

Design and Analysis of a Novel Computational Metasurface Based on Fano Resonance for Image Processing Applications

Mohammad Nassiri, Mohammad Yazdi*

Faculty of Electrical and Computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran.

E-mails: mohammad.nassiri20@gmail.com; yazdi.mohammad@nit.ac.ir;

* means corresponding author

Abstract

In this paper, benefiting from the concept of Fano resonance, a novel metasurface is designed that is capable of performing the second-order derivative mathematical operator at optical frequencies on an input signal or image without any need for bulky lenses. The structure of this metasurface consists of a single-layer triangular array composed of equilateral triangular cavities created in a substrate of silicon. The transfer function required for a metasurface that can derive from the electric field of the radiation wave is presented. Based on these formulations, the process of designing the metasurface to achieve the desired transfer function is described. Then, by applying different input signals to the metasurface, it will be shown that the second derivative of the input signals is created in the output. Finally, by applying different images to the metasurface input, the results of optical image edge detection are presented in the analog domain. The introduced metasurface can be placed directly in front of a standard CCD image sensor and employed as an efficient and fast spatial filter in image processing applications.

Keywords

Computational metasurfaces, fano resonance, spatial derivative, edge detection, image processing.

1- Short Paper (4-5 lines)

Image processing requires complex operations that are fast and efficient, without compromising the quality and resolution of the images. Optical metasurfaces, thin layers of nanostructures, are a potential solution to these challenges. Therefore, analog optical computing can offer an alternative to digital computing, and address difficult problems such as large-scale optimization and probabilistic graphical models that are useful for artificial intelligence, image processing, and social networks. By using high-index dielectric materials, such as silicon or titanium dioxide, that enable Fano resonance, one can design metasurfaces that can perform image processing with high-efficiency and tunability in the visible or near-infrared range.

2- Proposed Work and Methodology (including comprision, simulation/experimental results and discussion)

In this paper, the general requirement of second order derivative metasurfaces is derived in terms of their transfer functions. Then a derivative metasurface is proposed which is a two-dimensional array with triangular lattice. An equilateral triangular cavity is drilled in the center of each unit cell. The metasurface is optimized for operation at the visible band, $\lambda=643.86$ nm. The simulated transmission spectra of the second-order derivative designed metasurface for radiation angles from $\theta = 0^\circ$ to $\theta = 0.3^{rad} \equiv 17.44^\circ$. The simulated transfer function is compared with the ideal state, which provides a near-ideal second-order derivative response. To examine the metasurface's performance, two input waves—rectangular and sinusoidal functions—are directed towards it. The resulting output signal from the metasurface clearly exhibits the second-order derivatives of these input functions. To evaluate the performance of the metasurface in edge detection, two input images are radiated to the metasurface as input waves, which the detected edges for these two input images are clearly identified.

3- Conclusion (4-5 lines)

In this paper, an all-dielectric metasurface structure is proposed using the concept of Fano resonance to create the second-order derivative mathematical operator at visible frequencies. The aim of proposing this design is to achieve an edge detection analog spatial filter of input images in image processing applications. Therefore, a detailed explanation, consisting of mathematical proofs and simulations, for the proposed unit cell is presented for the metasurface. The performance of the proposed metasurface is examined either in derivation from input signals or in clear edge detection of two-dimensional input images.

طراحی و تحلیل یک فراسطح محاسباتی جدید بر مبنای تشدید فانو برای کاربردهای پردازش تصویر

محمد نصیری

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران

محمد یزدی

استادیار، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، بابل، ایران

چکیده

در این مقاله براساس مفهوم تشدید فانو، یک فراسطح جدید طراحی می‌شود که قادر است عملگر ریاضی مشتق مرتبه دوم را در فرکانس‌های نوری بر روی یک سیگنال یا تصویر ورودی بدون نیاز به عدسی‌های حجیم اجرا کند. ساختار این فراسطح از یک شبکه مثلثی تک لایه متشکل از حفره‌های مثلثی متساوی الاضلاع که در بستری از سیلیکون ایجاد شده، تشکیل می‌شود. تابع انتقال مورد نیاز برای یک فراسطح که بتواند از میدان الکتریکی موج تابشی، مشتق بگیرد، استخراج می‌شود. بر اساس این محاسبات، روند طراحی فراسطح جهت دستیابی به تابع انتقال مورد نظر تشریح می‌شود. سپس با اعمال سیگنال‌های مختلف ورودی به فراسطح، نشان داده خواهد شد که در خروجی، مشتق مرتبه دوم سیگنال‌های ورودی ایجاد شده است. در نهایت با اعمال تصاویر مختلف به ورودی فراسطح، نتایج تشخیص لبه‌های تصویر نوری در حوزه آنالوگ ارائه می‌شود. فراسطح معرفی شده می‌تواند مستقیماً مقابل یک حسگر تصویر CCD استاندارد قرار گرفته و در کاربردهای پردازش تصویر به عنوان یک فیلتر فضایی کارا و سریع عمل کند.

کلمات کلیدی

فراسطوح محاسباتی، تشدید فانو، مشتق مکانی، تشخیص لبه، پردازش تصویر.

نام نویسنده مسئول: دکتر محمد یزدی

ایمیل نویسنده مسئول: yazdi.mohammad@nit.ac.ir

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۲/۱۰/۰۹

تاریخ (های) اصلاح مقاله: ۱۴۰۳/۰۴/۰۷

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۳/۰۶/۱۷

۱- مقدمه

کند، به نحوی که با تغییر اندازه جانبی، شکل و آرایش ساختار میکرو نانو، دامنه، فاز و قطبش نور را می‌توان به طور موثر دستکاری کرد [۱، ۲]. اولین بار مفهوم «فرامواد محاسباتی» در سال ۲۰۱۴ مطرح شد که به فراسطوحی اطلاق می‌شود که عملیات ریاضی را با دستکاری مستقیم ویژگی‌های موج نوری ورودی شامل دامنه، فاز و قطبش، از طریق بسترهای فراسطح و فراماده، در حوزه طیف فرکانسی انجام می‌دهند [۱، ۳]. بنابراین، دو رویکرد کلی برای تحقق فراسطوح اپتیکی (فرااپتیک) محاسباتی پیشنهاد شده است که عبارتند از: رویکرد تبدیل فوریه مکانی و رویکرد تابع گرین [۳]. در رویکرد اول از سه زیر بلوک شامل عدسی تبدیل فوریه گیر، فیلتر طیفی و عدسی عکس تبدیل فوریه گیر استفاده می‌شود. در این روش برای سازه فیلتر طیفی از فراسطح‌ها یا فرامواد متشکل از متاتم‌ها استفاده شده است. این روش از ساختار هندسی حجیم رنج می‌برد و ساخت آن پیچیده است زیرا در طبیعت مواد لازم برای ساخت عدسی عکس تبدیل فوریه گیر وجود ندارد. در رویکرد دوم از عدسی‌های تبدیل فوریه و عکس تبدیل فوریه استفاده نمی‌شود. در این روش از تابع گرین برای ساخت تابع انتقال متناظر با مشتق‌گیر مرتبه زوج مکانی استفاده می‌شود و برای پیاده‌سازی این طرح از یک ورقه فراماده چند لایه به کار گرفته می‌شود [۴]. اما مشکل رویکرد دوم عدم قابلیت برای پیاده‌سازی مشتق‌گیر مرتبه فرد است آن هم به دلیل آنکه این ورقه‌های چند لایه، از تقارن در راستای عمود بر انتشار در ساختار خود بهره مند هستند. برای برهم زدن

تقاضاها برای محاسبات با عملکرد بالا، سیستم‌های پردازشگر اطلاعات قدرتمند و داده‌های بزرگ، به سرعت در حال رشد هستند، از این حیث، ضرورت ظهور دستگاه‌های نوری جدید برای انجام فرآیندهای محاسباتی پیچیده را ایجاد می‌کند. محاسبات آنالوگ (نوری) نوید حل مسائل چالش برانگیز مانند بهینه‌سازی در مقیاس بزرگ و مدل‌های گرافیکی احتمالی را که کاربردهای عملی زیادی در هوش مصنوعی، پردازش تصویر و شبکه‌های اجتماعی یافته‌اند، می‌دهد. محاسبات نوری به عنوان یک رقیب جدی برای محاسبات دیجیتال، فراز و نشیب‌هایی را در دوره‌های زمانی مختلف تجربه کرده‌اند. محاسبات آنالوگ نوری مکانی مسلماً مدیون پیشرفت فناوری‌هایی مانند عناصر انکسار نور، هولوگرام‌ها، مدولاتورهای نوری مکانی و آینه‌های میکروالکترومکانیکی بوده است [۱-۲۶].

در سال‌های اخیر استفاده از فراماده و نسخه دوبعدی آن، فراسطح، در کنترل و دستکاری مشخصات موج، شامل دامنه، فاز و قطبش توسعه زیادی پیدا کرده که به کاربردهای مختلفی در حوزه‌های شکل‌دهی پرتو، جاذب‌ها، سامانه‌های چند ورودی-چند خروجی و کاربردهای متنوع دیگری منجر شده است [۲۷-۳۲]. استفاده از فراسطح‌های نوری می‌تواند جایگزین اجزای نوری سنتی حجیم برای دستیابی به عملکردهای نوری مختلف شود و مسیر جدیدی را برای توسعه سیستم‌های نوری صفحه تخت فشرده، سبک و چند منظوره باز

یک موج (سیگنال یا تصویر) تابشی را برای بهره‌مند شدن از یک عمل ریاضی خطی انتخابی، تنظیم نمود. در سال ۲۰۱۸، یک فراسطح کاملاً دی‌الکتریک مبتنی بر تشدید مد هدایت شده، که یک ضربه تشدید با کیفیت بالا ایجاد می‌کند، در طول موج مرئی معرفی شد. فراسطح دی‌الکتریک پیشنهادی، در دو بُعد متناوب است، از همین جهت، با کمک این فراسطح عملکرد مشتق مرتبه دوم را در دو بُعد توانستند ایجاد کنند. اگرچه ساختار پیشنهادی دیگر نیازی به عدسی‌های فوریه حجیم ندارد اما از طرف دیگر روزه عددی این ساختار بسیار پایین است [۲۱].

از جمله طرح‌های دیگر، ساختاری مبتنی بر آرایه‌های تشدید حلقوی شکافی مدوله شده در فرکانس‌های مایکروویو در مرجع [۲۲] معرفی شد. اگرچه این طرح از نظر عملکرد و ایجاد توابع انتقال متناظر با عملگرهای ریاضی نتایج نزدیک به حالت ایده‌آل ارائه داد، مشکل اساسی آن بود که از نظر عملی قابلیت پیاده‌سازی را نداشته و صرفاً به عنوان نمونه اولیه در بحث تشدید فانو عملکرد قابل قبولی داشته است [۲۲]. در حالی که اثبات آزمایشگاهی آن در فرکانس‌های نوری با استفاده از فراسطح‌های یک بعدی متشکل از نانوپرتوهای سیلیکونی در مرجع [۲۳] ارائه شده است. البته این فراسطح صرفاً لبه‌های یک بُعد از تصویر دو بُعدی را تشخیص می‌داد و لبه‌های بُعد دیگر را شناسایی نمی‌کرد. با این حال، این دو پیاده‌سازی به یک قطبش تابشی و سطح تابش محدود می‌شوند، که برای تایید مفهومی به کار رفته‌اند، اما برای کاربردهای عملی تأثیر محدودی دارند. برای حل این موضوع در سال ۲۰۲۰ ساختار فراسطح غیر حساس به قطبش که براساس یک پاسخ تشدید فانو، عملیات ریاضی آنالوگ با درجه فرد و زوج را بر روی یک تصویر دو بُعدی ورودی امکان پذیر می‌سازد، ارائه شد، که از این حیث مشکل تشخیص لبه‌ها در دو بُعد حل شد [۲۴].

از جمله ایرادات ساختار پیشنهادی در مرجع [۲۴]، این است که روزه عددی ساختار، در شرایط بدون در نظر گرفتن اتلاف مواد سازنده فراسطوح، در شبیه‌سازی تا مقدار زاویه تابش ۲۵ درجه را برای هر دو فراسطح مشتق‌گیر مرتبه اول و دوم نشان می‌دهد. البته در شرایط واقع‌گرایانه تر و با در نظر گرفتن شرایط اتلاف مواد سازنده ساختار، این روزه عددی برای فراسطح مشتق‌گیر مرتبه دوم به مقدار زاویه ۸ درجه، تنزل کرده یعنی ۱۷ درجه پایین تر آمده و حداکثر انتقال ۰.۷ را در پیک عدد موج عرضی، امکان پذیر می‌کند و این شرایط برای فراسطح مشتق‌گیر مرتبه اول نیز به زاویه تابش ۱۲ درجه، تقلیل پیدا کرده است و روزه عددی نسبت به شرایط بدون اتلاف کاهش اساسی داشته است [۲۴]. روشن است که روزه عددی پایین منجر به وضوح پایین تصاویر خروجی برای تصاویر ورودی با پیکسل کم شده و به خوبی لبه‌های تصویر ورودی را تشخیص نمی‌دهد. با هدف افزایش روزه عددی، اخیراً دو فراسطح محاسباتی مشتق‌گیر مرتبه اول و دوم طراحی و پیشنهاد شده‌اند، که به ترتیب به مقادیر ۶۶.۵ و ۴۷.۵ درجه برای روزه عددی دست پیدا کرده‌اند [۲۵]. ساختارهای ارائه شده در مقاله مذکور، یک ساختار چندلایه است که از نانوآستوانه‌های سیلیکونی که در محیط دی‌اکسید سیلیکون چیده شده، تشکیل شده است. علیرغم دستیابی به نتایج تئوری مطلوب، با توجه به پروسه پیاده‌سازی پیچیده و خطاهای محتمل ناشی از ساخت، دسترسی به این نتایج در حالت اندازه‌گیری به نظر دشوار می‌رسد. بنابراین در مقاله حاضر تلاش شد تا از ساختاری استفاده شود که امکان پیاده‌سازی و فرآیند ساخت ساده‌تری داشته باشد، تا بتوان به نتایجی نزدیک به مقادیر شبیه‌سازی رسید.

در این مقاله، به منظور بهبود فراسطح پیشنهاد شده در این حوزه، سعی شده است، دامنه و فاز تابع انتقال فراسطح، عملکردی نزدیک به عملگر ریاضی انتخابی داشته باشد. از طرفی با افزایش مقدار روزه عددی فراسطح نیز می‌توان، وضوح خوبی از تشخیص لبه سیگنال و تصاویر ورودی به دست آورد و تنظیم

این تقارن باید ساختار را دوران داد یا با تابش مورب موج به این ساختار آن را از حالت تقارن خارج کرد و برای همین از زاویه تابش برونستر با قطبش p استفاده کردند [۵]. البته ایجاد زاویه برونستر در عمل کاری دشوار بوده و مشکل دیگر نیز عدم پوشش تمامی قطبش‌های موج تابشی می‌باشد. از سوی دیگر در روشی نوین یک مشتق‌گیر مکانی مبتنی بر پلاسمون بدون استفاده از عدسی‌های فوریه پیشنهاد شده است [۶]. ساختار مشتق‌گیر پیشنهاد شده دارای تشدید پلاسمونیک باریکی است که به دلیل تحریک ناشی از یک پلاسمون سطحی، بهره بالایی دارد. بهره بالا یک ویژگی بسیار مهم است که با غلبه بر نویز، تشخیص لبه سیگنال ورودی را به صورت تجربی قابل اجرا می‌کند. با این حال، طراحی آن‌ها نیاز به تنظیم دقیق پارامترهای هندسی و مواد دارد زیرا بر اساس شرایط تزویج بحرانی، یعنی برابری نرخ نشت تشعشعی سازه و نرخ تلفات ذاتی ماده پلاسمونیک کار می‌کند [۶]. علاوه بر این، ساختار آن‌ها، لبه‌های تصویر ورودی را صرفاً در یک بعد تشخیص می‌دهد.

در سال ۲۰۱۵، برای دستیابی به مدولاسیون فاز و دامنه کاملاً مستقل، از خاصیت ویژه مد پلاسمون سطحی شکافی در یک آرایه فرا انعکاس دهنده پلاسمونی استفاده شد. ساختار پیشنهادی شامل آرایه‌ای از نانومکعب مستطیل‌های طلا بود که بر روی یک زیرلایه فلزی طلا که توسط یک لایه جدا کننده دی‌اکسید سیلیکون از هم جدا شده است، قرار دارد. اگرچه فراسطح محاسباتی ساخته شده از ویژگی‌های توابع انتقال طراحی شده خود پیروی می‌کند، برخی اختلافات موجود در تغییر مکان بازتاب که عمدتاً ناشی از خطاهای ساخت، تلورانس در خواص نوری مواد تشکیل دهنده و تداخل فرکانس‌های مکانی بالا منعکس شده از زیرلایه می‌باشد نیز به چشم می‌خورد. با وجود اینکه مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر ساخته شده تطابق خوبی با نتایج شبیه سازی ندارند، این کار اولین اجرای آزمایشی در حوزه اپتیک محاسباتی است [۷].

در سال ۲۰۱۷، به منظور برطرف سازی مشکلاتی از قبیل تلفات اهمی ذاتی همراه با بازده تزویج کم ناشی از نانو ساختارهای پلاسمونیک تشدیدگر، آرایه‌های فرا انتقال دهنده تمام دی‌الکتریک مبتنی بر تشدید Mie برای طول موج مادون قرمز معرفی شد [۸]. لازم به ذکر است که تشدید Mie نسبت به زاویه تابشی تغییر ناپذیر است و عملاً ساختار فراسطح فقط برای زاویه تابش عمود قابل استفاده است. در واقع تشدیدگرهایی که ضربه شکست بالایی دارند، می‌توانند با تحریک هر دو تشدید، یعنی تشدید مغناطیسی و تشدید الکتریکی، تشدید بسیار قوی تری را ایجاد کنند، که این تشدید را تشدید Mie می‌نامند [۹]. در سال ۲۰۱۷، نیز یک فراسطح برای انجام عملیات مشتق‌گیری در طول موج‌های مرئی پیاده‌سازی شده است که فراسطح موجود از یک زیربلوک تبدیل فوریه‌گیر حجیم رنج می‌برد که منجر به عدم تطابق نتایج تابع انتقال فراسطح با عملگرهای ریاضی انتخابی شد [۱۰].

همان طور که اشاره شد، سیستم عامل‌های زیادی برای پیاده‌سازی مفاهیم محاسبات ریاضی آنالوگ مکانی نیز پیشنهاد شده‌اند، اما با این حال، طرح‌های پیشنهادی تا به امروز محدودیت‌هایی از نظر وضوح، کارایی و وابستگی شدید به قطبش و یا زاویه موج تابشی [۱۱، ۱۲] دارند. در سال‌های اخیر، محققان توانسته‌اند از مفهوم تشدید فانو برای مهندسی یک فراسطح استفاده کنند [۱۳]. هنگامی که بردار موج نور تابشی در صفحه فراسطح با موج‌های نشتی هدایت شده، تطبیق پیدا کند، یک شکل خط فانو نامتقارن در طیف انتقال ظاهر می‌شود. با بهره‌گیری از تشدید فانو در کریستال‌های مایع می‌توان دستکاری فعال امواج الکترومغناطیسی انجام داد [۱۴]، و یا به پیاده‌سازی نهان‌سازها [۱۵]، حسگرهای آرایش پذیر [۱۶]، حسگرهای زیستی [۱۷]، سوئیچ‌ها [۱۸]، فیلترها [۱۹] و مدولاتورها [۲۰] دست یافت.

با بهره‌گیری از مفهوم تشدید فانو برای فراسطوح می‌توان طیف زاویه‌ای

شکل ۱ طرح فراسطح معرفی شده را نشان می‌دهد که یک ساختار متناوب با تناوب مثلثی از حفره‌های مثلثی شکل است که داخل یک لایه دی‌الکتریک ایجاد شده‌اند. فرض می‌شود که فراسطح در صفحه $x-y$ قرار گرفته باشد و یک موج صفحه‌ای الکترومغناطیسی با میدان الکتریکی با قطبش TE به صورت $\vec{E}^i(x, y, z) = e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{R}} e^{+j\omega t}$ از نیم‌فضای $z > 0$ به فراسطح می‌تابد. در سراسر این مقاله $j = \sqrt{-1}$ بوده و تغییرات زمانی امواج به صورت هماهنگ زمانی $e^{+j\omega t}$ در نظر گرفته می‌شود که در آن فرکانس زاویه‌ای موج تابشی می‌باشد. همچنین، $\vec{k}_i$ بردار موج تابشی بوده که به صورت $\vec{k}_i = k_{x_i}\hat{a}_x + k_{y_i}\hat{a}_y + k_{z_i}\hat{a}_z = k\hat{a}_n$ نمایش داده می‌شود. علاوه بر این، $k_0 = \sqrt{k_{x_i}^2 + k_{y_i}^2 + k_{z_i}^2}$ عدد موج در فضای آزاد بوده و $\hat{a}_n$ بردار یکه در جهت انتشار موج است، که به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\hat{a}_n = \sin\theta_i \cos\varphi_i \hat{a}_x + \sin\theta_i \sin\varphi_i \hat{a}_y + \cos\theta_i \hat{a}_z \quad (1)$$

افزون بر این بردار مکان $\vec{R}$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\vec{R} = x\hat{a}_x + y\hat{a}_y + z\hat{a}_z \quad (2)$$

با فرض عدم ایجاد قطبش متقاطع (Cross-pol) توسط فراسطح، میدان الکتریکی دو بعدی موج عبوری را می‌توان به صورت $\vec{E}^t(x, y, z) = \vec{k}_t \cdot \vec{E}^i(x, y, z)$ بیان کرد، که $\vec{k}_t$ بردار موج مربوط به موج عبوری بوده که به صورت $\vec{k}_t = k_{x_t}\hat{a}_x + k_{y_t}\hat{a}_y + k_{z_t}\hat{a}_z$ نمایش داده می‌شود. با توجه به یکسان بودن فضای دو طرف فراسطح، براساس قانون اسنل، زاویه بردار موج خروجی نسبت به بردار عمود بر سطح، مساوی زاویه بردار موج تابشی بوده و در نتیجه خواهیم داشت:

$$k_{x_t} = k_{x_i} = k_x; \quad k_{y_t} = k_{y_i} = k_y \quad (3)$$

در صفحه $z = 0$ ، میدان الکتریکی دو بعدی موج عبوری را می‌توان از کانولوشن میدان الکتریکی دو بعدی موج تابشی و تابع انتقال فراسطح در حوزه مکانی به صورت زیر به دست آورد:

$$\vec{E}^t(x, y) e^{-j(k_{x_t}x + k_{y_t}y)} = \vec{E}^i(x, y) e^{-j(k_{x_i}x + k_{y_i}y)} * T(x, y) \quad (4)$$

که در آن $\vec{E}^t(x, y)$ میدان الکتریکی دو بعدی موج عبوری بوده و $T(x, y)$ تابع انتقال دو بعدی فراسطح می‌باشد. اگر از طرفین رابطه (۴) تبدیل فوریه مکانی گرفته شود، با توجه به ویژگی تبدیل کانولوشن به ضرب در حوزه فوریه می‌توان نوشت:

$$F\{\vec{E}^t(x, y) e^{-j(k_{x_t}x + k_{y_t}y)}\} = F\{\vec{E}^i(x, y) e^{-j(k_{x_i}x + k_{y_i}y)}\} \tilde{T}(k_x, k_y) \quad (5)$$

که در آن k_x و k_y متغیرهای فرکانس مکانی دو بعدی در فضای فوریه را مشخص می‌کند. $F\{\cdot\}$ نشان‌دهنده عملگر تبدیل فوریه مکانی دو بعدی بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود [۳۴]:

$$F\{g(x, y)\} = G(k_x, k_y) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) e^{-jk_x x} e^{-jk_y y} dx dy \quad (6)$$

و $\tilde{T}(k_x, k_y) = |\tilde{T}(k_x, k_y)| e^{j\angle \tilde{T}(k_x, k_y)}$ تبدیل فوریه تابع انتقال دو بعدی فراسطح با قطبش TE است. از طرفی رابطه مشتق مرتبه دوم مکانی در حوزه فوریه نسبت به مولفه x به صورت زیر می‌باشد:

$$F\left\{\frac{d^2}{dx^2} g(x, y)\right\} = G(k_x, k_y) (-jk_x)^2 \quad (7)$$

با مقایسه معادلات (۵) و (۷)، می‌توان نتیجه گرفت که اگر $\tilde{T}(k_x, k_y) = (-jk_x)^2$ باشد، آنگاه:

$$\vec{E}^t(x, y) e^{-j(k_{x_t}x + k_{y_t}y)} = \frac{d^2}{dx^2} (\vec{E}^i(x, y) e^{-j(k_{x_i}x + k_{y_i}y)}) \quad (8)$$

یعنی میدان الکتریکی موج خروجی، مشتق مرتبه دوم تابع میدان الکتریکی

زاویه تابش موج تابشی به فراسطح به سهولت انجام شود. برای دستیابی به این اهداف، یک فراسطح معرفی می‌شود که از یک شبکه مثلثی تک لایه متشکل از حفره‌ها مثلثی متساوی الاضلاع که در بستری از سیلیکون ایجاد شده، شکل می‌گیرد، که توسط آن عملگر مشتق مرتبه دوم از موج تابشی، ایجاد می‌شود. ساختار فراسطح پیشنهاد شده با نرم افزار تمام موج [۳۳] CST Studio Suite شبیه‌سازی شده و به تحلیل طیف انتقال فراسطح به ازای فرکانس پرداخته شده است. در ادامه با بهینه‌سازی پارامتری ابعاد فراسطح، عملگر مشتق مرتبه دوم ایجاد شده و تابع انتقال دو بعدی فراسطح را به ازای زاویه تابش ارتفاعی و افقی (θ, φ) به دست آمده است. با انجام مطالعه پارامتری، ابعاد آن برای دستیابی به بهترین عملکرد ممکن، بهینه شده است. با کمک این فراسطح می‌توان لبه‌های تصویر ورودی را در حوزه آنالوگ تشخیص داد.

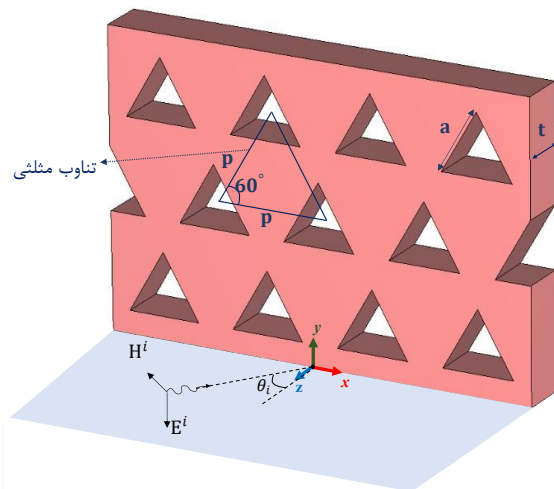
مقاله حاضر در قالب چهار بخش اصلی تقسیم بندی شده است. در مقدمه به زمینه و انگیزه کار در حوزه تحقیقاتی پیش رو پرداخته شده و هدف از انجام این مقاله مشخص شده است. در بخش دوم، ابتدا روابط اساسی که برای طراحی فراسطح مشتق گیر مورد نیاز بوده، استخراج شده است. در ادامه به معرفی فراسطح پیشنهادی پرداخته شده و جزئیات مهم در روند طراحی آن تشریح شده است. در بخش سوم، عملکرد فراسطح طراحی شده مورد آزمون قرار گرفته است. در ابتدا عملکرد فراسطح در مشتق گیری از سیگنال‌های تابشی و سپس عملکرد آن در تشخیص لبه تصاویر دوبعدی محک زده شده است. در نهایت در بخش چهارم جمع‌بندی و نتیجه گیری از مطالب ارائه شده در این مقاله ارائه شده است.

۲- مبانی و روش طراحی

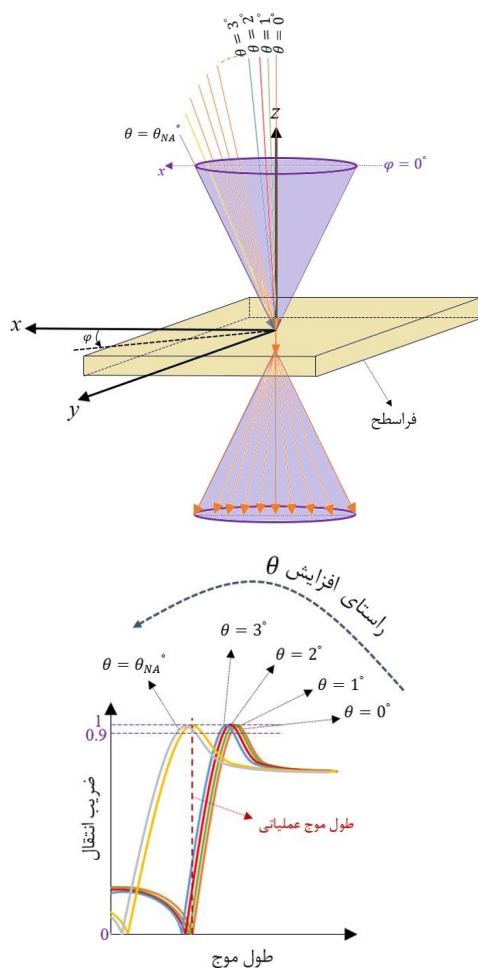
در این بخش به استخراج روابط و معرفی روند طراحی فراسطح محاسباتی پرداخته می‌شود. در ابتدا، روابط بین دامنه و فاز تابع انتقال فراسطح با عملگر ریاضی مشتق مرتبه دوم که در بخش طراحی مورد نیاز است، ارائه خواهد شد. در ادامه با کمک این روابط، به طراحی یک ساختار فراسطح برای مشتق‌گیری مرتبه دوم پرداخته می‌شود. در نهایت، یک ساختار با تناوب مثلثی، طراحی می‌شود که به کمک آن عمل مشتق مرتبه دوم از موج تابشی انجام می‌شود. در ادامه با انجام مطالعه پارامتری، ابعاد آن برای دستیابی به حداکثر روزه عددی، بهینه می‌شود.

۲-۱- تحلیل نظری

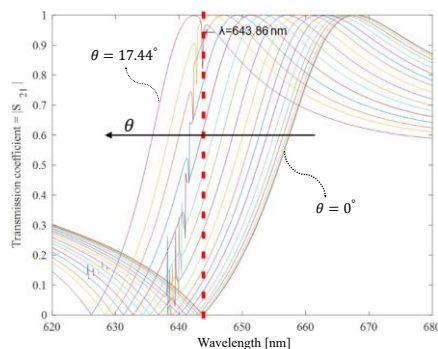
در این بخش روابط دامنه و فاز تابع انتقال فراسطح که برای ایجاد عملگر مشتق مرتبه دوم، مورد نیاز است، به دست می‌آید.



شکل ۱- ساختار فراسطح معرفی شده جهت تحقق مشتق مرتبه دوم، یک ساختار متناوب با تناوب مثلثی از حفره‌های مثلثی شکل داخل یک دی‌الکتریک



شکل ۲- در بالای تصویر، طرح‌واره‌ای از تابش امواج در صفحه $\varphi = 0^\circ$ همراه با زوایای مختلف $\theta (0^\circ, 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \dots, \theta_{NA}^\circ)$ که به سطح فراسطح تابانده می‌شود، قابل مشاهده است. در پایین تصویر، نیز طیف‌های انتقال یک بعدی نشان داده شده‌اند.



شکل ۳- طیف‌های انتقال شبیه‌سازی شده برای فراسطح مشتق‌گیر مکانی مرتبه دوم $(\frac{a^2}{\alpha^2} f(x, y))$ ، تحت تابش نور با قطبش y - و در صفحه $\varphi = 0^\circ$ به ازای زوایای مختلف θ نسبت به راستای عمودی به دست آمده است. خط چین قرمز طول موج عملیاتی $(\lambda = 643.86 \text{ nm})$ را نشان می‌دهد.

شکل ۳ طیف‌های انتقال شبیه‌سازی شده فراسطح طراحی شده مشتق‌گیر مرتبه دوم، به‌ازای زوایای تابش از $\theta = 0^\circ$ تا $\theta = 0.3^{\text{rad}} \equiv 17.44^\circ$ را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در این شکل دیده می‌شود، نمودار طیف انتقال هر کدام از زوایا، دارای یک بیشینه و یک کمینه است که کمینه‌ی آن در طول موج‌های کوچکتری رخ داده و سپس مقدار بیشینه اتفاق می‌افتد. با افزایش میزان زاویه

موج ورودی می‌باشد. در نتیجه برای مشتق مرتبه دوم مکانی در راستای x اندازه و فاز تبدیل فوریه تابع انتقال فراسطح باید شرایط زیر را برآورده سازد:

$$|\tilde{T}(k_x, k_y)| = k_x^2 \quad (9)$$

$$\angle \tilde{T}(k_x, k_y) = -\pi$$

بنابراین برای آنکه یک فراسطح بتواند عمل مشتق مرتبه دوم را انجام دهد، باید دارای ضریب انتقالی با دامنه و فاز مشابه آنچه در رابطه (۹) بیان شده است، باشد. در بخش بعد، به طراحی یک فراسطح با ویژگی مذکور خواهیم پرداخت.

۲-۲- طراحی فراسطح مشتق‌گیر مرتبه دوم

همان‌طور که در بخش قبل نشان داده شد، مشتق مرتبه دوم میدان الکتریکی را می‌توان به وسیله فراسطوحی که یک دامنه تابع انتقال سهموی به همراه یک فاز 180° مانند رابطه (۹) دارد، به دست آورد. با توجه به اینکه تابع انتقال مشتق مرتبه دوم، $-k_x^2$ ، یک تابع زوج نسبت به k_x است، فراسطح مشتق‌گیر مکانی مرتبه دوم، باید نسبت به راستای مشتق‌گیری (در اینجا محور x)، متقارن باشد. به راحتی می‌توان نشان داد که برای فراسطوح مشتق‌گیر مراتب فرد این موضوع برقرار نیست.

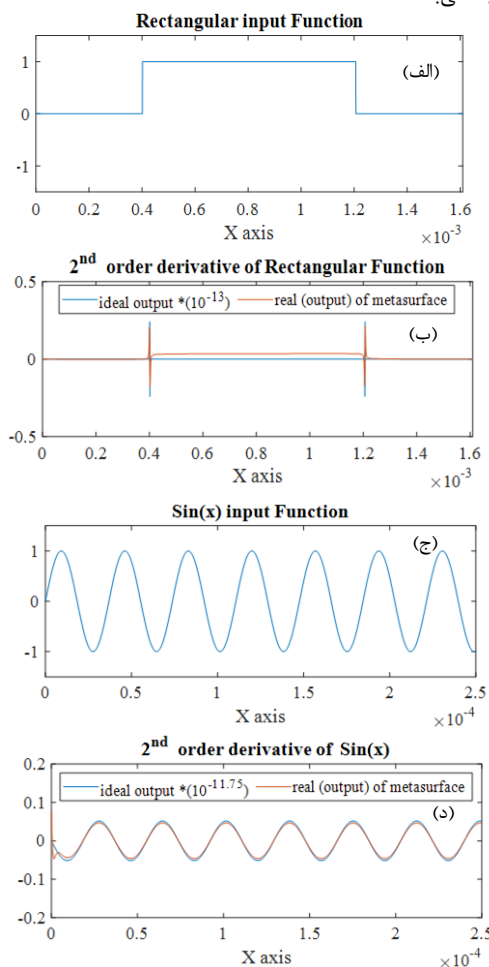
ساختاری که در این مقاله برای ایجاد فراسطح مشتق‌گیر مرتبه دوم نسبت به راستای x در طول موج عملیاتی $\lambda = 643.86 \text{ nm}$ پیشنهاد می‌شود، در شکل ۱ نمایش داده شده است. این فراسطح، از سلول‌های واحد که در یک شبکه مثلثی دو بعدی با دوره تناوب $p = 314.8 \text{ nm} = 0.4889 \lambda$ و زاویه دوران 60° درجه قرار گرفته‌اند، تشکیل شده است. از داخل هر سلول واحد، یک حفره‌ی مثلثی متساوی‌الاضلاع به ضلع $a = 209.71 \text{ nm}$ و به مرکز سلول واحد برداشته شده است. ضمناً قاعده‌ی حفره‌های مثلثی، موازی محور x قرار گرفته است تا سلول واحد نسبت به راستای x متقارن باشد. جنس فراسطح از سیلیکون با ضریب شکست $n = 4$ بوده و ضخامت آن برابر $t = 139.74 \text{ nm} = 0.217 \lambda$ می‌باشد. در اینجا طراحی فراسطح به گونه‌ای انجام شده است که ابعاد ساختار وابسته به طول موج عملیاتی باشد و در نتیجه این فراسطح قابلیت مقیاس به هر طول موج دلخواه را دارد.

ساختار نشان داده شده در شکل ۱ صرفاً برای انجام مشتق‌گیری مرتبه دوم نسبت به راستای x طراحی شده است. با توجه به این که ساختار، شامل حفره مثلثی چیده شده در آرایش مثلثی است و تقارن سلول واحد در راستای عمود بر انتشار صرفاً در راستای x برقرار است، لذا تشدید فابری پرو در این راستا از سلول واحد ایجاد شده و به صورت موج نشستی از هر حفره مثلث خارج می‌شود. از همین رو برآیند امواج نشستی از هر حفره در راستای x منجر به ایجاد موج گسسته شده و این موج گسسته با موج تابشی پیوسته تزویج شده، تا در نهایت موج عبوری از فراسطح به صورت تشدید فانو ظاهر شود.

به منظور توضیح بهتر عملکرد فراسطح مشتق‌گیر، در شکل ۲، در بالای تصویر، نمایی از تابش امواج در صفحه $\varphi = 0^\circ$ همراه با زوایای مختلف $\theta (0^\circ, 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \dots, \theta_{NA}^\circ)$ که از نیم‌فضای $z > 0$ به سطح فراسطح تابانده می‌شود، ترسیم شده است. موج‌های عبوری در سمت دیگر فراسطح به دست می‌آیند. در پایین تصویر، نیز طیف‌های انتقال یک بعدی برای هر موج تابشی با زاویه θ معین به دست آمده است. همان‌طور که از طیف‌های انتقال موجود در تصویر پایین مشخص است، با افزایش مقدار زاویه θ ، شاهد جابه‌جایی تشدید فانو در راستای طول موج بوده و این تشدید فانو به سمت طول موج‌های کمتر تغییر مکان می‌دهد و این باعث می‌شود که محل برخورد تشدید فانو با خط چین قرمز رنگی که به عنوان طول موج عملیاتی در نظر گرفته شده در ضریب انتقال بالاتر رخ دهد و این منجر به ایجاد ضریب انتقالی از مقدار صفر تا یک، به ازای زوایای تابش مختلف θ در طول موج عملیاتی می‌شود که امکان تولید ضریب انتقالی را که در رابطه (۹) به دست آمد، فراهم می‌سازد.

به خوبی عمل کند، زیرا لبه‌های هر تصویر مرز تغییرات سریع نور (درست همانند یک سیگنال مربعی) می‌باشد. علاوه بر این، یک سیگنال سینوسی نیز مطابق شکل ۵ (ج) به فراسطح تابانده شده و نتیجه خروجی در شکل ۵ (د) ترسیم شده است. در این شکل دیده می‌شود که مشتق مرتبه دوم سیگنال ورودی که یک سینوسی با همان فرکانس و اختلاف فاز π می‌باشد، حاصل شده است و با خروجی مشتق گیر ایده‌آل نیز همخوانی خوبی دارد. البته در خصوص دامنه خروجی در شکل‌های ۵ (ب) و (د) این نکته را باید متذکر شد که به علت وجود اتلاف در ضمن انتشار موج و عبور از فراسطح، دامنه خروجی به اندازه یک ضریب تضعیف، کاهش یافته است. در نتیجه برای مقایسه بهتر خروجی فراسطح و مشتق گیر ایده‌آل، نتایج حالت ایده‌آل در یک ضریب ثابت ضرب شده است تا در مقیاس نتیجه فراسطح قرار گیرد.

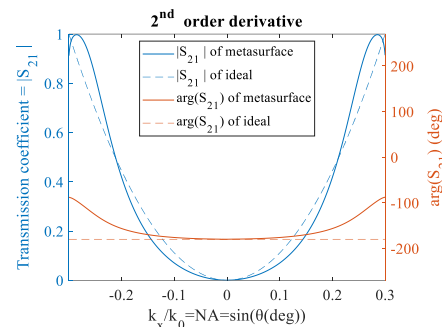
در ادامه برای بررسی کارایی فراسطح در کاربردهای تشخیص لبه تصویر، عملکرد فراسطح در مقابل تصاویر دوبعدی ورودی مورد آزمون قرار خواهد گرفت. در ابتدا در شکل ۶ تابع انتقال دو بعدی شبیه‌سازی شده در فضای عدد موج، برای فراسطح مشتق گیر مکانی مرتبه دوم، نشان داده شده است. از این تابع انتقال دو بعدی به وضوح ماهیت مشتق یک بعدی عملکرد فراسطح را می‌توان متوجه شد. در واقع، در شکل ۶ به ازای یک k_x مشخص و تغییرات k_y در محدوده -0.3 تا $+0.3$ ، همواره یک مقدار دامنه تابع انتقال ثابت به دست می‌آید که نشان‌دهنده پایداری عملکرد فراسطح نسبت به تغییر زاویه قطبش در صفحه x-y می‌باشد.



شکل ۵- (الف) و (ج) سیگنال‌های ورودی مستطیلی و سینوسی تابشی به سطح فراسطح. (ب) و (د) سیگنال‌های خروجی فراسطح برای ورودی‌های موجود در قسمت (الف) و (ج) در مقایسه با خروجی مشتق گیر ایده‌آل.

θ ، الگوی رفتار فرکانسی (تشدید فانو) طیف‌های انتقال به سمت طول موج‌های کوچکتر حرکت می‌کند. با توجه به توضیحی که در پاراگراف قبل بیان شد، طول موجی برای عملکرد فراسطح باید انتخاب شود که به‌ازای زوایای تابشی مختلف، گستره ضریب انتقال از صفر تا یک تغییر کند. بنابراین با توجه به شکل ۳ در طول موج عملیاتی $\lambda = 643.86 \text{ nm}$ این محدوده زوایای $(\theta = 0^\circ \text{ تا } 17.44^\circ)$ ضریب انتقال از صفر تا یک را امکان پذیر می‌کند.

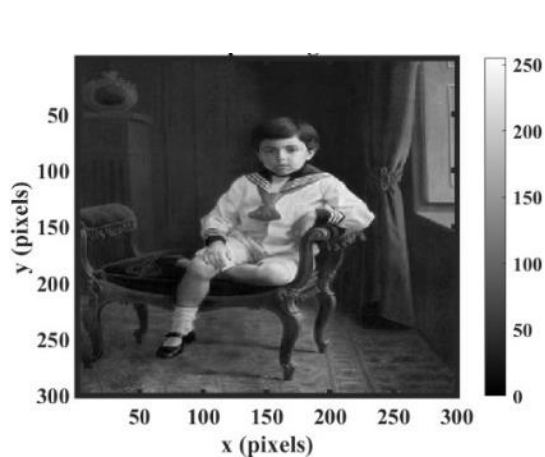
در شکل ۴ تابع انتقال فراسطح معرفی شده با تابع انتقال یک فراسطح ایده‌آل مقایسه شده است. اندازه و فاز حالت ایده‌آل که بر اساس رابطه (۹) رسم شده‌اند، با خطوط مقطع آبی و قرمز نمایش داده شده است. همان طور که دیده می‌شود، اندازه در حالت ایده‌آل یک تابع سهموی و فاز برابر π می‌باشد. علاوه بر این، در شکل ۴ خط آبی پر رنگ، اندازه و خط قرمز پر رنگ، فاز تابع انتقال فراسطح معرفی شده مشتق گیر مرتبه‌ی دوم در طول موج عملیاتی ($\lambda = 643.86 \text{ nm}$) را به عنوان تابعی از بردار موج درون صفحه‌ای k_x که نسبت به عدد موج فضای آزاد k_0 نرمالیزه شده است، نشان می‌دهد. صفحه مرجع انتقال طوری تنظیم شده است که فاز انتقال در حالت تابش عمود برابر با π باشد. تابع انتقال تحت قطبش y و در صفحه $\phi=0^\circ$ به دست آورده شده است. این نمودار، در واقع از مقادیر ضریب انتقال خوانده شده توسط خط چین قرمز موجود در شکل ۳ به‌ازای زوایای مختلف θ تابشی به دست آمده است. تابع انتقال شبیه‌سازی شده از نظر پاسخ دامنه به شکل سهموی ایده‌آل نزدیک است و از نظر پاسخ فاز یک انحراف 0.5π را در زوایای بالا نسبت به پاسخ فاز ثابت ایده‌آل نشان می‌دهد، که نسبت به مرجع [۱۲] این میزان انحراف 0.4π کاهش یافته است. با این وجود یک پاسخ مشتق مرتبه دوم نزدیک به ایده‌آل را ارائه می‌دهد.



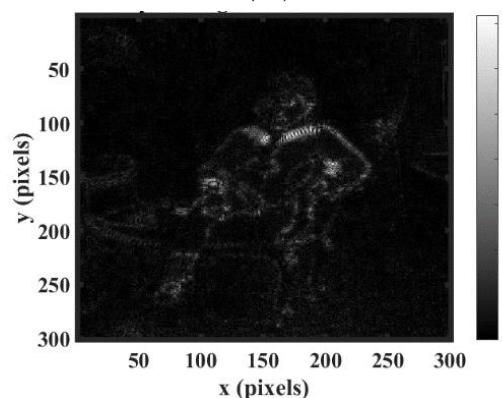
شکل ۴- اندازه و فاز تابع انتقال یک بعدی شبیه‌سازی شده فراسطح مقایسه شده با حالت ایده‌آل.

۳- نتایج و بحث

در بخش قبل، با استخراج روابط ریاضی نشان داده شد، برای آن که یک فراسطح بتواند نقش عملگر مشتق مرتبه دوم را ایفا کند، باید دارای تابع انتقال مشخصی باشد. همچنین روند طراحی یک فراسطح که بتواند تابع انتقال مذکور را برآورده سازد، تشریح شد. در این قسمت عملکرد فراسطح طراحی شده در بخش قبل مورد آزمون قرار می‌گیرد. بدین منظور یک سیگنال پالس مربعی مطابق شکل ۵ (الف) به عنوان موج ورودی با قطبش $-y$ به سمت فراسطح تابیده شده است. این سیگنال ورودی به 2500 پیکسل با اندازه پیکسل یکسان تفکیک شده است به‌طوری که این تعداد پیکسل با تعداد پیکسل محدوده عملیاتی فضای k_x/k_0 فراسطح مطابقت دارد. سیگنال خروجی فراسطح در شکل ۵ (ب) به رنگ قرمز نشان داده شده و با خروجی یک مشتق گیر ایده‌آل مرتبه دوم با رنگ آبی مقایسه شده است. همان طور که در این شکل ملاحظه می‌شود، مشتق مرتبه دوم سیگنال پالسی که دو تابع مشتق ضربه در لبه‌های طرفین پالس می‌باشد، به خوبی ایجاد شده است. از نتیجه این آزمون، می‌توان چنین استنباط نمود که این فراسطح بتواند در تشخیص لبه‌های تصویر دو بعدی نیز



(الف)

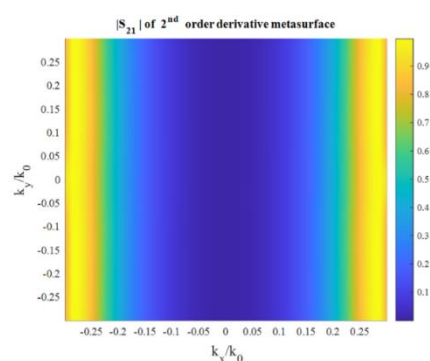


(ب)

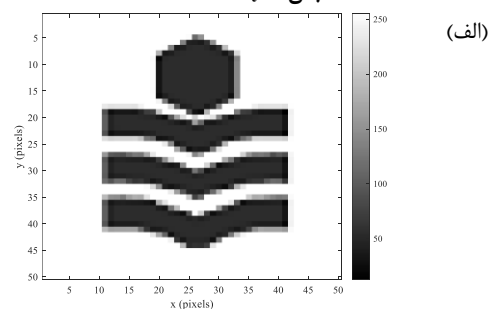
شکل ۸- تشخیص لبه تصویر دو بعدی توسط فراسطی مشتق گیر
(الف) تصویر ورودی دو بعدی، نقاشی پسری با لباس ملوانی، اثر کمال
المل نقاش مشهور ایرانی (ب) خروجی فراسطح برای تصویر ورودی
بخش (الف)

علاوه بر این، ثابت بودن مقدار دامنه تابع انتقال به ازای k_y های مختلف در یک k_x مشخص، حاکی از عمل مشتق گیری صرفاً در امتداد محور x می باشد که هدف طراحی در این مقاله بوده است. در ادامه خواهیم دید که این خاصیت باعث می شود که فراسطح لبه های در راستای x تصاویر را تشخیص دهد.

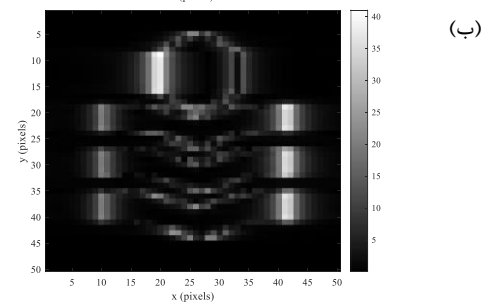
برای ارزیابی عملکرد فراسطح طراحی شده در امر تشخیص لبه، دو تصویر ورودی موجود در شکل ۷ (الف) و (ج) با پیکسل های 50×50 ، به عنوان موج تابشی به فراسطح تابانده شده اند، که لبه های تشخیص داده شده برای این دو تصویر ورودی به وضوح در شکل ۷ (ب) و (د) مشخص شده است. علت پایین گرفتن پیکسل تصاویر ورودی موجود در شکل ۷ (الف) و (ج) به علت رعایت برابری تعداد پیکسل بعد عمودی (راستای y) تصاویر ورودی با تعداد پیکسل بعد افقی (راستای x) محدوده عملیاتی دامنه تابع انتقال در فضای بردار موج فراسطح می باشد، زیرا براساس رابطه (۵) بین تصویر ورودی دو بعدی که به حوزه فوریه انتقال داده شده و تابع انتقال دو بعدی فراسطح، ضرب ماتریسی برقرار است و برای محاسبه ضرب ماتریسی باید تعداد ستون های ماتریس اول با تعداد ردیف های ماتریس دوم برابر باشد تا ضرب ماتریسی امکان پذیر شود. از سوی دیگر فرآیند محاسبات داده های تابع انتقال دوبعدی شبیه سازی شده شکل ۶ در محیط شبیه ساز تمام موج زمان بر بوده است، در نتیجه برای رعایت شرط ضرب ماتریسی بین دو ماتریس و با در نظر گیری زمان بر بودن محاسبه تابع انتقال در نرم افزار شبیه ساز CST، لذا تصمیم گرفته شد تا پیکسل تصاویر ورودی پایین در نظر گرفته شوند.



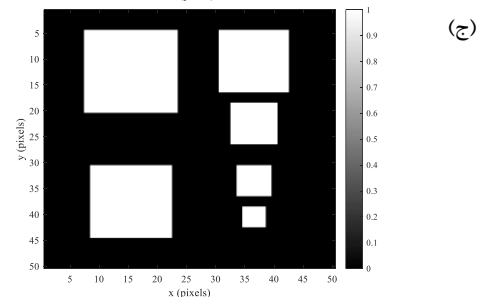
شکل ۶- تابع انتقال دو بعدی شبیه سازی شده فراسطح در طول موج $\lambda = 643.86 \text{ nm}$ تحت قطبش y -



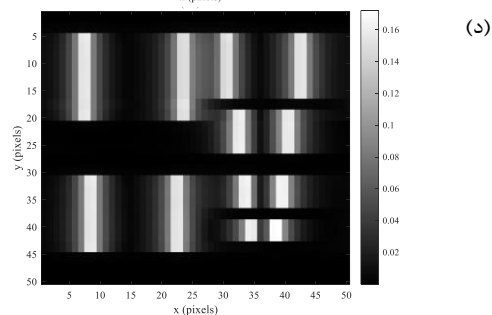
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۷- تشخیص لبه تصویر دو بعدی توسط فراسطی که مشتق گیری مکانی مرتبه دوم را در امتداد محور x انجام می دهد. (الف) تصویر ورودی دو بعدی لوگوی دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل (ج) تصویر ورودی دوبعدی که تعدادی مربع را در یک قاب نشان می دهد. (ب) و (د) خروجی فراسطح برای تصاویر ورودی موجود در قسمت (الف) و (ج) می باشد.

حاصله لبه های تصویر ورودی را مشخص می کند. البته لازم به ذکر است که فرآیند تشخیص لبه ذکر شده در اینجا برای تمامی فراسطوح مشتق گیر که بر مبنای تشدید فانو عمل می کنند، صادق است و صرفاً به یک فراسطح خاص نسبت داده نمی شود.

در نهایت، مقایسه نتایج فراسطح پیشنهادی در این مقاله با سایر کارهای مشابه در این حوزه در جدول ۱ آمده است. همان طور که در این جدول دیده می شود، فراسطح طراحی شده، در قیاس با سایر کارهای مشابه عملکرد قابل قبولی را به نمایش می گذارد. البته این نکته را نباید از نظر دور داشت که مراجعی که به روزه های عددی بالاتر دست یافته اند، مثلاً [۲۵]، معمولاً از ساختارهای پیچیده و چندلایه استفاده کرده اند که ضمن افزایش هزینه ساخت، دقت نتایج نهایی را نیز تحت تاثیر قرار می دهد.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله یک ساختار فراسطح کاملاً دی الکتریک با استفاده از مفهوم تشدید فانو برای ایجاد عملگر ریاضی مشتق مرتبه دوم در فرکانس های مرئی پیشنهاد شد. هدف از پیشنهاد این طرح برای ساخت عملگر مشتق مرتبه دوم، دستیابی به سیستم تشخیص لبه تصاویر ورودی در کاربردهای پردازش تصویر بوده است. بنابراین یک توضیح مفصل، متشکل از اثبات های ریاضی و شبیه سازی ها، برای سلول واحد پیشنهاد شده، برای فراسطح ارائه شد. این فراسطح، دامنه و فاز توابع انتقالی مورد نیاز را در فضای بردار موج ایجاد کردند تا رفتاری متناظر با عملگر مشتق مرتبه دوم که مورد انتظار بود، حاصل شود. دامنه و فاز توابع انتقال فراسطح برای محدوده نسبتاً وسیع از زوایای تابش ورودی نسبت به راستای قائم (یعنی حداکثر روزه عددی) پوشش داده و انتقال بیش از ۰.۹ را برای زوایای بزرگ در نتایج به دست آورده شد. از نظر پاسخ فاز، انحراف حدود ۹۰ درجه را در زوایای بالا نسبت به پاسخ فاز ثابت ایده آل به دست آمد، که این میزان انحراف نسبت به کارهای قبلی انجام شده در این حوزه کمتر است. با این وجود یک پاسخ مشتق مرتبه دوم نزدیک به ایده آل به دست آمد. در نهایت، دامنه و فاز تابع انتقال محاسبه شده فراسطح با همتای ایده آل آن مقایسه شد. نحوه عملکرد فراسطح در بحث تشخیص لبه را به صورت شبیه سازی شده با استفاده از آرایه ای از نانوپر توهای ریز طول موجی که به طور مناسب طراحی شدند، نشان داده شد. در نتیجه فراسطح پیشنهادی، تشخیص لبه واضیحی را در ازای مشتق گیری مکانی مرتبه دوم نشان دادند. این دستاورد می تواند به طیف گسترده ای از کاربردها منجر شود و به آسانی می توان با قرار دادن مستقیم فراسطح مقابل یک CCD استاندارد آن را اجرایی کرد و فرصت های جدید را در ترکیب محاسبات نوری و الکترونیکی و انواع مختلفی از عملگرهای ریاضی را با هزینه کم، توان کم و ابعاد کوچک محقق کرد.

سپاس گذاری

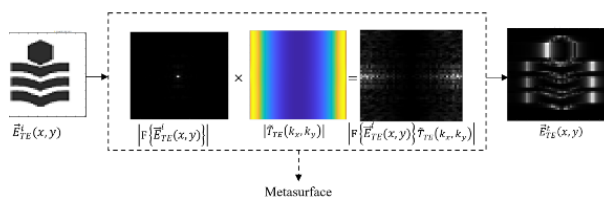
نویسندگان مقاله مراتب قدردانی خود را از حمایت دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل از طریق اعتبار پژوهشی شماره BNUT/391025/1402 اعلام می دارند.

مراجع

- [1] S. He, R. Wang, H. Luo, "Computing metasurfaces for all-optical image processing: a brief review," Nanophotonics, vol. 11, no. 6, pp. 1083-1108, 2022.
- [2] F. Zangeneh-Nejad, S. Dimitrios, A. Alù, R. Fleury, "Analogue computing with metamaterials", Nature Reviews Materials, vol. 6, no. 3, pp. 207-225, 2021.
- [3] A. Silva, M. Francesco, C. Giuseppe, G. Vincenzo, A. Alù, N. Engheta, "Performing mathematical operations with metamaterials", Science, vol. 343, no. 6167, pp. 160-163, 2014.
- [4] S. Abdollahramezani, O. Hemmatyar, A. Adibi, "Meta-optics for

همان طور که به خوبی از تصاویر خروجی به دست آمده در قسمت های (ب) و (د) مشخص است، صرفاً لبه ها در راستای x مشخص شده اند. فرآیند محاسبات برای حصول خروجی های موجود در قسمت های (ب) و (د) در محیط MATLAB R2020b انجام شده است.

به منظور بررسی بیشتر کارایی فراسطح در تشخیص لبه های تصویر ورودی، یک تصویر ورودی که مربوط به نقاشی "پسری با لباس ملوانی" اثر استاد کمال الملک نقاش مشهور ایرانی [۳۵] می باشد و در شکل ۸ (الف) نشان داده شده است، به فراسطح تابانده شد. در شکل ۸ (ب)، نتیجه تصویر خروجی فراسطح پیشنهادی دیده می شود. همانطور که ازین شکل برمی آید، فراسطح در تشخیص لبه های تصویر موفق عمل کرده است. البته شایان ذکر است که با طراحی فراسطوح با روزه عددی های بیشتر، امکان بهبود کیفیت تشخیص لبه فراهم خواهد شد.



شکل ۹- فرآیند عملکرد تشخیص لبه تصویر دو بعدی توسط فراسطحی که مشتق گیری مکانی مرتبه دوم در امتداد محور x انجام می دهد.

جدول ۱- مقایسه نتایج با سایر کارهای مشابه

مرجع	طول موج (نانومتر)	ابعاد سلول واحد (نانومتر)	روزنه عددی
[۲۱]	۶۶۸	$۵۰۰ \times ۵۰۰ \times ۲۷۰$	۰/۰۰۳
[۲۳]	۶۳۳	$۲۵۰ \times ۲۵۰ \times ۱۲۳$	۰/۳
[۲۴]	۶۴۳	$۳۶۰ \times ۳۶۰ \times ۱۲۵$	۰/۴۲
[۲۵]	۶۶۳	$۲۷۰ \times ۲۷۰ \times ۲۷۹$	۰/۷۳
[۲۶]	۱۱۲۰	$۶۰۰ \times ۶۰۰ \times ۴۴۰$	۰/۳۱
مقاله حاضر	۶۴۴	$۳۱۵ \times ۳۱۵ \times ۱۴۰$	۰/۳

در شکل ۹ مراحل عملکرد تشخیص لبه تصویر دو بعدی توسط فراسطح مشتق گیر مرتبه دوم یک بعدی نشان داده شده است، که در مرحله اول تصویر تابشی به صورت مستقیم به سمت فراسطح تابانده می شود، بدون آن که نیازی به بردن داده های شدت تصویر ورودی به حوزه فوریه، توسط عدسی تبدیل فوریه گیر باشد. لذا صرفاً برای فهم آسان تر محاسبات ریاضی انجام گرفته شده در بطن فراسطح مبتنی بر تشدید فانو، تصویر ورودی را به حوزه فوریه برده، همان طور که در کادر مستطیلی نقطه چین شکل ۸ نشان داده شده است، ولی در واقعیت تمامی فرآیند محاسبات در ذات فراسطح به صورت آنی انجام می گیرد. در مرحله دوم ضرب ماتریسی بین مقادیر شدت تصویر ورودی برده شده به حوزه فوریه با تابع انتقال دو بعدی فراسطح در حوزه عدد موج صورت می پذیرد. از حاصل ضرب ماتریسی به دست آمده، معکوس تبدیل فوریه در باطن فراسطح گرفته می شود، تا تصویر نیز مجدداً به حوزه مکانی برگردد. نتیجه

- [19] D. Liu, X. Yu, F. Wu, J. Cao, Y. Zhao, H. Shi, "High-quality resonances in terahertz composite slabs based on metal gratings," *Journal of Optics*, vol. 24, no. 10, pp.105103, 2022.
- [20] J. Lou, X. Xu, Y. Huang, Y. Yu, J. Wang, G. Fang, "Optically controlled ultrafast terahertz metadivices with ultralow pump threshold," *Small*, vol. 17, no. 44, pp. 2104275, 2021.
- [21] A. Saba, M. R. Tavakol, P. Karimi-Khoozani, A. Khavasi, "Two-dimensional edge detection by guided mode resonant metasurface," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 30, no. 9, pp. 853-856, 2018.
- [22] K. Hyeon, D. Sounas, A. Cordaro, A. Polman, A. Alù, "Nonlocal metasurfaces for optical signal processing," *Physical review letters*, vol. 121, no. 17, pp. 173004, 2018.
- [23] A. Cordaro, K. Hyeon, D. Sounas, A. F. Koenderink, A. Alù, A. Polman, "High-index dielectric metasurfaces performing mathematical operations," *Nano letters*, vol. 19, no. 12, pp. 8418-8423, 2019.
- [24] K. Hyeon, A. Cordaro, D. Sounas, A. Polman, A. Alù, "Dual-polarization analog 2D image processing with nonlocal metasurfaces," *ACS Photonics*, vol. 7, no. 7, pp. 1799-1805, 2020.
- [25] M. Nassiri, M. Yazdi, "Image processing using high-Index dielectric metasurfaces based on fano resonance," *Advanced Theory and Simulations*, vol. 7, pp. 2301188, 2024.
- [26] Y. Zhou, Z. Hanyu, I. I. Kravchenko, J. Valentine, "Flat optics for image differentiation," *Nature Photonics*, vol. 14, no. 5, pp. 316-323, 2020.
- [27] B. Rezaee Rezvan, M. Yazdi, S. E. Hosseinienejad, "A 2-bit programmable metasurface for dynamic beam steering applications," *Tabriz Journal of Electrical Engineering*, vol. 51, no. 2, pp. 277-284, 2021.
- [28] R. Asgharian, B. Zakeri, M. Yazdi, S. Samadi, "Design of steerable passive reflect array using non-uniform elements for main beam and side lobe level improvement," *Tabriz Journal of Electrical Engineering*, vol. 49, no. 3, pp. 985-993, 2019.
- [29] O. D. Asli, M. Yazdi, B. R. Rezvan, "Tunable broadband terahertz absorber based on star-shaped ring graphene metasurface," *Journal of Nanophotonics*, vol. 18, no. 2, pp. 026004, 2024.
- [30] B. R. Rezvan, M. Yazdi, S. E. Hosseinienejad, "On the design of multi-vortex beam multiplexers using programmable metasurfaces," *Journal of the Optical Society of America B*, vol. 40, pp. 2979-2989, 2023.
- [31] B. R. Rezvan, M. Yazdi, S. E. Hosseinienejad, "On the design of multibeam digital metasurfaces with multiple feeds," *Advanced Theory and Simulations*, vol.6, pp. 2200676, 2023.
- [32] M. Yazdi, M. Albooyeh, R. Alaee, V. Asadchy, N. Komjani, C. Rockstuhl, C. R. Simovski, S. Tretyakov, "A bianisotropic metasurface with resonant asymmetric absorption," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 63, no. 7, pp.3004-3015, 2015.
- [33] <http://www.cst.com/products/cstmws>.
- [34] T. C. Poon, A. Korpel, "Optical transfer function of an acousto-optic heterodyning image processor," *Optical Letter*, vol. 4, pp. 317-319, 1979.
- [35] <https://fotografia.islamoriente.com/en/content/child-costume-sailor-oil-canvas-1914-artist-kamal-ol-molk>.
- spatial optical analog computing", *Nanophotonics*, vol. 9, no. 13, pp. 4075-4095, 2020.
- [5] A. Youssefi, F. Zangeneh-Nejad, S. Abdollahramezani, A. Khavasi, "Analog computing by Brewster effect", *Optics letters*, vol. 41, no. 15, pp. 3467-3470, 2016.
- [6] T. Zhu, Y. Zhou, Y. Lou, H. Ye, M. Qiu, Z. Ruan, S. Fan, "Plasmonic computing of spatial differentiation", *Nature communications*, vol. 8, no. 1, pp. 1-6, 2017.
- [7] A. Pors, G. N. Michael, and S. I. Bozhevolnyi, "Analog computing using reflective plasmonic metasurfaces," *Nano letters*, vol. 15, no. 1 pp. 791-797, 2015.
- [8] S. Abdollahramezani, A. Chizari, A. E. Dorche, M. V. Jamali, J. A. Salehi, "Dielectric metasurfaces solve differential and integro-differential equations," *Optics letters*, vol. 42, no. 7, pp. 1197-1200, 2017.
- [9] A. Komar, A. Rifat, A. Aoni, L. Xu, M. Rahmani, A. E. Miroshnichenko, D. N. Neshev, "Dielectric metasurface based advanced image processing," *SPIE Micro Nano Materials, Devices, and Applications*, vol. 11201, pp.25-26, 2019.
- [10] H. Chen, D. An, Z. Li, X. Zhao, "Performing differential operation with a silver dendritic metasurface at visible wavelengths," *Optics express*, vol. 25, no. 22, pp. 26417-26426, 2017.
- [11] A. Momeni, H. Rajabalipanah, A. Abdolali, K. Achouri, "Generalized optical signal processing based on multioperator metasurfaces synthesized by susceptibility tensors", *Physical Review Applied*, vol. 11, no. 6, pp. 064042, 2019.
- [12] A. Abdolali, A. Momeni, H. Rajabalipanah, K. Achouri, "Parallel integro-differential equation solving via multi-channel reciprocal bianisotropic metasurface augmented by normal susceptibilities", *New Journal of Physics*, vol. 21, no. 11, pp.113048, 2019.
- [13] S. Chen, Y. Gao, K. Sun, "Recent progress in Fano-resonant terahertz metasurface and its application," *Discover Applied Sciences*, vol. 6, no. 6, 2024.
- [14] A. Minovich, D. N. Neshev, D. A. Powell, I. V. Shadrivov, Y. S. Kivshar, "Tunable fishnet metamaterials infiltrated by liquid crystals" *Applied Physics Letter*, vol. 96, no. 19, pp.193103, 2010.
- [15] Z. X. Shen, S. H. Zhou, S. J. Ge, W. Hu, Y. Q. Lu, "Liquid crystal enabled dynamic cloaking of terahertz Fano resonators," *Applied Physics Letter*, vol. 114, no. 4, pp. 041106, 2019.
- [16] X.S. Li, N. Feng, Y. Xu, Z. Huang, K. Wen, X. Xiong, "Theoretical and simulation study of dynamically tunable sensor based on liquid crystal-modulated Fano resonator in terahertz band," *Optical Laser Technology*, vol. 155, pp.108350, 2022.
- [17] Y. Liu, Q. Zheng, H. Yuan, S. Wang, K. Yin, X. Dai, "High sensitivity terahertz biosensor based on mode coupling of a graphene/bragg reflector hybrid structure," *Biosensors*, vol. 11, no. 10, pp. 377, 2021.
- [18] M. Manjappa, Y. K. Srivastava, L. Cong, I. Al-Naib, R. Singh, "Active photoswitching of sharp fano resonances in THz metadivices," *Advanced Materials*, vol. 29, no. 3, pp. 1603355, 2017.