمده است. همانطور که در جدول ۱ می‌توان مشاهده کرد، حداقل ۰/۵ ثانیه برای زمان تحریک لازم است تا روش‌های پیشنهادی (شامل LCMVst-MGLC و LCMVst-MCC) میانگین دقت بالای ۹۰ درصد را فراهم کنند. به ازای مقادیر مختلف برای طول پنجره زمانی، عملکرد روش‌های ارائه شده در این مطالعه بهتر از عملکرد شکل‌دهنده پرتو پایه (یعنی روش LCMVst) است. قابل ذکر است که به هنگام استفاده از کوتاه‌ترین زمان تحریک، ۰/۲۵ ثانیه، شکل‌دهنده‌های پرتو پیشنهادی LCMVst-MGLC و LCMVst-MCC میانگین دقت طبقه‌بندی را به ترتیب به اندازه ۲۹/۲۵ درصد و ۲۷/۰۸ درصد بهبود می‌دهند. نتایج نشان می‌دهد که هر چه طول پنجره زمانی کاهش می‌یابد (تعداد نمونه زمانی کمتری در دسترس قرار می‌گیرد) روش‌های پیشنهادی به صورت قابل توجهی بهتر از شکل‌دهنده پایه LCMVst عمل می‌کنند. از طرفی دیگر، با افزایش طول پنجره زمانی تعداد نمونه زیادی برای تخمین ماتریس کواریانس در دسترس قرار می‌گیرد و در نتیجه در همه روش‌ها تخمین بهتری از ماتریس کواریانس فراهم می‌شود. این امر منجر به بهبود عملکرد همه روش‌های پیاده‌سازی شده می‌شود.

روش MCC به دلیل سادگی و استفاده از یک ضریب، می‌تواند در بسیاری از موارد به نتایج قابل قبولی دست یابد. روش MGLC با استفاده از دو ضریب، امکان کنترل دقیق‌تری بر میزان انقباض و وزن ماتریس‌های R و I و در نتیجه ساخت ماتریس کواریانس‌های پیچیده‌تر و دقیق‌تر را فراهم می‌کند. با این حال، این انعطاف‌پذیری لزوماً به بهبود قابل توجه نتایج در همه موارد منجر نمی‌شود. روش MGLC به دلیل وجود دو ضریب، ممکن است پیچیدگی محاسباتی بیشتری داشته باشد. هر دو روش MCC و MGLC معمولاً نسبت به تغییرات جزئی در داده‌ها پایدار هستند. در بسیاری از موارد، تاثیر داده‌ها بر نتایج نهایی بسیار بیشتر از تفاوت‌های جزئی بین روش‌ها بوده و به همین دلیل تفاوت چندانی بین دو روش MCC و MGLC در نتایج جدول ۱ و به ازای طول پنجره بیشتر از ۰/۲۵ ثانیه مشاهده نمی‌شود. اما برای طول پنجره ۰/۲۵ عملکرد بهتر روش MGLC به دلیل استفاده از دو ضریب برای تخمین بهتر ماتریس کواریانس کاملاً مشهود می‌باشد. باید به این نکته توجه داشت که تخمین بسیار خوب ماتریس کواریانس با داشتن داده کافی امکان‌پذیر بوده و ضعیف‌ترین روش مورد بررسی یعنی LCMVst نیز به عملکرد نزدیک به ۱۰۰ درصد خواهد رسید. اما چالش اصلی مورد مطالعه داشتن داده بسیار کم، به دلیل استفاده از طول پنجره زمانی کم به منظور کسب ITR مناسب برای یک سیستم BCI می‌باشد. در این شرایط، روش MGLC با انتخاب دو ضریب به فرم ماتریس، عملکرد بهتری از MCC با یک ضریب به فرم ماتریسی، بهتر از GLC با دو ضریب عددی و CC با یک ضریب عددی را ارائه می‌دهد. بنابراین، عملکرد بهتر در کمترین طول پنجره زمانی بیشترین نمره ارزیابی را برای یک روش فراهم می‌آورد که از این جهت می‌توان گفت که MGLC بهتر از سایر روش‌های مورد بررسی عمل کرده است. انتخاب مجموعه الکترودهای مناسب و تعداد آنها عملکرد روش‌های مبتنی بر شکل‌دهی پرتو را تحت تاثیر قرار می‌دهند. در شکل ۹ اثر استفاده دو مجموعه

جدول ۱- مقایسه نتایج شکل دهنده‌های پرتو LCMVst-CC، LCMVst-GLC، LCMVst-MCC و LCMVst-MGLC به ازای مقادیر مختلف برای طول پنجره‌های زمانی (زمان تحریک مختلف). برای هر زمان تحریک میانگین دقت طبقه‌بندی به دست آمده برای همه افراد گزارش شده است.

زمان تحریک (طول پنجره زمانی)												روش
۳	۲/۷۵	۲/۵	۲/۲۵	۲	۱/۷۵	۱/۵	۱/۲۵	۱	۰/۷۵	۰/۵	۰/۲۵	
۸۸/۹۲	۸۷/۲۵	۸۶/۰۸	۸۴/۷۵	۸۴/۳۳	۸۱/۲۵	۸۰/۵۰	۷۷/۷۵	۷۳/۹۲	۶۳/۸۳	۶۳/۰۰	۴۵/۷۵	LCMVst
۹۷/۰۸	۹۷/۱۷	۹۶/۲۵	۹۶/۰۰	۹۵/۵۰	۹۴/۹۲	۹۴/۱۷	۹۳/۵۰	۹۲/۳۳	۸۹/۵۸	۸۴/۰۸	۶۴/۵۰	LCMVst-CC
۹۷/۲۵	۹۷/۷۵	۹۶/۵۸	۹۶/۱۷	۹۶/۰۰	۹۵/۵۸	۹۴/۰۰	۹۳/۸۳	۹۲/۵۸	۹۰/۳۳	۸۳/۱۷	۶۳/۸۳	LCMVst-GLC
۹۷/۸۳	۹۷/۷۵	۹۷/۲۵	۹۷/۶۷	۹۷/۵۸	۹۷/۰۸	۹۶/۰۸	۹۶/۵۸	۹۷/۱۷	۹۵/۰۸	۹۱/۱۷	۷۲/۸۳	LCMVst-MCC
۹۷/۸۳	۹۷/۷۵	۹۷/۳۳	۹۷/۶۷	۹۷/۵۸	۹۷/۰۸	۹۷/۱۷	۹۶/۶۷	۹۷/۲۵	۹۵/۴۲	۹۱/۶۷	۷۵/۰۰	LCMVst-MGLC

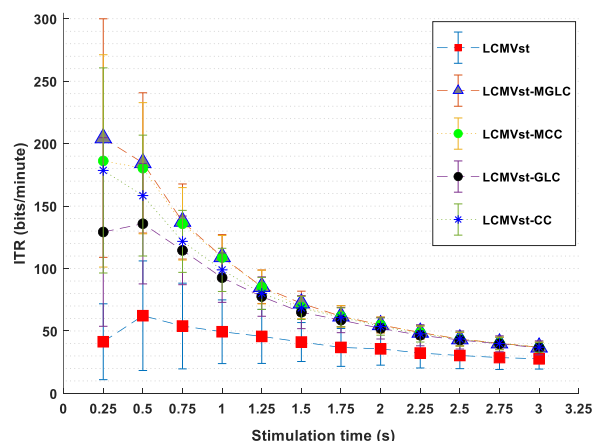


شکل ۹- بررسی اثر انتخاب مجموعه الکترودهای بهینه بر عملکرد شکل دهنده‌های پرتو LCMVst-GLC (نمودار سمت راست)، LCMVst-CC (نمودار وسط) و LCMVst (نمودار سمت چپ).

جدول ۲- مقایسه آماری بین نتایج روش‌های LCMVst-GLC، LCMVst-CC و LCMVst در زمان‌های مختلف تحریک.

LCMVst vs. LCMVst-MCC		LCMVst vs. LCMVst-MGLC		طول پنجره
P-value	t-value	P-value	t-value	
1.87×10^{-9}	۷.۸۴	6.38×10^{-10}	۸.۱۹	۰/۲۵
1.79×10^{-9}	۷.۸۵	1.67×10^{-9}	۷.۸۸	۰/۵
6.53×10^{-10}	۸.۱۸	5.31×10^{-10}	۸.۲۵	۰/۷۵
3.39×10^{-9}	۷.۶۴	3.20×10^{-9}	۷.۶۶	۱

عنوان یکی از زمینه‌های تحقیقاتی برای کارهای آینده پیشنهاد می‌گردد که برای کاربردهای BCI با طول کوتاه داده از روش LCMV برای طبقه‌بندی نتایج ارائه شود به گونه‌ای که در آن LCMV از روش‌های پیشنهادی این مطالعه برای تخمین ماتریس کواریانس داده و از روش‌های پیشنهادی مقالات اخیر برای محاسبه ماتریس وزن بهره گرفته شود. با به کارگیری دو روش جدید هم برای ماتریس کواریانس و هم برای ماتریس وزن امید است تا عملکرد LCMV بهتر از عملکرد LCMVهای پیشنهادی در این مقاله شود. عملکرد روش‌های پیشنهادی با طبقه‌بندهای SVM و KNN مقایسه شد و



شکل ۱۰- میانگین ITR به دست آمده با استفاده از روش ارزیابی متقابل پنج فولد و شکل دهنده‌های پرتو مختلف. در هر زمان تحریک میانگین ITR تمام افراد گزارش شده است.

در این مطالعه، روش‌هایی برای تخمین بهتر ماتریس کواریانس داده R ارائه شد و ماتریس کواریانس بدست آمده در ماتریس وزن w روش LCMV مورد استفاده قرار گرفت. برای محاسبه w از روابط رایج و مرسوم استفاده شد. در حالی که در دهه اخیر، روابط جدیدی برای محاسبه w بدست آمده که در حوزه مخابرات و آنتن نتایج بهتری نسبت به w مرسوم ارائه کرده‌اند هر چند که کارایی آن‌ها برای داده‌های مغزی مورد بررسی قرار نگرفته است [۲۸-۲۹]. به

کواریانس ارائه می‌شود. در کارهای آینده، می‌توان بر روی توسعه تخمین‌گرهای کواریانس جدید به هنگام استفاده از پنجره‌های کوتاه سیگنال EEG کار کرد.

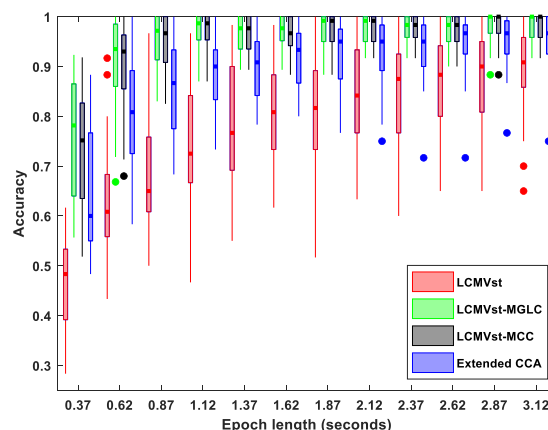
۴- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، چهار شکل‌دهنده پرتو، یعنی، LCMVst-CC، LCMVst-GLC، LCMVst-MCC و LCMVst-MGLC برای طبقه‌بندی پاسخ‌های SSVEP با کدگذاری فرکانس و فاز توسعه داده شد. نتایج تجربی نشان داد که هر چهار روش معرفی‌شده میانگین دقت طبقه‌بندی و میانگین ITR بالاتری را نسبت به LCMVst معمولی به هنگام استفاده از زمان تحریک کوتاه ارائه می‌کنند. دو رویکرد MGLC و MCC حتی نتایج بهتری نسبت به GLC و CC ارائه کردند. ویژگی میانگین دقت بالا و همچنین میانگین ITR بالا به ترتیب در کاربردهای عملی منجر به ارائه نتایج با قابلیت اطمینان بالا و همچنین افزایش سرعت سیستم BCI می‌شود. در سیستم‌های عملی، این دو ویژگی به افراد ناتوان کمک می‌کند تا هدف ذهنی خود را به درستی و در کمترین زمان ممکن منتقل کنند. در مقایسه با روش‌های موجود، طبقه‌بندی‌کننده مبتنی بر شکل‌دهنده پرتو عملکرد مناسبی دارد، قابلیت تفسیرپذیری بالایی دارد و پیچیدگی محاسباتی پایینی دارد. این نتایج امکان استفاده موفق از روش‌های مبتنی بر شکل‌دهنده پرتو برای توسعه یک سیستم BCI با سرعت بالا را نشان می‌دهد. روش‌های پیشنهادی و بررسی شده در این مقاله می‌توانند برای پیاده‌سازی سیستم‌های BCI مبتنی بر SSVEP به منظور استفاده در کاربردهای مختلف با اهداف ارتباطی و کنترلی مورد توجه قرار گیرند.

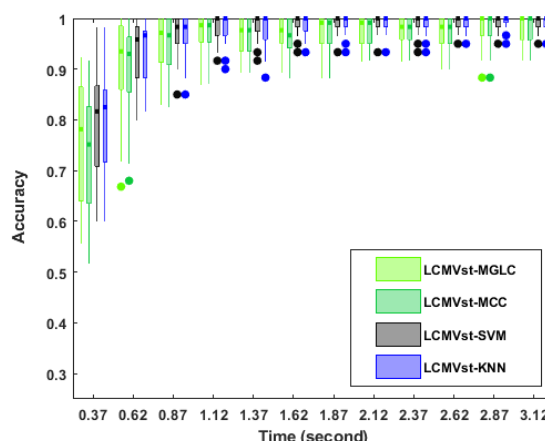
مراجع

- [1] Lotte, F., Bougrain, L., Cichocki, A., Clerc, M., Congedo, M., Rakotomamonjy, A., & Yger, F., "A review of classification algorithms for EEG-based brain-computer interfaces: a 10 year update", Journal of neural engineering, vol. 15, no. 3, pp. 031005, 2018.
- [2] Akbarzadeh Totonchi, M. R., Hosseini, S. A., & Naghibi Sistani, M. B., "Evaluation of visual selective attention by event-related potential analysis in brain activity", TABRIZ JOURNAL OF ELECTRICAL ENGINEERING (TJEE), vol. 46, no. 1, pp. 13-24, 2016.
- [3] Jahantigh, M., & Charimi, M., "Increasing classification accuracy of motor imagery EEG signals with logical combination of classifiers and by applying genetic algorithm and small decision trees", TABRIZ JOURNAL OF ELECTRICAL ENGINEERING (TJEE), vol. 47 no. 3, pp. 931-938, 2017.
- [4] Xiao, X., Xu, M., Han, J., Yin, E., Liu, S., Zhang, X., ... & Ming, D., "Enhancement for P300-speller classification using multi-window discriminative canonical pattern matching. Journal of neural engineering", vol. 18, no. 4, pp. 046079, 2021.
- [5] Yin, E., Zhou, Z., Jiang, J., Yu, Y., & Hu, D., "A dynamically optimized SSVEP brain-computer interface (BCI) speller", IEEE transactions on biomedical engineering, vol. 62, no. 6, pp. 1447-1456, 2014.
- [6] Jin, J., Xiao, R., Daly, I., Miao, Y., Wang, X., & Cichocki, A. "Internal feature selection method of CSP based on L1-norm and Dempster-Shafer theory", IEEE transactions on neural networks and learning systems, vol. 32, no. 11, pp. 4814-4825, 2020.
- [7] Norcia, A. M., Appelbaum, L. G., Ales, J. M., Cottareau, B. R., & Rossion, B., "The steady-state visual evoked potential in vision research: A review. Journal of vision", vol. 15, no. 6, pp. 4-4, 2015.
- [8] Gu, M., Pei, W., Gao, X., & Wang, Y., "Optimizing Visual Stimulation Paradigms for User-Friendly SSVEP-Based BCIs", IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, vol. 32, 2024.
- [9] Wong, C. M., Wang, Z., Wang, B., Rosa, A., Jung, T. P., & Wan, F., "Enhancing detection of multi-frequency-modulated SSVEP using phase difference constrained canonical correlation analysis", IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, vol. 31, pp. 1343-1352, 2023.

نتایج در شکل ۱۲ نمایش داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، روش‌های پیشنهادی در عین استفاده از فرآیند بسیار ساده آستانه‌گذاری برای طبقه‌بندی، عملکرد قابل مقایسه‌ای فراهم می‌کنند. با وجود اینکه طبقه‌بندی‌های SVM و KNN میانگین دقت طبقه‌بندی را اندکی بهبود می‌بخشد، نیاز به تنظیم پارامترها و زمان آموزش بیشتر دارند.



شکل ۱۱- مقایسه عملکرد انواع طبقه‌بندی‌های مختلف با استفاده از معیار میانگین دقت طبقه‌بندی. هر دو شکل‌دهنده پیشنهادی LCMVst-MGLC و LCMVst-MCC دارای عملکرد بهتری نسبت به نسخه توسعه یافته روش CCA هستند.



شکل ۱۲ مقایسه عملکرد طبقه‌بندی‌های SVM و KNN با روش‌های پیشنهادی MCC و MGLC.

۳-۱- محدودیت‌ها و کارهای آینده

در پارادایم SSVEP، هر هدف دارای یک الگوی فعال‌سازی متمایز است که حاوی اطلاعات فرکانس و فاز منحصر به فرد است. همانطور که در بخش‌های قبلی ذکر شد، روش‌های پیشنهادی در این مقاله در حوزه زمان پیاده‌سازی شدند. در نتیجه، الگوریتم‌های معرفی‌شده ما فقط از اطلاعات زمانی سیگنال EEG برای طبقه‌بندی پاسخ‌های SSVEP استفاده می‌کنند. استفاده از اطلاعات فرکانس و فاز می‌تواند تخمین مناسبی از الگوی فعال‌سازی و همچنین وزن‌های شکل‌دهنده پرتو ارائه دهد. از این رو، در کارهای آتی، می‌توان بر پیاده‌سازی شکل‌دهنده پرتو جدید در حوزه فرکانس تمرکز کرد. علاوه بر این، همانطور که گفته شد، یکی از محدودیت‌های روش پیشنهادی این است که عملکرد آن به شدت به تخمین ماتریس کواریانس وابسته است. نتایج تجربی ما نشان داده است که وقتی زمان تحریک کاهش می‌یابد، تخمین ضعیفی از ماتریس

- [10] De Paula, P. O., da Silva Costa, T. B., de Faissol Attux, R. R., & Fantinato, D. G., "Classification of image encoded SSVEP-based EEG signals using Convolutional Neural Networks", *Expert Systems with Applications*, vol. 214, p. 119096, 2023.
- [11] Luo, A., & Sullivan, T. J., "A user-friendly SSVEP-based brain-computer interface using a time-domain classifier", *Journal of neural engineering*, vol. 7, no. 2, 026010, 2010.
- [12] Liu, Q., Jiao, Y., Miao, Y., Zuo, C., Wang, X., Cichocki, A., & Jin, J., "Efficient representations of EEG signals for SSVEP frequency recognition based on deep multiset CCA", *Neurocomputing*, vol. 378, pp. 36-44, 2020.
- [13] Nakanishi, M., Wang, Y., Wang, Y. T., & Jung, T. P., "A comparison study of canonical correlation analysis based methods for detecting steady-state visual evoked potentials", *PloS one*, vol. 10, no. 10, p. e0140703, 2015.
- [14] Yin, X., & Lin, M., "Multi-information improves the performance of CCA-based SSVEP classification", *Cognitive Neurodynamics*, vol. 18, no. 1, pp. 165-172, 2024.
- [15] Jaramillo Gonzalez, A., *Unlocking communication: advancing brain-computer interfaces for ALS Patients in locked-in and completely locked-in states* (Doctoral dissertation, Universität Tübingen), 2024.
- [16] Zhang, Y., Guo, D., Li, F., Yin, E., Zhang, Y., Li, P., ... & Xu, P., "Correlated component analysis for enhancing the performance of SSVEP-based brain-computer interface", *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 26, no. 5, pp. 948-956, 2018.
- [17] Zhang, Y., Yin, E., Li, F., Zhang, Y., Tanaka, T., Zhao, Q., ... & Guo, D., "Two-stage frequency recognition method based on correlated component analysis for SSVEP-based BCI", *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 26, no. 7, pp. 1314-1323, 2018.
- [18] Yuan, X., Zhang, L., Sun, Q., Lin, X., & Li, C., "A novel command generation method for SSVEP-based BCI by introducing SSVEP blocking response", *Computers in Biology and Medicine*, vol. 146, p. 105521, 2022.
- [19] Zhao, X., Du, Y., & Zhang, R., "A CNN-based multi-target fast classification method for AR-SSVEP", *Computers in biology and medicine*, vol. 141, p. 105042, 2022.
- [20] Wittevrongel, B., & Van Hulle, M. M., "Frequency-and phase encoded SSVEP using spatiotemporal beamforming", *PloS one*, vol. 11, no. 8, p. e0159988, 2016.
- [21] Van Veen, B. D., Van Drongelen, W., Yuchtman, M., & Suzuki, A., "Localization of brain electrical activity via linearly constrained minimum variance spatial filtering", *IEEE Transactions on biomedical engineering*, vol. 44, no. 9, pp. 867-880, 1997.
- [22] Reed, I. S., Mallett, J. D., & Brennan, L. E., "Rapid convergence rate in adaptive arrays", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, no. 6, pp. 853-863, 1974.
- [23] Ravan, M., Reilly, J. P., & Hasey, G., "Minimum variance brain source localization for short data sequences", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 61, no. 2, pp. 535-546, 2013.
- [24] Vorobyov, S. A., Gershman, A. B., & Luo, Z. Q., "Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem", *IEEE transactions on signal processing*, vol. 51, no. 2, pp. 313-324, 2003.
- [25] Stoica, P., Li, J., Zhu, X., & Guerci, J. R., "On using a priori knowledge in space-time adaptive processing", *IEEE transactions on signal processing*, vol. 56, no. 6, pp. 2598-2602, 2008.
- [26] Jafadideh, A. T., & Asl, B. M., "A new data covariance matrix estimation for improving minimum variance brain source localization", *Computers in Biology and Medicine*, vol. 143, p. 105324, 2022.
- [27] Van Vliet, M., Chumerin, N., De Deyne, S., Wiersema, J. R., Fias, W., Storms, G., & Van Hulle, M. M., "Single-trial erp component analysis using a spatiotemporal lcmv beamformer", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 63, no. 1, pp. 55-66, 2015.
- [28] Ribeiro, L. N., de Almeida, A. L., & Mota, J. C. M., "Separable linearly constrained minimum variance beamformers", *Signal Processing*, vol. 158, pp. 15-25, 2019.
- [29] Amar, A., & Doron, M. A., "A linearly constrained minimum variance beamformer with a pre-specified suppression level over a pre-defined broad null sector", *Signal Processing*, vol. 109, pp. 165-171, 2015.