

Adaptive Improved Dynamic Surface Control for a Class of Uncertain Nonlinear Systems in the presence of Input Hysteresis and Unknown Control Direction

Mehrab Rostami, Maryam Shahriari-kahkeshi*, Hadi Arvin

Faculty of Engineering, Shahrood University, Shahrood, Iran
E-mails: m.r13720911@gmail.com; m.shahriari@sku.ac.ir; hadi.arvin@sku.ac.ir
*m.shahriari@sku.ac.ir

Short Abstract

This paper designs an adaptive improved dynamic surface controller for a class of uncertain nonlinear systems in the presence of input hysteresis and uncertain control direction. It is assumed that nonlinear functions in the system dynamics and parameters of the input nonlinearity are uncertain. At first, uncertain dynamics of the system is identified by the fuzzy system as a linear approximator. Then, the proposed improved dynamic surface controller is designed. In the proposed controller, a Nussbaum-type function is used to deal with the uncertain control direction problem. Also, for eliminating the "explosion of complexity" problem in the backstepping approach and sensitivity to the time constant of the filters in the dynamic surface control approach, a nonlinear tracking differentiator is used to obtain the virtual inputs derivative. Furthermore, by considering the norm of the adjustable parameters as an adaptive parameter, number of adaptive parameters and consequently computational burden are decreased considerably. Stability analysis of the proposed controller guarantees that all of the closed-loop signals are uniformly ultimately bounded. Also, adaptive laws for online tuning of adjustable parameters are proposed based on the Lyapunov method. Simulation results on two numerical and application examples verify the effectiveness and proper performance of the proposed controller.

Keywords

Improved dynamic surface control, Input hysteresis, Unknown control directions, Adaptive fuzzy control.

1- Short Introduction

Input hysteresis is a multivalued and nonsmooth nonlinearity that exists in most of the physical systems and industrial processes. Also, most of the physical systems are nonlinear and have uncertain dynamics, even some of them have unknown control direction. It means that sign and amplitude of control gain is unknown. On the other hand, existing backstepping and dynamic surface control schemes for uncertain nonlinear systems suffer from the explosion of complexity problem and difficulty in choosing appropriate time constant of the first order filters. Incorporating tracking differentiator and Nussbaum function into the dynamic surface control approach in an adaptive framework will be an effective scheme to deal with the mentioned challenges.

2- Proposed Work and Methodology (including comprision, simulation/experimental results and discussion)

This work proposes an improved dynamic surface control scheme for uncertain strict-feedback nonlinear systems with backlash-like hysteresis and unknown control direction. It is assumed that no prior knowledge about the uncertain dynamics of the system, sign and magnitude of the control gain and hysteresis parameters are available.

The proposed control structure uses fuzzy system to estimate the uncertain terms that appear in the controller design because of the dynamical uncertainty and hysteresis nonlinearity. Also, it invokes Nussbaum-type function to deal with the unknown sign and amplitude of the control gain that exist in the system and hysteresis model. Then, it incorporates finite-time stable nonlinear tracking differentiator into the dynamic surface control approach to obtain the derivative of the virtual control input. Furthermore, to reduce the number of adaptive parameters, norm of the adjustable parameters in the fuzzy model are considered as an adaptive parameter and tuned online based on the adaptive laws that are derived by using the Lyapunov direct method. This reduces the online computational burden significantly. Stability analysis of the proposed scheme shows that all of the closed loop signals are uniformly ultimately bounded.

Therefore, the proposed control scheme can deal with both of hysteresis nonlinearity and unknown control direction problem simultaneously. It does not require any off-line learning phase. Also, because of using the tracking differentiator, explosion of complexity problem and sensitivity to the time constant of the first order filters that exist in the backstepping and dynamic surface control methods are eliminated.

The proposed scheme is applied to the numerical and application example and compared with the conventional dynamic surface control approach. Simulation results show that all of the closed-loop signals are uniformly ultimately bounded and control effort by the proposed method is less than that of the dynamic surface control approach.

3- Conclusion

An adaptive fuzzy improved dynamic surface control approach was proposed for nonlinear strict-feedback systems with uncertain dynamics, input hysteresis and unknown control direction problem. It uses fuzzy systems to estimate uncertain terms in the controller design and invokes the Nussbaum function to deal with the unknown control direction problem. After that uses tracking differentiator to obtain the virtual control input instead of the first order filter in the dynamic surface control approach. By using Lyapunov stability theorem, the uniformly ultimately boundedness of the all closed-loop signals was proven mathematically. Also, effectiveness of the proposed scheme was verified by presenting simulation and comparison results on two well-known examples.

4- References

- G. Tao, P. V. Kokotovic, "Adaptive control of plants with unknown hysteresis", IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 40, pp. 200–212, 1995.
- Z. Chen, "Nussbaum functions in adaptive control with time-varying unknown control coefficients", Automatica, vol. 102, pp. 72-79, 2019.
- Y. Zhang, D. Wang, Z. Peng, "Consensus maneuvering for a class of nonlinear multivehicle systems in strict-feedback form", IEEE Transactions on Cybernetics, vol. 49, no. 5, pp. 1759-1767, 2019.

کنترل سطح دینامیکی بهبودیافته تطبیقی کلاسی از سیستم‌های غیرخطی نامعین در حضور هیستریزیس ورودی و جهت کنترلی نامعین

محراب رستمی

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

مریم شهریاری کاهکشی

دانشیار، گروه مهندسی برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

هادی آروین

دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

چکیده

این مقاله به طراحی یک کنترل کننده سطح دینامیکی بهبودیافته تطبیقی برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی نامعین در حضور هیستریزیس ورودی و جهت کنترلی نامعین می‌پردازد. در ساختار پیشنهادی فرض می‌شود که توابع $f_i(x_i)$ به ازای $i = 1, \dots, n$ در دینامیک سیستم و همچنین پارامترهای محدودیت ورودی نامعین هستند. لذا برای طراحی کنترل کننده، ابتدا توابع نامعین در دینامیک سیستم توسط سیستم فازی به‌عنوان یک تقریب زن خطی شناسایی می‌شود. سپس، کنترل کننده سطح دینامیکی بهبودیافته پیشنهادی بر اساس مدل فازی سیستم طراحی می‌گردد. در کنترل کننده پیشنهادی از تابع نوع ناسبام برای غلبه بر جهت کنترلی نامعین استفاده می‌شود. همچنین برای حذف معضل "انفجار جملات" در روش پسگام و حذف حساسیت به ثابت زمانی فیلترها در روش کنترل سطح دینامیکی متداول، از مشتق گیر ردیابی غیرخطی برای محاسبه مشتق ورودی‌های مجازی استفاده می‌شود. بعلاوه با در نظر گرفتن نرم پارامترهای قابل تنظیم در مدل فازی به‌عنوان پارامتر تطبیقی، تعداد پارامترهای تطبیقی و در نتیجه حجم محاسبات برخط به میزان چشم‌گیری کاهش پیدا می‌کند. تحلیل پایداری کنترل کننده پیشنهادی تضمین می‌کند که تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته نهایتاً به‌صورت یکنواخت کران‌دار هستند. همچنین قوانین تطبیقی برای تنظیم پارامترها به‌صورت برخط بر اساس روش لیاپانف پیشنهاد می‌گردند. نتایج شبیه‌سازی بر روی دو مثال عددی و کاربردی مؤید کارایی و عملکرد مناسب کنترل کننده پیشنهادی می‌باشند.

کلمات کلیدی

کنترل سطح دینامیکی بهبودیافته، هیستریزیس ورودی، جهت‌های کنترلی نامعین، کنترل کننده فازی تطبیقی.

نام نویسنده مسئول: دکتر مریم شهریاری کاهکشی

ایمیل نویسنده مسئول: m.shahriari@sku.ac.ir

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۱/۰۸/۲۹

تاریخ(های) اصلاح مقاله: ۱۴۰۱/۱۲/۰۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۲/۰۱

۱- مقدمه

بسیاری از فرآیندهای صنعتی و سیستم‌های کاربردی به دلیل محدودیت‌های فیزیکی عملگرهای قیدی بر روی دامنه سیگنال کنترلی خود دارند [۱ و ۲]. یکی از رایج‌ترین محدودیت‌های حاکم بر ورودی، هیستریزیس است. هیستریزیس یکی از محدودیت‌های غیرخطی است که در بسیاری از فرآیندهای صنعتی و به‌ویژه در کنترل موقعیت عملگرهای پیزوالکتریک مشاهده می‌شود [۳]. عدم توجه به این محدودیت در کنترل سیستم سبب افت عملکرد مطلوب سیستم، ایجاد نوسانات ناخواسته و حتی بروز مشکلات پایداری می‌گردد [۴]. از آنجایی که هیستریزیس یک پدیده غیرخطی پیچیده می‌باشد، مدل‌های متفاوتی برای توصیف آن ارائه شده‌اند که از نمونه‌های متداول آن می‌توان به هیستریزیس واکنشی^۱، مدل پریساج^۲، عملگر هیستریزیس ایشلینسکی^۳، مدل هیستریزیس پرائتل- ایشلینسکی^۴، هیستریزیس دوهم^۵ و مدل باکون^۶ اشاره نمود [۵]. در میان مدل‌های رایج پیشنهادی برای توصیف پدیده هیستریزیس، هیستریزیس نوع واکنشی، آشناترین و ساده‌ترین مدلی است که می‌تواند منحنی هیستریزیس را که در واقع اتصال دو خط موازی از طریق قطعه خطوط افقی است، توصیف نماید. لذا در این مقاله نیز مدل هیستریزیس واکنشی در نظر گرفته می‌شود. از طرفی به دلیل مشخصه ناهموار و غیرخطی محدودیت هیستریزیس، روش‌های کنترلی متداول نمی‌توانند به صورت مستقیم برای حذف یا کاهش اثرات آن بکار روند و باید ساختارهای کنترلی متفاوتی پیشنهاد شوند.

در مقالات این حوزه، دو روش برای مقابله با محدودیت هیستریزیس در سیستم‌های کنترل پیشنهاد شده است. در روش اول، یک عملگر معکوس تطبیقی برای حذف اثرات نامطلوب هیستریزیس توسعه داده می‌شود [۶-۸]. محدودیت هیستریزیس یک محدودیت غیرخطی پیچیده است و ساخت عملگر معکوس برای آن به سادگی امکان‌پذیر نمی‌باشد. در روش دوم، هیستریزیس به صورت یک اغتشاش کران‌دار در نظر گرفته شده و یک سیستم تطبیقی برای مقابله با اثرات آن پیشنهاد می‌گردد [۹ و ۱۰]. از آنجایی که این روش امکان کاربرد روش‌های کنترلی متفاوت را برای کاهش اثر هیستریزیس فراهم می‌کند، مورد استقبال بیشتری از سوی محققان قرار گرفته است. برای مثال در [۱۱ و ۱۲] کنترل‌کننده‌های ساختار متغیر تطبیقی و پسگام برای سیستم‌های غیرخطی پیوسته در حضور محدودیت هیستریزیس نوع باکون پیشنهاد شدند. در [۱۳] یک کنترل‌کننده شبکه عصبی برای سیستم‌های غیرخطی تأخیردار به فرم فیدبک خالص در حضور هیستریزیس ورودی پیشنهاد شد. در [۱۴] یک کنترل‌کننده تحمل‌پذیر خطا با عملکرد از پیش تعیین شده برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی با بهره‌های کنترلی معین در حضور هیستریزیس ورودی طراحی شد. یک کنترل‌کننده عصبی تطبیقی مبتنی بر روش پسگام نیز برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی در معرض هیستریزیس ورودی نوع واکنشی، پارامترهای نامعین و اغتشاش خارجی در [۱۵] ارائه شد.

از طرفی جهت کنترل در سیستم ممکن است نامعین باشد، منظور از جهت کنترلی نامعین، نامعین بودن علامت و دامنه بهره کنترل در مدل سیستم می‌باشد. یکی از ابزارهای مؤثر برای کنترل سیستم‌ها با جهت‌های کنترلی نامعین، استفاده از روش تابع ناسبام^۷ می‌باشد [۱۶-۲۲]. این تابع در واقع ترکیبی از یک تابع اکیداً صعودی و یک تابع سوئیچینگ است که تابع سوئیچینگ، علامت ضریب کنترلی را تخمین می‌زند [۱۷]. برای مثال در [۱۸]

یک کنترل‌کننده تطبیقی مبتنی بر تابع لیاپانف محدودکننده^۸ برای سیستم‌های غیرخطی با نامعینی پارامتری که در معرض محدودیت‌های ورودی و جهت‌های کنترلی نامعین هستند، پیشنهاد شد. در [۱۹] یک کنترل‌کننده پسگام تطبیقی عصبی برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی نامعین در حضور محدودیت باند مرده ورودی با بهره‌های کنترلی نامعین ارائه شد. در [۲۰] تابع نوع ناسبام برای طراحی کنترل‌کننده تطبیقی برای کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی با جهت کنترلی نامعین در حضور خرابی عملگر استفاده شد. در [۲۱] یک کنترل‌کننده سطح دینامیکی تطبیقی برای سیستم‌های غیرخطی با نامعینی پارامتری به فرم فیدبک اکید با جهت کنترلی نامعین در حضور اغتشاش خارجی پیشنهاد شد. در [۲۲] نیز یک کنترل‌کننده سطح دینامیکی تطبیقی عصبی برای سیستم‌های غیرخطی در حضور محدودیت خروجی و اشباع ورودی پیشنهاد گردید که در آن از تابع لیاپانف محدودکننده در طراحی کنترل‌کننده استفاده می‌شود.

ساختارهایی که برای کنترل سیستم‌های غیرخطی به فرم اکیداً فیدبک ارائه شده‌اند، اغلب مبتنی بر روش پسگام و روش کنترل سطح دینامیکی می‌باشند که هر یک چالش‌هایی را به همراه دارند. مشکل اصلی کنترل‌کننده پسگام بروز معضل انفجار جملات^۹ است که ناشی از مشتق‌گیری متوالی از ورودی‌های کنترل مجازی در طراحی کنترل‌کننده است. اگرچه این معضل در روش کنترل سطح دینامیکی با به‌کارگیری فیلترهای پایین‌گذر در محاسبه مشتقات ورودی مجازی حذف شده است اما پاسخ فیلترهای پایین‌گذر در روش کنترل سطح دینامیکی نیز بسیار وابسته به ثابت زمانی فیلترها است. انتخاب ثابت زمانی‌های کوچک سبب بروز نوسانات ناخواسته می‌شود در حالی که ثابت زمانی‌های بزرگ‌تر نیز مشکلات پایداری ایجاد می‌کنند. بنابراین انتخاب مناسب ثابت زمانی فیلترها در روش کنترل سطح دینامیکی خود یک موضوع چالش‌برانگیز است.

با توجه به محدودیت‌های موجود در سیستم‌های فیزیکی و چالش‌های مطرح‌شده در روش‌های موجود، در این مقاله یک کنترل‌کننده سطح دینامیکی بهبودیافته فازی تطبیقی برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی نامعین در حضور هیستریزیس ورودی و جهت کنترلی نامعین پیشنهاد می‌گردد. در کنترل‌کننده پیشنهادی ابتدا توابع نامعین توسط سیستم فازی تقریب زده می‌شوند، سپس تابع نوع ناسبام برای مقابله با جهت کنترلی نامعین ناشی از بهره‌های کنترلی نامعین و هیستریزیس ورودی به کار می‌رود. در ادامه برای غلبه بر معضل انفجار جملات در روش پسگام و حذف وابستگی به ثابت زمانی فیلترها در روش کنترل سطح دینامیکی، مشتق‌گیر ردیابی^{۱۰} غیرخطی پایدار زمان-محدود^{۱۱} برای تخمین مشتق ورودی مجازی به‌جای فیلترهای پایین‌گذر در روش سطح دینامیکی متداول پیشنهاد می‌شود. تحلیل پایداری سیستم با روش مستقیم لیاپانف نشان می‌دهد که تمام سیگنال‌های سیستم حلقه بسته نهایتاً به صورت یکنواخت کران‌دار هستند. نتایج شبیه‌سازی و مقایسه روش پیشنهادی نیز مؤید عملکرد مطلوب کنترل‌کننده طراحی شده می‌باشد. نوآوری‌های این مقاله در مقایسه با پژوهش‌های پیشین عبارت‌اند از: (۱) توابع غیرخطی در دینامیک سیستم و جهت کنترلی سیستم شامل علامت و دامنه بهره‌های کنترلی نامعین هستند. (۲) عملگر در معرض محدودیت هیستریزیس نوع واکنشی است و برای طراحی کنترل‌کننده نیازی به معلوم بودن پارامترهای هیستریزیس نیست؛ به‌عبارت‌دیگر، کنترل‌کننده پیشنهادی قادر به حفظ عملکرد سیستم در حضور

^۸ Barrier Lyapunov function^۹ Explosion of terms^{۱۰} Tracking differentiator^{۱۱} Finite-time stable^۱ Backlash^۲ Preisach^۳ Ishlinskii^۴ Prandtl-Ishlinskii^۵ Duhem^۶ Bouc Wen^۷ Nussbaum

$$h(v) = (u_0 - cv_0)e^{-\alpha(v-v_0)\text{sgn}(v)} + e^{-\alpha v \text{sgn}(v)} \int_{v_0}^v (B - c)e^{\alpha \zeta \text{sgn}(\zeta)} d\zeta \quad (4)$$

در رابطه فوق v_0 به مقدار اولیه v ، $u_0 = u(v_0)$ به خروجی محدودیت هیستریزس به ازای ورودی v_0 و $\text{sgn}(\cdot)$ نیز به تابع علامت اشاره می‌کند. با جایگذاری مدل به دست آمده (۳) در (۱)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1} + f_i(x_i), & 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(x_n) + cg(x_n)v + g(x_n)h(v) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (5)$$

هدف از این مقاله طراحی یک کنترل‌کننده سطح دینامیکی تطبیقی برای سیستم غیرخطی (۵) با دینامیک نامعین در حضور محدودیت هیستریزس و جهت کنترلی نامعین است به نحوی که خروجی سیستم بتواند مسیر مطلوب را در حضور محدودیت ورودی دنبال نماید و تمام سیگنال‌های سیستم حلقه بسته نهایتاً به صورت کران‌دار باقی بمانند و بتوان خطای ردیابی را تا حد امکان کوچک نمود.

۲-۲- مشتق‌گیر ردیابی

یکی از ساده‌ترین راه‌هایی که برای محاسبه مشتق یک سیگنال استفاده می‌شود، روش تفاضل معکوس^{۱۲} است اما از آنجایی که این روش نویز سیگنال را تقویت می‌کند، نمی‌تواند تخمین قانع‌کننده‌ای از آن فراهم نماید. برای غلبه بر این مشکل، مشتق‌گیرهای متفاوتی نظیر مشتق‌گیر لوانت و مشتق‌گیرهای ردیابی خطی و غیرخطی برای تخمین مشتق یک سیگنال (بدون تقویت نویز اندازه‌گیری) پیشنهاد شدند [۲۴-۲۶]. مشتق‌گیر ردیابی سیستمی است که برای سیگنال مرجع داده شده v ، بتواند سیگنال‌های a_1 و a_2 ای را فراهم نماید که سیگنال مرجع v و مشتق آن را دنبال کنند [۲۵].

لم [۲۶] و [۲۷]. سیستم زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{1R} &= z_{2R}, \\ \dot{z}_{2R} &= f(z_{1R}, z_{2R}) \end{aligned} \quad (6)$$

اگر پاسخ سیستم فوق پایدار مجانبی باشد آنگاه به ازای تابع انتگرال‌پذیر کران‌دار دلخواه v و ثابت‌های داده شده $T > 0$ و $R > 0$ ، پاسخ z_1 سیستم زیر:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2, \\ \dot{z}_2 &= R^2 f(z_1 - v, \frac{z_2}{R}), \end{aligned} \quad (7)$$

معادله زیر را ارضا می‌نماید:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \int_0^T |z_1 - v| dt = 0 \quad (8)$$

معادله (۸) بیانگر این است که سیگنال z_1 به‌طور متوسط به v و سیگنال z_2 به مشتق \dot{v} همگرا می‌شود. با در نظر گرفتن لم ۲، می‌توان با انتخاب تابع مناسب f و با تغییر متغیر $z_{1R} = z_1 - v$ و $z_{2R} = z_2 / R$ پاسخ سیستم (۶) را در مبدأ پایدار مجانبی نمود. اگر تابع f در (۶) به فرم زیر انتخاب شود:

$$f(z_{1R}, z_{2R}) = -k_1 [z_{1R}]^\alpha - k_2 [z_{2R}]^\beta, \quad (9)$$

که در آن $\alpha = \text{sign}(r)|r|^\alpha$ و $\beta = \text{sign}(r)|r|^\beta$ ضرایب مثبت هستند آنگاه مشتق‌گیر ردیابی غیرخطی زیر پایدار زمان-محدود خواهد بود

$$\begin{aligned} \dot{z} &= z^d, \\ \dot{z}^d &= R^2 \left(-k_1 [z - v]^\alpha - k_2 \left[\frac{z^d}{R} \right]^\beta \right), \end{aligned} \quad (10)$$

و بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که ثابت‌های مثبت z_1^* و z_2^* وجود دارند که

انواع متفاوتی از هیستریزس‌های نوع واکنشی می‌باشد. (۳) در روش پیشنهادی به دلیل استفاده از مشتق‌گیرهای ردیاب برای مشاهده مشتقات ورودی مجازی، معضل "انفجار جملات" مشاهده شده در روش پسگام و هم‌چنین چالش‌های موجود در انتخاب ثابت زمانی مناسب فیلترهای پایین‌گذر در روش کنترل سطح دینامیکی متداول حذف شده‌اند. (۴) در روش پیشنهادی تنها ورودی مرجع و مشتق مرتبه اول آن برای طراحی کنترل‌کننده موردنیاز است و برخلاف روش کنترل سطح دینامیکی متداول نیازی به در دسترس بودن مشتق مرتبه دوم ورودی مرجع نیست. (۵) با در نظر گرفتن نرم پارامترهای قابل تنظیم در مدل فازی به‌عنوان پارامتر تطبیقی، تعداد پارامترهای تطبیقی و در نتیجه حجم محاسبات برخط در کنترل‌کننده پیشنهادی به‌طور چشم‌گیری کاهش یافته‌اند. مقاله پیشرو شامل پنج بخش است. در بخش دوم به بیان مسئله و مرور مختصری بر مفاهیم موردنیاز برای طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی پرداخته شده است. بخش سوم به طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی و تحلیل پایداری آن اختصاص یافته است. نتایج شبیه‌سازی و مقایسه عملکرد کنترل‌کننده پیشنهادی در بخش چهارم آورده شده است. در بخش پنجم نیز نتایج کلی مقاله به‌اختصار مرور می‌شوند.

۲- توصیف سیستم و مفاهیم مقدماتی

این بخش ابتدا به بیان مسئله می‌پردازد و سپس خلاصه‌ای از مفاهیم موردنیاز در طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی را ارائه می‌دهد.

۲-۱- بیان مسئله

کلاسی از سیستم‌های غیرخطی نامعین به فرم اکیداً فیدبک را در حضور هیستریزس ورودی به‌صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1} + f_i(x_i), & 1 \leq i \leq n-1 \\ \dot{x}_n &= f_n(x_n) + g(x_n)u(v) \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن $x_i = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_i]^T \in R^i$ به ازای $i = 1, \dots, n$ نمایانگر بردار حالت و $y \in R$ نشان‌دهنده متغیر خروجی می‌باشد. توابع $f_i(x_i): R^i \rightarrow R$ و $g(x_n): R^n \rightarrow R$ بیانگر توابع غیرخطی هموار و نامعین هستند. $v \in R$ به خروجی کنترل‌کننده و $u(v) \in R$ به ورودی سیستم اشاره می‌کند. $u(v)$ در واقع خروجی محدودیت هیستریزس است که به‌صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\frac{du}{dt} = \alpha \left| \frac{dv}{dt} \right| (Cv - u) + B \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

که در آن α ، C و B ضرایب ثابت هستند، $C > 0$ شیب خطوط در محدودیت هیستریزس را نشان می‌دهد و نامساوی $C > B$ را برآورده می‌نماید. لازم به ذکر است که در رابطه بالا برای سادگی، $u(v)$ با u نمایش داده شده است. در ادامه نیز این نمایش رعایت خواهد شد.

همان‌طور که از مدل هیستریزس در (۲) مشاهده می‌شود، ارتباط بین متغیرهای u و v غیرخطی است و امکان طراحی کنترل‌کننده به‌صورت سراسری وجود ندارد. در ادامه به منظور ایجاد یک رابطه خطی بین u و v برای طراحی کنترل‌کننده، معادله (۲) مطابق با مرجع [۲۳] برای ورودی قطعه‌ای یکنواخت v حل می‌شود و رابطه زیر را نتیجه می‌دهد:

$$u = cv + h(v) \quad (3)$$

که در آن

$$f_i(x_i) = \theta_i^T \varphi_i(x_i) + \delta_i(x_i) \quad (15)$$

که در آن $\varphi_i(x_i)$ بردار توابع پایه، θ_i بردار پارامترهای ایده‌آل و $\delta_i(x_i)$ خطای تقریب می‌باشد که نامعین اما کران‌دار فرض می‌شود، به‌عبارت‌دیگر می‌توان نوشت $|\delta_i(x_i)| \leq \bar{\delta}_i$ که $\bar{\delta}_i$ یک ثابت مثبت اما نامعین است. پیش از ارائه ساختار کنترل‌کننده پیشنهادی، فرضیات، تعریف و لم لازم برای طراحی کنترل‌کننده مطرح می‌شوند.

فرض ۱. مسیر مطلوب $y_d(t)$ تابع همواری از t بوده و \dot{y}_d و y_d کران‌دار بوده و در دسترس می‌باشند [۳۱].

فرض ۲. بردار پارامترهای ایده‌آل θ_i در (۱۳) دارای نرم کران‌دار می‌باشد، به‌عبارت‌دیگر $\|\theta_i\| \leq \bar{\theta}_i$ که در آن $\bar{\theta}_i$ یک ثابت مثبت نامعین است.

لازم به ذکر است که کران نرم بردار θ_i ، تنها برای تحلیل پایداری استفاده می‌شود و طراحی کنترل‌کننده مستقل از مقدار عددی آن می‌باشد.

در این مقاله از تابع نوع ناسبام برای مقابله با بهره‌های کنترلی نامعین استفاده می‌شود. در ادامه به تعریف این تابع پرداخته می‌شود.

تعریف ۱ [۳۲ و ۳۳]. تابع $N(\xi)$ را یک تابع نوع ناسبام می‌گویند اگر ویژگی‌های زیر را برآورده نماید:

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} \sup \frac{1}{s} \int_0^s N(\xi) d\xi = +\infty \quad (16)$$

$$\lim_{s \rightarrow +\infty} \inf \frac{1}{s} \int_0^s N(\xi) d\xi = -\infty$$

از توابع متداول نوع ناسبام می‌توان به $\xi^2 \cos \xi$ ، $e^{\xi^2} \cos \xi$ و $e^{\xi^2} \cos \pi \xi$ اشاره کرد.

لم ۱ [۳۳ و ۳۴]. V و ξ را به‌عنوان توابع همواری که در بازه زمانی $[0, t_f)$ تعریف شده‌اند در نظر بگیرید که در آن‌ها V همواره به ازای هر مقدار از t در بازه تعریف شده مثبت است و $N(\xi)$ یک تابع نوع ناسبام زوج می‌باشد. اگر نامساوی زیر برقرار باشد:

$$V \leq C + e^{-\lambda t} \int_0^t (GN(\xi) + 1) \xi e^{\lambda \tau} d\tau \quad (17)$$

که در آن پارامترهای $\lambda > 0$ و C مقادیر ثابت مناسب را نشان می‌دهند و $G: R \rightarrow [l^-, l^+]$ تعریف شده باشد به‌نحوی که $l^- > 0$ ، آنگاه توابع V ، ξ و

$$\int_0^t (GN(\xi) + 1) \xi e^{\lambda \tau} d\tau$$

۳- نتایج اصلی

در این بخش، ابتدا کنترل‌کننده پیشنهادی طراحی می‌گردد و سپس پایداری سیستم حلقه بسته در حضور آن بررسی می‌شود.

۳-۱- طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی

طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی شامل n مرحله است. در مراحل ۱ تا $n-1$ ، ورودی کنترل مجازی v_{i+1} طراحی شده و سپس ورودی کنترل واقعی v در مرحله نهایی (مرحله n ام) ساخته می‌شود. لازم به ذکر است که در ساختار کنترل‌کننده پیشنهادی برای کاهش تعداد پارامترهای یادگیری و کاهش حجم محاسبات برخط، یک پارامتر جدید ϑ_i ، به‌صورت $\|\vartheta_i\| \triangleq \|\theta_i\|$ تعریف می‌شود. از آنجایی که θ_i به بردار پارامترهای ایده‌آل اشاره می‌کند و مقدار آن نامعین است، بنابراین مقدار پارامتر ϑ_i نیز نامعین می‌باشد و لازم است در مسیر طراحی کنترل‌کننده تخمین زده شود. برای طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی،

به ازای آن‌ها نامساوی‌های $|z - v| \leq z_1^*$ و $|z^d - v| \leq z_2^*$ برقرار باشند [۲۸] و [۲۹].

۳-۲- سیستم‌های فازی به‌عنوان یک تقریب‌زن خطی

در حالت کلی قانون m ام برای ساخت یک سیستم فازی به منظور تقریب تابع نامعین $f_i(x_i)$ به‌صورت زیر توصیف می‌شود:

$$R^m. \text{ If } x_1 \text{ is } A_1^m \text{ and } \dots \text{ and } x_i \text{ is } A_i^m, \text{ Then } \hat{f}^m(x_i) \text{ is } B^m. \quad (11)$$

که در آن $m = 1, \dots, M$ و M تعداد کل قوانین فازی است که برای ساخت سیستم فازی بکار می‌روند، $x_i = [x_1, \dots, x_i]^T \in R^i$ برداری ورودی سیستم فازی، $\hat{f}^m(x_i)$ خروجی متناظر با قانون m ام، A_1^m, \dots, A_i^m توابع عضویت متناظر با متغیرهای ورودی و B^m تابع عضویت متناظر با متغیر خروجی سیستم را نشان می‌دهد که توسط طراح انتخاب می‌شوند. حال با استفاده از فازی‌ساز منفرد، موتور استنتاج حاصل‌ضرب و غیرفازی‌ساز میانگین مراکز، خروجی سیستم فازی مذکور را می‌توان به‌صورت زیر بیان نمود:

$$\hat{f}_i(x_i) = \frac{\sum_{m=1}^M \bar{B}^m \left(\prod_{k=1}^i \mu_{A_k^m}(x_k) \right)}{\sum_{m=1}^M \left(\prod_{k=1}^i \mu_{A_k^m}(x_k) \right)} \quad (12)$$

که در آن \bar{B}^m نقطه‌ای است که μ_{B^m} به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد. از آنجایی که قواعد فازی تنها اطلاعات تقریبی در مورد تابع $f_i(x_i)$ فراهم می‌کنند لذا سیستم فازی ساخته‌شده $\hat{f}_i(x_i)$ قادر نخواهد بود به‌اندازه کافی تابع $f_i(x_i)$ را تقریب بزند. به منظور بهبود عملکرد سیستم حلقه بسته، برخی پارامترها در مدل فازی $\hat{f}_i(x_i)$ آزاد گذاشته می‌شوند تا در طی عملیات برخط تغییر یابند به‌نحوی که دقت تقریب با گذشت زمان بهبود پیدا کند. به این منظور خروجی مدل فازی برای تقریب تابع $f_i(x_i)$ به فرم رگرسیون خطی $\hat{\theta}_i^T \varphi_i(x_i)$ تعریف می‌شود که در آن $\hat{\theta}_i$ به بردار پارامترهای قابل تنظیم اشاره می‌کند و $\varphi_i(x_i)$ نیز بردار توابع پایه را نشان می‌دهد. بنابراین خروجی سیستم فازی در (۱۲) به‌صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\hat{f}_i(x_i) = \hat{\theta}_i^T \varphi_i(x_i) \quad (13)$$

که در آن $\hat{\theta}_i \in R^M$ به بردار پارامترهای قابل تنظیم و $\varphi_i(x_i) \in R^M$ به بردار توابع پایه اشاره می‌کند. در بردار توابع پایه فازی در تقریب‌زن‌های متفاوت، $\varphi_i^m(x_i)$ درجه مشارکت قانون فازی m ام در ساخت خروجی i ام را توصیف می‌کند. تفاوتی که بین تقریب‌زن‌های متفاوت وجود دارد در بردار پارامتر $\hat{\theta}_i$ می‌باشد. اگر در سیستم فازی میدانی مورد استفاده در این مقاله تابع عضویت خروجی در قانون m ام را با μ_{B^m} نشان دهیم، نقطه‌ای که در آن تابع عضویت μ_{B^m} به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد به‌عنوان پارامتر قابل تنظیم $\hat{\theta}_i^m$ انتخاب می‌شود. از مقایسه روابط (۱۱) و (۱۲) مشاهده می‌شود که عنصر z ام از بردار توابع پایه به فرم زیر می‌باشد:

$$\varphi_i^m(x_i) = \frac{\prod_{k=1}^i \mu_{A_k^m}(x_k)}{\sum_{m=1}^M \left(\prod_{k=1}^i \mu_{A_k^m}(x_k) \right)} \quad (14)$$

طبق قضیه تقریب‌زن سراسری ارائه شده در [۳۰]، هر تابع پیوسته حقیقی $R^i \rightarrow R$ $f_i(x_i): R^i \rightarrow R$ که بر روی یک مجموعه بسته $\Omega \in R^i$ تعریف شده باشد را می‌توان توسط یک سیستم فازی به‌صورت زیر تقریب زد:

ابتدا سطوح خطا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} s_1 &= y - y_d \\ s_i &= x_i - z_i, \quad 2 \leq i \leq n \end{aligned} \quad (18)$$

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، در روش کنترل سطح دینامیکی متداول برای جلوگیری از ایجاد مشتقات متوالی ورودی مجازی v_i در گام‌های متوالی طراحی کنترل‌کننده و پیشگیری از ایجاد معضل "انفجار جملات" (ایراد اصلی روش کنترل پسگام)، ورودی مجازی v_i از یک فیلتر پایین‌گذر مرتبه اول با ثابت زمانی τ_i عبور داده می‌شود. پاسخ فیلتر پایین‌گذر در روش کنترل سطح دینامیکی حساسیت زیادی به ثابت زمانی آن دارد و انتخاب نامناسب ثابت زمانی منجر به پاسخ نامطلوب فیلتر می‌گردد. در این مقاله برای رفع معضلات موجود، مشتق‌گیر ردیابی غیرخطی زیر برای مشاهده مشتق ورودی مجازی v_i ($i = 2, \dots, n$) در طراحی کنترل‌کننده پیشنهاد می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= z_i^d, \\ \dot{z}_i^d &= R^2 \left(-\left[z_i - v_i \right]^{\frac{1}{2}} - \left[\frac{z_i^d}{R} \right]^{\frac{2}{3}} \right), \end{aligned} \quad (19)$$

که در آن R یک پارامتر تنظیم است که با افزایش آن می‌توان خطای ردیابی سیستم حلقه بسته را کاهش داد. مراحل طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی در سه گام به صورت زیر انجام می‌شود:

گام ۱. در این مرحله ورودی مجازی v_2 برای پایداری دینامیک s_1 طراحی می‌شود.

سطح خطای s_1 در رابطه (۱۸) را در نظر بگیرید. با مشتق‌گیری از s_1 نسبت به زمان و جایگذاری \dot{x}_1 از (۵)، خواهیم داشت:

$$\dot{s}_1 = x_2 + f_1(x_1) - \dot{y}_d \quad (20)$$

حال تابع غیرخطی و نامعین F_1 به صورت $F_1(\bar{x}_1) = f_1(x_1) - \dot{y}_d$ تعریف شده و توسط سیستم فازی توصیف‌شده در بخش ۲-۳ به صورت $F_1(\bar{x}_1) = \theta_1^T \phi_1(\bar{x}_1)$ تقریب زده می‌شود که در آن $\bar{x}_1 = [x_1 \quad \dot{y}_d]^T$ به بردار ورودی سیستم فازی اشاره می‌کند. اکنون اولین ورودی مجازی v_2 برای پایداری دینامیک فوق با هدف کاهش تعداد پارامترهای یادگیری در طراحی کنترل‌کننده به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$v_2 = -\frac{1}{2a_1^2} s_1 \hat{\theta}_1^T \phi_1(\bar{x}_1) - c_1 s_1 \quad (21)$$

که در آن c_1 پارامتر طراحی است و $\hat{\theta}_1$ به تخمین θ_1 اشاره می‌کند که طبق قانون زیر به‌روزرسانی می‌گردد:

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = \frac{\gamma_1}{2a_1^2} s_1 \phi_1^T(\bar{x}_1) \phi_1(\bar{x}_1) - \sigma_1 \hat{\theta}_1 \quad (22)$$

در رابطه فوق، a_1 یک پارامتر طراحی می‌باشد که توسط طراح انتخاب می‌شود، γ_1 نرخ یادگیری و σ_1 نیز پارامتر طراحی است.

مرحله ۱ام به ازای $i=2, \dots, n-1$: در این مرحله از طراحی کنترل‌کننده، ورودی مجازی v_{i+1} برای پایداری دینامیک s_i طراحی می‌گردد. با مشتق‌گیری از s_i در (۱۸) و جایگذاری \dot{x}_i در آن داریم:

$$\dot{s}_i = x_{i+1} + f_i(x_i) - \dot{z}_i \quad (23)$$

مشابه با گام قبل، تابع غیرخطی و نامعین $F_i(\bar{x}_i) = f_i(x_i) - \dot{z}_i$ به صورت $F_i(\bar{x}_i) = f_i(x_i) - \dot{z}_i$ تعریف شده و توسط یک سیستم فازی تقریب زده می‌شود. مجدداً برای کاهش تعداد پارامترهای یادگیری و پایداری دینامیک (۲۳) ورودی مجازی v_i به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

$$v_i = -\frac{1}{2a_i^2} s_i \hat{\theta}_i^T \phi_i(\bar{x}_i) - c_i s_i \quad (24)$$

که در آن c_i پارامتر طراحی است و $\hat{\theta}_i$ به تخمین θ_i اشاره می‌کند و طبق قانون زیر به‌روزرسانی می‌گردد:

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \frac{\gamma_i}{2a_i^2} s_i \phi_i^T(\bar{x}_i) \phi_i(\bar{x}_i) - \sigma_i \hat{\theta}_i \quad (25)$$

در رابطه فوق، a_i یک پارامتر طراحی می‌باشد که توسط طراح انتخاب می‌شود، γ_i نرخ یادگیری و σ_i نیز پارامتر طراحی است.

مرحله n ام: در این مرحله ورودی کنترل واقعی v برای پایداری دینامیک s_n طراحی می‌گردد. با مشتق‌گیری از رابطه (۱۸) به ازای $i = n$ و جایگذاری \dot{x}_n در آن داریم:

$$\dot{s}_n = f_n(x_n) + cg(x_n)v + g(x_n)h(v) - \dot{z}_n \quad (26)$$

مجدداً تابع غیرخطی و نامعین $F_n(\bar{x}_n) = f_n(x_n) + g(x_n)h(v) - \dot{z}_n$ تعریف شده و توسط یک سیستم فازی تقریب زده می‌شود. همچنین چون بهره‌کنترلی $cg(x_n)$ در (۲۶) نامعین است، از تابع نوع ناسبام برای حل مسئله جهت کنترلی نامعین استفاده می‌شود و نهایتاً ورودی کنترل واقعی زیر پیشنهاد می‌گردد:

$$v = N(\xi) \left(\frac{1}{2a_n^2} s_n \hat{\theta}_n^T \phi_n(\bar{x}_n) + c_n s_n \right) \quad (27)$$

که در آن c_n پارامتر طراحی است، $N(\xi)$ تابع نوع ناسبام است که در این مقاله به صورت $\xi^2 \cos \xi$ انتخاب می‌شود و $\hat{\theta}_n$ و ξ بر اساس روابط زیر به‌روزرسانی می‌شوند.

$$\dot{\hat{\theta}}_n = \frac{\gamma_n}{2a_n^2} s_n \phi_n^T(\bar{x}_n) \phi_n(\bar{x}_n) - \sigma_n \hat{\theta}_n \quad (28)$$

$$\dot{\xi} = s_n \left(0.5 s_n \hat{\theta}_n^T \phi_n(\bar{x}_n) + c_n s_n \right)$$

که در آن a_n یک پارامتر طراحی می‌باشد که توسط طراح انتخاب می‌شود، γ_n نرخ یادگیری و σ_n نیز پارامتر طراحی است. لازم به ذکر است که در ادامه برای سادگی $\phi_i(\bar{x}_i)$ به ازای $i = 1, \dots, n$ با ϕ_i نمایش داده خواهد شد.

۳-۲- تحلیل پایداری

در ادامه نتایج طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی در قضیه ۱ آورده شده و سپس به تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته در حضور کنترل‌کننده پیشنهادی پرداخته می‌شود.

قضیه ۱. سیستم (۱) را در حضور هیستریزس (۲) و تحت فرضیات ۱ و ۲

در نظر بگیرید. اگر دینامیک نامعین سیستم موردنظر توسط سیستم فازی (۱۵) تقریب زده شود و قوانین کنترل مجازی و واقعی پیشنهادی در روابط (۲۱)، (۲۴) و (۲۷) به سیستم اعمال شوند و پارامترهای تطبیقی طبق قوانین (۲۲)، (۲۵) و (۲۸) به‌روزرسانی شوند، آنگاه کنترل‌کننده پیشنهادی تضمین می‌نماید که تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته نهایتاً به صورت یکنواخت کران‌دار هستند و می‌توان با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی خطای ردیابی را کوچک نمود.

اثبات. برای تحلیل پایداری سیستم حلقه بسته در حضور کنترل‌کننده پیشنهادی، تابع لیاپانف کاندید زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^{n-1} \left(s_i s_{i+1} + \frac{1}{2a_i^2} s_i^2 \tilde{\vartheta}_i^T \varphi_i + \frac{a_i^2}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 + \frac{1}{2} s_i^2 - c_i s_i^2 \right) \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} s_i (z_{i+1} - \nu_{i+1}) + \frac{1}{2a_n^2} s_n^2 \vartheta_n^T \varphi_n + \frac{a_n^2}{2} + \frac{1}{2} s_n^2 + \frac{1}{2} \bar{\delta}_n^2 \\ & + (G(x_n)N(\xi) + 1) \xi - \left(\frac{1}{2a_n^2} s_n^2 \hat{\vartheta}_n^T \varphi_n + c_n s_n^2 \right) \\ & - \frac{1}{\gamma_i} \sum_{i=1}^n \tilde{\vartheta}_i \dot{\vartheta}_i \end{aligned} \quad (36)$$

برای سادگی، رابطه فوق به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{3}{2} s_i^2 + \frac{1}{2} s_{i+1}^2 - c_i s_i^2 \right) + \frac{1}{2} s_n^2 - c_n s_n^2 + \sum_{i=1}^{n-1} z_i^{*2} \\ & + (G(x_n)N(\xi) + 1) \xi - \frac{1}{\gamma_i} \sum_{i=1}^n \tilde{\vartheta}_i \left(\dot{\vartheta}_i - \frac{\gamma_i}{2a_i^2} s_i^2 \tilde{\vartheta}_i^T \varphi_i \right) \\ & + \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i^2}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 \right) \end{aligned} \quad (37)$$

حال با در نظر گرفتن قوانین تطبیقی پیشنهاد شده برای تنظیم پارامتر $\hat{\vartheta}_i$ ، رابطه (۳۷) را می‌توان به فرم زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^{n-1} \bar{c}_i s_i^2 + (G(x_n)N(\xi) + 1) \xi + \sum_{i=1}^{n-1} z_i^{*2} \\ & + \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{2\gamma_i} (\vartheta_i^2 - \tilde{\vartheta}_i^2) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i^2}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 \right) \end{aligned} \quad (38)$$

که در آن پارامتر \bar{c}_i عبارت است از

$$\begin{aligned} \bar{c}_1 &= \frac{3}{2} c_1 - 1, \\ \bar{c}_i &= 2c_i - 1, \quad i = 2, \dots, n-1 \\ \bar{c}_n &= c_n - 1, \end{aligned} \quad (39)$$

مقایسه رابطه (۲۹) و (۳۸) نشان می‌دهد که \dot{V} را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{V} \leq -\alpha V + (G(x_n)N(\xi) + 1) \xi + \beta \quad (40)$$

که در آن پارامترهای α و β عبارت هستند از:

$$\begin{aligned} \alpha &= \min \{ 2\bar{c}_i, \sigma_i \mid i = 1, \dots, n \} \\ \beta &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i^2}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 + \frac{\sigma_i}{2\gamma_i} \vartheta_i^2 \right) + \sum_{i=1}^{n-1} z_i^{*2} \end{aligned} \quad (41)$$

حال اگر معادله (۴۰) نسبت به زمان حل شود، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V \leq \frac{\beta}{\alpha} + V(0) e^{-\alpha t} + e^{-\alpha t} \int_0^t (G(x_n)N(\xi) + 1) \xi e^{\alpha \tau} d\tau \quad (42)$$

با اعمال لم ۱ به (۴۲) می‌توان نتیجه گرفت که V ، ξ و

کران دار هستند. اگر کران بالای تابع

با Δ نشان داده شود، آنگاه رابطه (۴۲) را می

توان به صورت زیر نوشت:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(s_i^2 + \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\vartheta}_i^2 \right) \quad (29)$$

که در آن $\tilde{\vartheta}_i = \vartheta_i - \hat{\vartheta}_i$ به خطای تخمین پارامتر اشاره می‌کند. با مشتق‌گیری از تابع لیاپانف (۲۹) نسبت به زمان داریم:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^n \left(s_i \dot{s}_i + \frac{1}{\gamma_i} \tilde{\vartheta}_i \dot{\vartheta}_i \right) \quad (30)$$

با جایگذاری روابط (۲۰)، (۲۳) و (۲۶) در (۳۰)، خواهیم داشت:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{n-1} s_i (x_{i+1} + F_i) + s_n (F_n + cg(x_n)v) - \frac{1}{\gamma_i} \sum_{i=1}^n \tilde{\vartheta}_i \dot{\vartheta}_i \quad (31)$$

با توجه به سطوح خطای تعریف شده در (۱۸)، (۳۱) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{n-1} s_i (s_{i+1} + F_i + z_{i+1}) + s_n (F_n + cg(x_n)v) - \frac{1}{\gamma_i} \sum_{i=1}^n \tilde{\vartheta}_i \dot{\vartheta}_i \quad (32)$$

با در نظر گرفتن فرم کلی مدل فازی یک سیستم در (۱۵) و استفاده از نامساوی یانگ، نامساوی زیر نتیجه می‌شود:

$$s_i F_i \leq \frac{1}{2a_i^2} s_i^2 \vartheta_i^T \varphi_i + \frac{a_i^2}{2} + s_i \delta_i \quad (33)$$

از طرفی نامساوی‌های زیر نیز همواره برقرار هستند:

$$\begin{aligned} s_i s_{i+1} &\leq \frac{1}{2} s_i^2 + \frac{1}{2} s_{i+1}^2 \\ s_i \delta_i &\leq \frac{1}{2} s_i^2 + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 \end{aligned} \quad (34)$$

حال با اضافه و کم کردن ν_i به (۳۳) و با جایگذاری ورودی‌های مجازی و واقعی پیشنهادی در روابط (۲۱)، (۲۴) و (۲۷) و با در نظر گرفتن نامساوی‌های (۳۳) و (۳۴)، رابطه (۳۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^{n-1} \left(s_i s_{i+1} + \frac{1}{2a_i^2} s_i^2 \vartheta_i^T \varphi_i + \frac{a_i^2}{2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_i^2 + \frac{1}{2} s_i^2 \right) \\ & + \sum_{i=1}^{n-1} \left(-\frac{1}{2a_i^2} s_i^2 \hat{\vartheta}_i^T \varphi_i - c_i s_i^2 + s_i (z_{i+1} - \nu_{i+1}) \right) \\ & + \frac{1}{2a_n^2} s_n^2 \vartheta_n^T \varphi_n + \frac{a_n^2}{2} + \frac{1}{2} s_n^2 + \frac{1}{2} \bar{\delta}_n^2 \\ & + s_n (G(x_n)N(\xi) + 1) \left(\frac{1}{2a_n^2} s_n \hat{\vartheta}_n^T \varphi_n + c_n s_n \right) \\ & - s_n \left(\frac{1}{2a_n^2} s_n \hat{\vartheta}_n^T \varphi_n + c_n s_n \right) - \frac{1}{\gamma_i} \sum_{i=1}^n \tilde{\vartheta}_i \dot{\vartheta}_i \end{aligned} \quad (35)$$

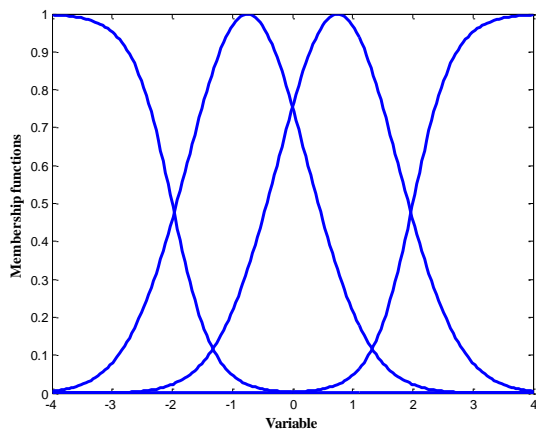
که در آن $G(x_n) = cg(x_n)$. حال با در نظر گرفتن تعریف خطای تخمین پارامتر $\tilde{\vartheta}_i$ و رابطه مربوط به ξ ، رابطه (۳۵) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\dot{\hat{q}}_1 = \frac{\gamma_1}{2a_1^2} s_1^T \phi_1^T(\bar{x}_1) \phi_1(\bar{x}_1) - \sigma_1 \hat{q}_1 \quad (48)$$

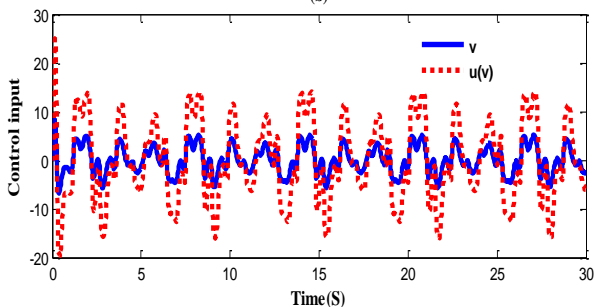
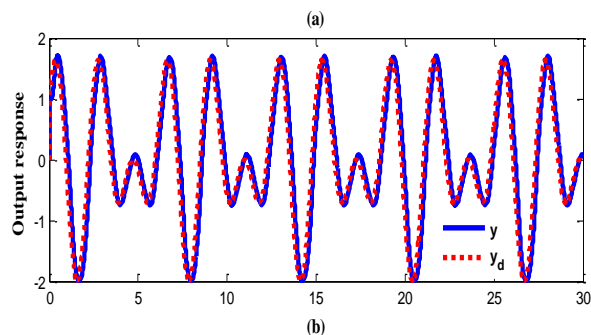
$$\dot{\hat{q}}_2 = \frac{\gamma_2}{2a_2^2} s_2^T \phi_2^T(\bar{x}_2) \phi_2(\bar{x}_2) - \sigma_2 \hat{q}_2$$

شکل‌های (۲) و (۳) نتایج شبیه‌سازی را به ازای شرایط اولیه $x(0) = [1 \ 0]^T$ ، نرخ‌های یادگیری $\gamma_1 = \gamma_2 = 5$ و پارامترهای طراحی $c_1 = 8$ ، $c_2 = 5$ ، $R = 35$ ، $a_1 = a_2 = 1$ ، $\sigma_1 = 1$ و $\sigma_2 = 0.1$ نشان می‌دهند. شکل ۲(a)

خروجی سیستم و خروجی مطلوب را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده پیشنهادی توانایی ردیابی مسیر مطلوب را دارد. شکل ۲(b) نیز خروجی کنترل‌کننده و خروجی هیستریزس را نمایش می‌دهد. نتایج ارائه شده کرانداری سیگنال کنترلی را تأیید می‌نمایند. شکل (۳) پارامترهای تطبیقی \hat{q}_1 و \hat{q}_2 را نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی مؤید عملکرد مطلوب کنترل‌کننده پیشنهادی و کرانداری سیگنال‌های سیستم حلقه بسته می‌باشند. در ساختار پیشنهادی تنها دو پارامتر تطبیقی \hat{q}_1 و \hat{q}_2 وجود دارد و حجم محاسبات نسبت به روش‌های پیشنهادی در مقالات [۳۶ و ۳۵] به میزان چشم‌گیری کاهش یافته است.



شکل ۱- توابع عضویت فازی.



شکل ۲- (a) خروجی سیستم و خروجی مطلوب، (b) خروجی کنترل‌کننده و ورودی سیستم.

$$V \leq \frac{\beta}{\alpha} + V(0)e^{-\alpha t} + \Delta \quad (43)$$

از رابطه (۴۳) نیز می‌توان نتیجه گرفت که تمامی سیگنال‌های سیستم حلقه بسته کران‌دار هستند و می‌توان با انتخاب پارامترهای مناسب در طراحی کنترل‌کننده، این کران را کوچک‌تر کرد و در نتیجه خطای ردیابی را به نزدیکی مبدأ همگرا نمود.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی بر روی دو مثال عددی و کاربردی ارائه می‌شود. سپس عملکرد روش پیشنهادی با روش کنترل سطح دینامیکی مقایسه شده و کارایی آن تأیید می‌گردد.

۴-۱- مثال عددی

مثال عددی غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + 0.3e^{-x_1^2} - 0.3\sin(x_1^2) \\ \dot{x}_2 &= -\sin(x_1 x_2) + u \\ y &= x \end{aligned} \quad (44)$$

که در آن $u(v)$ خروجی هیستریزس نوع واکنشی به ازای $a=1$ ، $c=3.1635$ و $B=0.345$ می‌باشد. هدف از طراحی کنترل‌کننده، ردیابی مسیر مطلوب $y_d = \sin 3t + \cos 2t$ در حضور هیستریزس ورودی می‌باشد. برای طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی، سطوح خطا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} s_1 &= y - y_d \\ s_2 &= x_2 - z_2 \end{aligned} \quad (45)$$

که در آن z_2 از مشتق‌گیر ردیابی (۱۹) به دست می‌آید. هم‌چنین دو سیستم فازی برای مدل‌سازی توابع $F_1(\bar{x}_1) = 0.3e^{-x_1^2} - 0.3\sin(x_1^2) - y_d$ و $F_2(\bar{x}_2) = -\sin(x_1 x_2) + h(v) - z_2$ ساخته می‌شوند. ورودی سیستم فازی اول برای مدل‌سازی تابع $F_1(\bar{x}_1)$ بردار $\bar{x}_1 = [x_1 \ y_d]^T$ و ورودی سیستم فازی دوم برای مدل‌سازی تابع $F_2(\bar{x}_2)$ بردار $\bar{x}_2 = [x_1 \ x_2 \ z_2]^T$ می‌باشد. توابع عضویت متناظر برای هر ورودی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} \mu_{A_1^1}(z_i) &= \frac{1}{1+e^{3(z_i+2)}}, \quad \mu_{A_1^2}(z_i) = e^{-(z_i+0.75)^2}, \\ \mu_{A_1^3}(z_i) &= e^{-(z_i-0.75)^2}, \quad \mu_{A_1^4}(z_i) = \frac{1}{1+e^{-3(z_i-2)}} \end{aligned} \quad (46)$$

شکل (۱) توابع عضویت تعریف شده برای هر متغیر را نشان می‌دهد. سیستم فازی اول برای مدل‌سازی تابع $F_1(\bar{x}_1)$ دارای ۲ ورودی و ۱۶ قانون فازی است و سیستم فازی دوم برای مدل‌سازی تابع $F_2(\bar{x}_2)$ متشکل از ۳ ورودی و ۶۴ قانون فازی است (پاسخ سؤال ۲-۱۴ و ۲-۱۵). هم‌چنین قوانین کنترل مجازی و واقعی نیز از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} v_2 &= -0.5s_1 \hat{q}_1^T(\bar{x}_1) \phi_1(\bar{x}_1) - c_1 s_1 \\ v &= N(\xi) \left(0.5s_2 \hat{q}_2^T(\bar{x}_2) \phi_2(\bar{x}_2) + c_2 s_2 \right) \end{aligned} \quad (47)$$

در رابطه (۴۷)، $\phi_1(\bar{x}_1)$ و $\phi_2(\bar{x}_2)$ به ترتیب به بردارهای توابع پایه فازی اشاره می‌کنند که از سیستم‌های فازی که برای مدل‌سازی توابع $F_1(\bar{x}_1)$ و $F_2(\bar{x}_2)$ طراحی شده‌اند، به دست می‌آیند. هم‌چنین پارامترهای تطبیقی \hat{q}_1 و \hat{q}_2 طبق قوانین تطبیقی زیر به‌روزرسانی می‌گردند:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= f(x_2) + g(x_2)u(v), \end{aligned} \quad (49)$$

که در آن $x_1 = \theta$ ، زاویه بازوی آونگ نسبت به راستای قائم، $x_2 = \dot{\theta}$ سرعت زاویه‌ای بازوی آونگ و $u(v)$ خروجی محدودیت هیستریزس می‌باشد، همچنین توابع $f(x_2)$ و $g(x_2)$ به فرم زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} f(x_2) &= \frac{g_r \sin(x_1) - \frac{mLx_2^2 \sin(x_1) \cos(x_1)}{m+M}}{L \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m+M} \right)}, \\ g(x_2) &= \frac{\frac{\cos(x_1)}{m+M}}{L \left(\frac{4}{3} - \frac{m \cos^2(x_1)}{m+M} \right)} \end{aligned} \quad (50)$$

که در آن پارامترهای g_r ، L ، M و m به ترتیب به شتاب ثقل جاذبه زمین، نصف طول بازوی آونگ، جرم گاری و جرم بازوی آونگ اشاره می‌کنند. مقدار نامی پارامترهای فیزیکی برای انجام شبیه‌سازی به صورت $g_r = 9.81m/s^2$ ، $L = 0.55m$ ، $M = 1.1Kg$ و $m = 0.11Kg$ انتخاب می‌شوند. هدف از طراحی

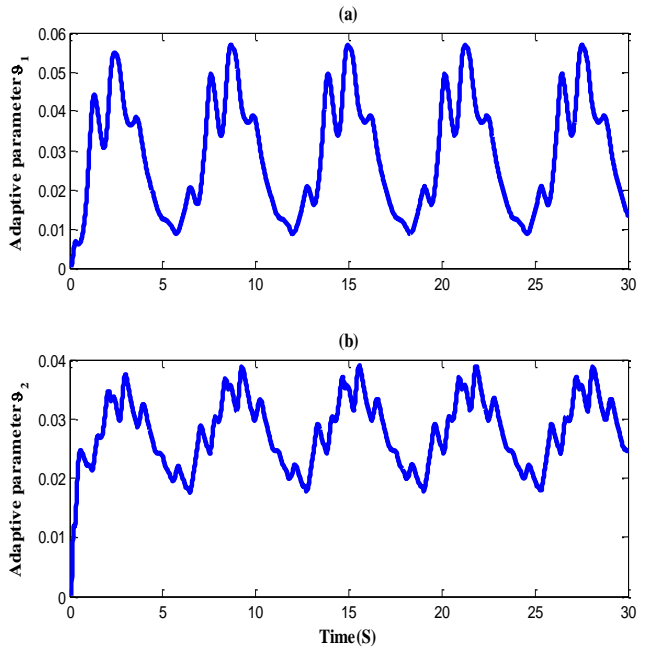
کنترل‌کننده، ردیابی مسیر مطلوب $y_d = \frac{\pi}{10}(\cos t + \cos 2t)$ در حضور محدودیت هیستریزس می‌باشد. لازم به ذکر است که تفاوت اصلی این مثال با مثال قبل در نامعین بودن جهت کنترلی $g(x_2)$ می‌باشد. در مثال قبل، بهره کنترلی معین و برابر ۱ بود اما در این مثال بهره کنترلی یک تابع غیرخطی با دامنه و علامت نامعین می‌باشد. برای طراحی کنترلی کننده ابتدا دو سیستم فازی برای تقریب توابع $F_1(\bar{x}_1) = -\dot{y}_d$ و $F_2(\bar{x}_2) = f(x_2) + g(x_2)h^{-1}(\cdot)$ ساخته می‌شوند. ورودی سیستم فازی اول برای مدل‌سازی تابع $F_1(\bar{x}_1)$ ، $\bar{x}_1 = \dot{y}_d$ و ورودی سیستم فازی دوم برای مدل‌سازی تابع $F_2(\bar{x}_2)$ بردار متناظر با هر متغیر مشابه با مرجع [۳۷] انتخاب می‌شوند. سیستم فازی اول برای مدل‌سازی تابع $F_1(\bar{x}_1)$ از ۳ قانون فازی و سیستم فازی دوم برای مدل‌سازی تابع $F_2(\bar{x}_2)$ از ۲۷ قانون فازی ساخته شده است. در ادامه برای طراحی کنترلی کننده پیشنهادی سطوح خطا به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} s_1 &= y - y_d, \\ s_2 &= x_2 - \dot{z}_2 \end{aligned} \quad (51)$$

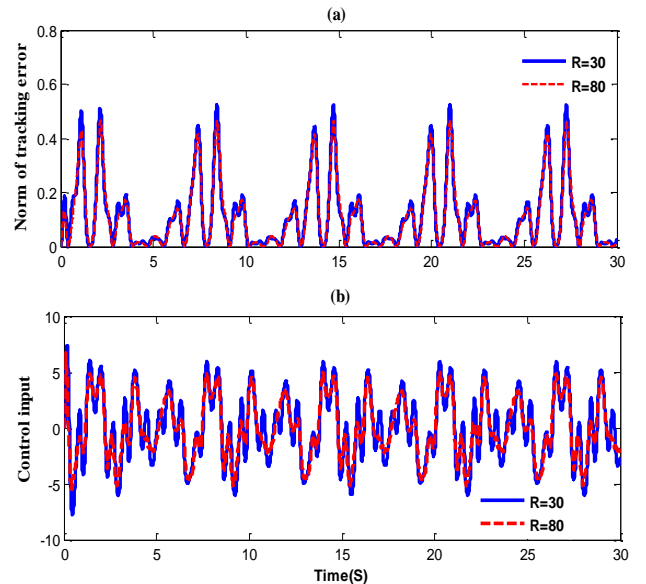
که در آن z_2 از مشتق‌گیر ردیابی (۱۹) مشاهده می‌شود. همچنین ورودی مجازی و ورودی کنترلی واقعی برای پایدارسازی دینامیک‌های s_1 و s_2 به صورت زیر پیشنهاد می‌شوند:

$$\begin{aligned} v_2 &= -0.5s_1\hat{\vartheta}_1^T(\bar{x}_1)\varphi_1(\bar{x}_1) - c_1s_1 \\ v &= N(\xi) \left(0.5s_2\hat{\vartheta}_2^T(\bar{x}_2)\varphi_2(\bar{x}_2) + c_2s_2 \right) \end{aligned} \quad (52)$$

پارامترهای تطبیقی $\hat{\vartheta}_1$ و $\hat{\vartheta}_2$ در رابطه فوق بر اساس قوانین تطبیقی رابطه (۴۸) به روزرسانی می‌شوند. نتایج شبیه‌سازی به ازای شرایط اولیه آورده شده‌اند. هم‌چنین عملکرد روش پیشنهادی با کنترلی کننده سطح دینامیکی نیز مقایسه شده‌است. تفاوت روش پیشنهادی و روش سطح دینامیکی شبیه‌سازی شده در این مثال تنها در استفاده از مشتق‌گیر ردیابی به جای فیلتر پایین‌گذر می‌باشد.



شکل ۳- (a) پارامتر تطبیقی $\hat{\vartheta}_1$ ، (b) پارامتر تطبیقی $\hat{\vartheta}_2$.

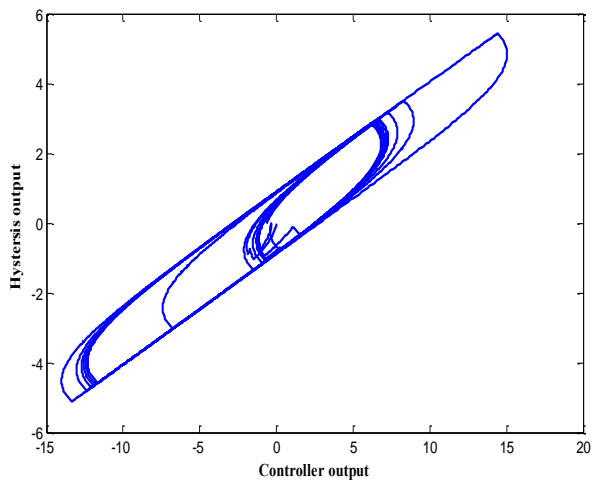


شکل ۴- (a) نرم خطای ردیابی، (b) ورودی کنترلی به ازای $R = 30$ و $R = 80$.

در ادامه برای بررسی تأثیر تغییر پارامتر R ، نرم خطای ردیابی و ورودی کنترلی به ازای $R = 80$ و $R = 30$ آورده شده‌اند. شکل (a) ۴ نرم خطای ردیابی و شکل (b) ۴ ورودی کنترلی را به ازای نرخ یادگیری $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ ، $R = 80$ و $R = 30$ نشان می‌دهد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که پاسخ‌ها حساسیت زیادی به تغییر پارامتر R ندارند. از نتایج به دست آمده می‌توان نتیجه گرفت که با افزایش پارامتر R ، نرم خطای ردیابی و تغییرات دامنه سیگنال کنترلی اندکی کاهش می‌یابد.

۴-۲- آونگ وارون

در این قسمت جهت بررسی عملکرد کنترلی کننده پیشنهادی، شبیه‌سازی‌هایی بر روی سیستم آونگ وارون انجام می‌شود. معادله فضای حالت توصیف‌کننده این سیستم عبارت است از:



شکل ۸- منحنی هیستریزیس در روش پیشنهادی.

شکل (۵) موقعیت و سرعت زاویه‌ای آونگ وارون را با روش پیشنهادی و روش کنترل سطح دینامیکی نمایش می‌دهد. نتایج مشاهده شده نشان می‌دهد که سیستم حلقه بسته در حضور کنترل کننده پیشنهادی قابلیت مقابله با محدودیت هیستریزیس و ردیابی مسیر مطلوب را دارد. همچنین سیگنال خروجی کنترل کننده و هیستریزیس نیز به ازای روش پیشنهادی و روش کنترل سطح دینامیکی در شکل (۶) آورده شده است. همان طور که از نتایج ارائه شده مشاهده می‌شود، در روش پیشنهادی دامنه سیگنال کنترل کمتر از روش کنترل سطح دینامیکی می‌باشد. دامنه سیگنال کنترل در روش کنترل سطح دینامیکی تقریباً ۳ برابر دامنه سیگنال کنترل در روش پیشنهادی است. علاوه چالش انتخاب مناسب ثابت زمانی فیلترها که در روش کنترل سطح دینامیکی وجود دارد، در روش پیشنهادی حذف شده است.

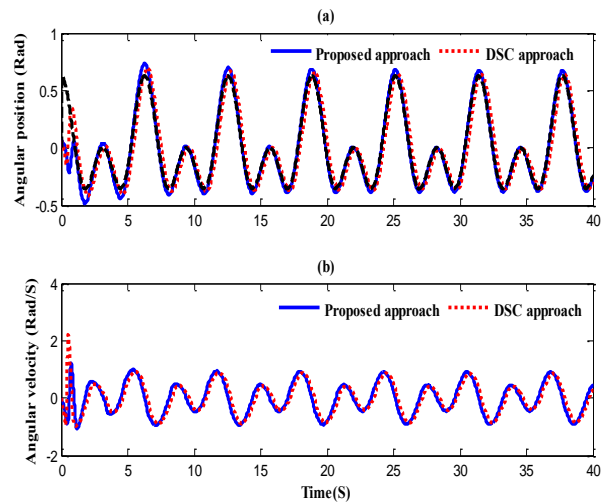
منحنی تغییرات پارامترهای یادگیری $\hat{\theta}_1$ و $\hat{\theta}_2$ نیز برای هر دو روش در شکل (۷) آورده شده است. واضح است که پارامترهای تطبیقی نیز که تخمینی از نرم پارامترهای ایده‌آل در مدل فازی می‌باشند کران دار هستند. شکل (۸) نیز منحنی هیستریزیس را در روش پیشنهادی نشان می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

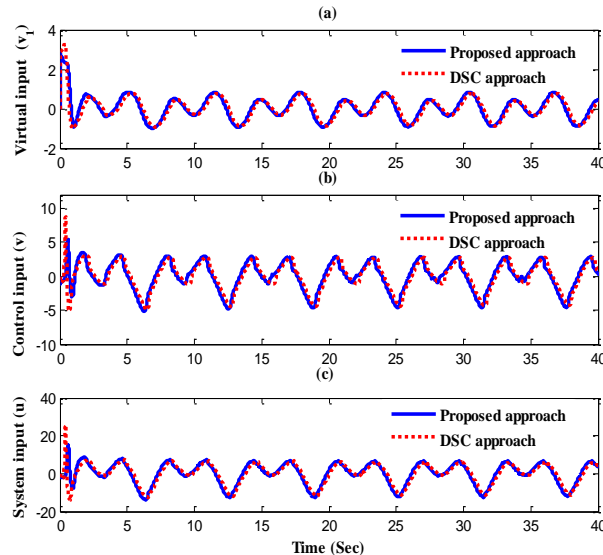
در این مقاله یک کنترل کننده فازی تطبیقی مبتنی بر روش کنترل سطح دینامیکی و مشتق گیر ردیابی غیرخطی با پایداری زمان-محدود برای کلاسی از سیستم‌های غیرخطی نامعین در حضور محدودیت هیستریزیس ورودی و جهت کنترلی نامعین ارائه گردید. در ساختار پیشنهادی توابع نامعین در طراحی کنترل کننده توسط سیستم فازی مدل سازی شده و سپس کنترل کننده مبتنی بر روش سطح دینامیکی، مشتق گیر ردیابی و تابع نوع ناسبام طراحی گردید. کنترل کننده ارائه شده در این مقاله ضمن غلبه بر معضل انفجار جملات و حذف حساسیت پاسخ سیستم به ثابت زمانی فیلتر، با به کارگیری پارامترهای تطبیقی کمتر، قادر است اثر محدودیت هیستریزیس ورودی و جهت‌های کنترلی نامعین را به طور هم‌زمان برطرف نماید. نتایج شبیه‌سازی و مقایسه نیز عملکرد مطلوب و کارایی مناسب کنترل کننده پیشنهادی را تضمین می‌کند.

مراجع

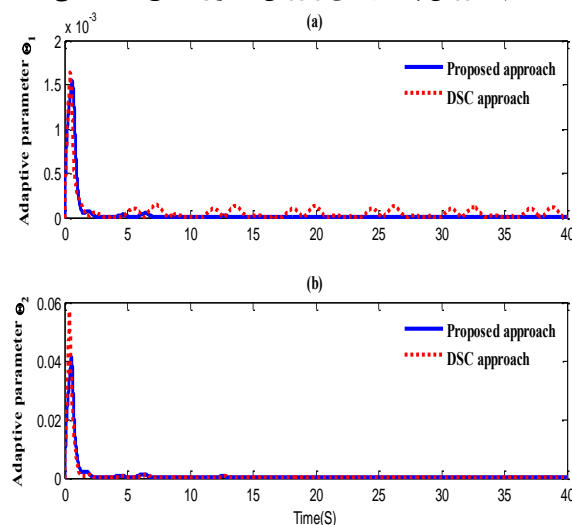
[۱] سهیلا کشاورزی، مختار شاصادقی، طاهره بینازاده، «طراحی کنترل کننده مدل‌غزشی انتگرالی فازی مبتنی بر پسوییتی برای سیستم‌های فازی T-S با در نظر گرفتن اشباع محرک»، مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز، جلد ۵۰، شماره ۳، صفحات ۱۳۴۳-۱۳۵۴، ۱۳۹۹.



شکل ۵- (a) موقعیت زاویه‌ای بازوی آونگ و مقدار مطلوب آن، (b) سرعت زاویه‌ای آونگ، با روش پیشنهادی و روش کنترل سطح دینامیکی.



شکل ۶- (a) ورودی مجازی اول، (b) خروجی کنترل کننده، (c) ورودی سیستم، با روش پیشنهادی و روش کنترل سطح دینامیکی.



شکل ۷- (a) پارامتر تطبیقی $\hat{\theta}_1$ ، (b) پارامتر تطبیقی $\hat{\theta}_2$ ، با روش پیشنهادی و روش کنترل سطح دینامیکی.

- [19] H. Wang, H.R. Karimi, P.X. Liu, H. Yang, "Adaptive neural control of nonlinear systems with unknown control directions and input dead-zone", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 48, no. 11, pp. 1897-1907, 2018.
- [20] C. Wang, C. Wen, Y. Lin, "Adaptive actuator failure compensation for a class of nonlinear systems with unknown control directions", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 62, no. 1, pp. 385-392, 2017.
- [21] H. Ma, H. Liang, Q. Zhou, C.K. Ahn, "Adaptive dynamic surface control design for uncertain nonlinear strict-feedback systems with unknown control direction and disturbances," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 49, no. 3, pp. 506-515, 2019.
- [22] X. Shi, C-C. Lim, P. Shi, S. Xu, "Adaptive neural dynamic surface control for nonstrict-feedback systems with output dead zone", *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 29, no. 11, pp. 5200-5213, 2018.
- [23] C. Y. Su, Y. Stepanenko, J. Svoboda, T. P. Leung, "Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 45, no. 12, pp. 2427-2432, 2000.
- [24] A. Levant, "Robust exact differentiation via sliding mode technique", *Automatica*, vol. 34, no. 3, pp. 379-384, 1998.
- [25] B.Z. Guo, Z.L. Zhao, *Active disturbance rejection control for nonlinear systems: An introduction*. 2016: John Wiley & Sons.
- [26] J. Han, W. Wang, "Nonlinear tracking differentiator", *J. System Science and Math Scis.*, vol. 14, no. 2, pp. 177-183, 1994 (in Chinese).
- [27] Y. Tang, Y. Wu, M. Wu, X. Hu, L. Shen, "Nonlinear tracking-differentiator for velocity determination using carrier phase measurements", *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 3, no. 4, pp. 716-725, 2009.
- [28] B-Z. Guo, Z-L. Zhao, "On convergence of tracking differentiator", *International Journal of Control*, vol. 84, no. 4, pp. 693-701, 2011.
- [29] Y. Zhang, D. Wang, Z. Peng, "Consensus maneuvering for a class of nonlinear multivehicle systems in strict-feedback form", *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 49, no. 5, pp. 1759-1767, 2019.
- [30] T. G. D. Tikk, L.T. Kczy, "A survey on universal approximation and its limits in soft computing techniques", *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 33, no. 2, pp. 185-202, 2003.
- [31] D. Wang and J. Huang, "Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of nonlinear systems", *IEEE Transaction on Neural Networks*, vol. 16, no. 1, pp. 195-202, 2005.
- [32] R.D., Nussbaum, "Some remarks on the conjecture in parameter adaptive control", *System Control Letter*, vol. 3, no. 5, pp. 243-246, 1983.
- [33] X.D., Ye, J.P., Jiang, "Adaptive nonlinear design without a prior knowledge of control directions", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 11, pp. 1617-1621, 1998.
- [34] S. Ge, J. Wang, "Robust adaptive tracking for time-varying uncertain nonlinear systems with unknown control coefficients", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 8, pp. 1463-1469, 2003.
- [35] B. Ren, P.P. San, S. S. Ge, T. H. Lee, "Adaptive dynamic surface control for a class of strict-feedback nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis", *American Control Conference (ACC)*, 2009.
- [36] K. Chen, J. Wang, Y. Zhang, Z. Liu, "Adaptive consensus of nonlinear multi-agent systems with unknown backlash-like hysteresis", *Neurocomputing*, vol. 175, pp. 698-703, 2016.
- [37] M. Hojati, S. Gazor, "Hybrid adaptive fuzzy identification and control of nonlinear systems", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 10, no. 2, pp. 198-210, 2002.
- [۲] افروز ناصری، محمدحسن آسمانی، "کنترل کننده مبتنی بر رژیتر در سیستم‌های فازی TS با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم در حضور اشباع ورودی"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۸، شماره ۱، صفحه ۳۳۵-۳۴۳، بهار ۹۷.
- [3] J. Gan, X. Zhang, "A review of nonlinear hysteresis modeling and control of piezoelectric actuators", *AIP Advances* 9, 040702-1:10, 2019.
- [4] G. Tao, P. V. Kokotovic, "Adaptive control of plants with unknown hysteresis", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, pp. 200-212, 1995.
- [5] J. W. Macki, P. Nistri, P. Zecca, "Mathematical models for hysteresis," *SIAM Review*, vol. 35, pp. 94-123, 1993.
- [6] Z. Liu, G. Lai, Y. Zhang, C. L. P. Chen, "Adaptive neural output feedback control of output-constrained nonlinear systems with unknown output nonlinearity," *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 26, no. 8, pp. 1789-1802, 2015.
- [7] J. Zhou, C. Wen, T. Li, "Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems with hysteresis nonlinearity", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 10, pp. 2627-2633, 2012.
- [8] M. Rakotondrabe, "Bouc-Wen modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis nonlinearity in piezoelectric actuators", *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 8, no. 2, pp. 428-431, 2011.
- [9] C. Fu, Q-G. Wang, J. Yu, C. Lin, "Neural network-based finite-time command filtering control for switched nonlinear systems with backlash-like hysteresis", *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, vol. 32, no. 7, pp. 3268-3273.
- [10] S. Diao, W. Sun, L. Wang, J. Wu, "Finite-time adaptive fuzzy control for nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis", *International Journal of Fuzzy Systems*, vol. 23, pp. 2037-2047, 2021.
- [11] Z. Liu, G. Lai, Y. Zhang, X. Chen, C.L.P. Chen, "Adaptive neural control for a class of nonlinear time-varying delay systems with unknown hysteresis", *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 25, no. 12, pp. 2129-2140, 2014.
- [12] W. Lv, F. Wang, Y. Li, "Finite-time adaptive fuzzy output-feedback control of MIMO nonlinear systems with hysteresis", *Neurocomputing*, vol. 296, pp. 74-81, 2018.
- [13] X. Wang, X. Li, Q. Wu, X. Yin, "Neural network based adaptive dynamic surface control of nonaffine nonlinear systems with time delay and input hysteresis nonlinearities", *Neurocomputing*, vol. 333, pp. 53-63, 2019.
- [14] L. Zhang, G-H. Yang, "Adaptive fuzzy prescribed performance control of nonlinear systems with hysteretic actuator nonlinearity and faults", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics: Systems*, vol. 48, no. 12, pp. 2349-2358, 2018.
- [15] X. Wang, X. Yin, F. Shen, "Disturbance observer based adaptive neural prescribed performance control for a class of uncertain nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis", *Neurocomputing*, vol. 229, pp. 10-19, 2018.
- [16] Z. Chen, "Nussbaum functions in adaptive control with time-varying unknown control coefficients", *Automatica*, vol. 102, pp. 72-79, 2019.
- [17] R.D. Nussbaum, "Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control", *Systems and Control Letters*, vol. 3, pp. 243-246, 1983.
- [18] Y-J. Liu, S. Tong, "Barrier Lyapunov functions for Nussbaum gain adaptive control of full state constrained nonlinear systems", *Automatica*, vol. 76, pp. 143-152, 2017.