

# Data-Driven Model Predictive Control for Polytopic Linear Parameter Varying Systems in Presence of Measurement Noise

M. M. Shahsavand Ananloo, Phd Student<sup>1</sup>, Mohammad Farrokhi<sup>\*</sup>, Professor<sup>2,3</sup>,

<sup>1</sup> Faculty of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran. E-mails: mmshahsavand@iust.ac.ir;

<sup>2</sup> Faculty of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran. E-mails: farrokhi@iust.ac.ir;

<sup>3</sup> Centre of Excellence for Modelling and Control of Complex Systems, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran.

## Short Abstract

In this paper, an extension for Data-Driven Model Predictive Control (DD-MPC) for Linear Parameter Varying systems (LPV) is presented. Model-based controllers are highly dependent to model precision. On the other hand, data-driven methods replace the model using some tricks. Throughout this paper, direct data-driven approaches, which have gained considerable attentions in recent years, is used in designing different parts of the controller including future predictions. In addition, the stability and recursive feasibility guarantees are presented as the first novelty of this research with respect to a prior platform for data driven approach. Furthermore, by developing the base platform for direct DD-MPC for LPV systems, a new developed form with the goal of robustness against measurement noise is defined as the next novelty of this paper. In order to check performance of the proposed method, simulations on DC motor is applied. Simulation results show effectiveness of the proposed approach as compared with similar approaches reported in the literature.

## Keywords

Model predictive control, data-driven control, linear parameter varying system, measurement noise.

## 1- Short Introduction

The model-based approaches to design Model Predictive Control (MPC) need a precise model for calculating the future system trajectories. On the other hand, designing an MPC using the data-driven algorithms, bypass the use of a model or identification process by replacing the system dynamics with the sampled data from the system under control. The Hankel matrix defined in the Data-Driven Model Predictive Control (DD-MPC) methods, acts as a model for the control process. This method uses a direct data-driven approach to calculate control signal and has various research results for Linear Time Invariant (LTI) systems showing the effectiveness and required closed loop guarantees. Despite huge number of works for LTI systems, designing DD-MPC for nonlinear or LPV systems is challenging due to lack of mathematical substructures and very few works are presented in this aspect. Moreover, the presented works for the LPV systems, which tackle this problem, has not provides guarantees of the method.

## 2- Proposed Work and Methodology

The first step to extend the DD-MPC approach for a wider class of systems is to apply appropriate mathematical structures for intended system model. In this paper, a framework, which extends “Willem’s Theorem” from LTI to LPV systems, is used to design an Extended Direct Data-Driven Model Predictive Control (EDD-MPC) for a class of polytopic LPV systems. The mentioned framework is upgraded by adding new constraints and cost function defined by the presented algorithm and provides robustness against measurement noise. The system dynamics are replaced with Hankel matrix, which is obtained by online noisy data. The constraint containing the Hankel matrix is then well-posed with some slack variables neutralizing the noise effects. To ensure minimizing the effects of the slack variables, it is upper-bounded using an appropriate quadratic term with small magnitude that is added to the cost function. Due to the lack of theoretical analysis in the past methods for the LPV systems, closed-loop stability and feasibility are presented by introducing multiple Lyapunov functions with respect to the polytopic assumptions on the LPV system. Obtaining a purely data-driven robust controller using the MPC along with system analysis is the advantageous of the proposed method over the model-based MPC approaches as compared with the previous DD-MPC methods, that cover smaller class of the LPV systems with no stability analysis.

## 3- Conclusion

In this paper, a combination of the direct data-driven approaches and the MPC framework is used for the LPV system control in the presence of measurement noise. The stability and feasibility of the proposed method is proved under polytopic assumption for the LPV systems. The tracking problem with changing setpoint is investigated under noisy output measurements for a DC motor with unbalanced disk acting as an LPV system. The simulating results is compared with the DD-MPC method while noisy sampling of the system output data is performed. The simulation results indicate superb performance of the proposed controller against measurement noise and satisfactory tracking of the reference trajectory whilst the DD-MPC method fails completely to track the reference trajectory. Moreover, the proposed method can handle larger class of systems as compared with the DD-MPC controllers that is limited to the LTI systems.

## 4- References

- 1- J. Berberich, J. Köhler, M. A. Müller and F. Allgöwer, “Data-driven model predictive control with stability and robustness guarantees,” IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 66, no. 4, pp. 1702-1717, 2020
- 2- C. Verhoeck, H. S. Abbas, R. Tóth and S. Haesaert, “Data-driven predictive control for linear parameter-varying systems,” IFAC-PapersOnLine, vol. 54, no. 8, pp. 101-108, 2021.
- 3- I. Markovsky, J. C. Willems, S. Van Huffel and B. De Moor, Exact and Approximate Modeling of Linear Systems: A Behavioral Approach, SIAM, Pennsylvania, USA, 2006.

## کنترل پیش‌بین مدل داده‌محور مستقیم برای سیستم‌های خطی پارامتر متغیر چندوجهی در حضور نویز اندازه‌گیری

محمد مهدی شاهسوند آنالو

دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

محمد فرخی

استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

### چکیده

در این مقاله، کنترل‌کننده پیش‌بین مدل داده‌محور (EDD-MPC) برای سیستم‌های خطی پارامتر متغیر (LPV) توسعه داده شده است. کنترل‌کننده‌های مدل-مینا، به‌طور قابل توجهی وابسته به دقت مدل هستند. در مقابل، روش‌های داده‌محور با ترفندهایی، مدل سیستم را جایگزین می‌کنند. در این مقاله، از رویکرد مستقیم در روش‌های داده‌محور برای مراحل مختلف طراحی کنترل‌کننده، منجمله پیش‌بینی رفتار آینده، استفاده می‌شود که در سال‌های اخیر توجه زیادی به آن جلب شده است. علاوه بر آن، با استفاده از یک چهارچوب طراحی شده از قبل برای رویکرد پیشنهادی، ضمانت‌های پایداری و بازگشت‌پذیری آن به‌عنوان اولین نوآوری این تحقیق ارائه شده است. در ادامه، با توسعه چهارچوب مبنای روش کنترل‌کننده پیش‌بین مدل داده‌محور مستقیم برای سیستم‌های LPV، فرم توسعه‌یافته جدیدی با هدف توانمندسازی کنترل‌کننده در مقابله با نویز اندازه‌گیری، به‌عنوان نوآوری بعدی مقاله معرفی شده است. به‌منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی، شبیه‌سازی بروی موتور جریان مستقیم انجام شده است. نتایج شبیه‌سازی، نشان‌دهنده کارآمدی رویکرد ارائه‌شده در مقایسه با روش‌های مشابه است که در اخیراً در مجلات گزارش شده‌اند.

### کلمات کلیدی

کنترل پیش‌بین مدل، کنترل داده‌محور، سیستم خطی پارامتر متغیر، نویز اندازه‌گیری.

نام نویسنده مسئول: دکتر محمد فرخی

ایمیل نویسنده مسئول: farrokhi@iust.ac.ir

تاریخ ارسال مقاله: ۱۴۰۲/۰۴/۰۸

تاریخ (های) اصلاح مقاله: ۱۴۰۲/۰۶/۱۷

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۲/۰۸/۰۶

### ۵- مقدمه

در رویکرد اول، که بسیار مشابه روش‌های مبتنی بر شناسایی سیستم است، پس از محاسبه مدلی دقیق از فرآیند، طراحی کنترل‌کننده شبیه به روش‌های مدل‌محور صورت می‌پذیرد. در مقابل در رویکرد دوم، سیگنال کنترل به‌طور مستقیم از داده‌های ورودی-خروجی محاسبه می‌شود که در مقایسه با روش غیرمستقیم، مرحله شناسایی یا تخمین سیستم در آن حذف می‌شود [۴].

در کنترل داده‌محور غیرمستقیم، شناسایی با استفاده از داده‌های ورودی-خروجی سیستم صورت می‌گیرد. به‌عنوان مثال، برای مدل‌سازی در این روش، بهره‌برداری از شبکه‌های عصبی و یا خطی‌سازی دینامیکی داده‌محور در دستور کار است [۵]. در مقابل، در کنترل داده‌محور مستقیم، مرحله شناسایی سیستم حذف شده و مدل فرآیند توسط مبانی ریاضی جدیدی جایگزین می‌شود. در واقع، برای محاسبه مستقیم سیگنال کنترل، اطلاعات تلویحی از مدل مورد نیاز است که از داده‌های مسیر حرکت سیستم (trajectory) به‌دست می‌آید. این اطلاعات، به‌کمک قضیه «ویلیم» که در زیرمجموعه «نظریه رفتاری سیستم‌ها» قرار می‌گیرد، به‌دست می‌آید [۶]. بر اساس این نظریه، رفتار دینامیکی سیستم خطی نامتغیر با زمان (LTI) را می‌توان به‌کمک داده‌های مسیر از ورودی-خروجی آن مشخص کرد [۷]. طول مسیر داده‌ها باید به اندازه‌ای باشد تا دینامیک سیستم به‌طور کامل استخراج شود، که به اصطلاح به آن تحریک دائم<sup>۲</sup> گویند [۸].

پس از توسعه چشمگیر الگوریتم‌های داده‌محور مستقیم و غیرمستقیم در دو دهه گذشته، امکان طراحی کنترل‌کننده پیش‌بین مدل داده‌محور با استفاده

در سال‌های اخیر، رویکردهای داده‌محور متعددی برای طراحی کنترل‌کننده و آنالیز سیستم‌ها ارائه شده است که اکثر آن‌ها در مقایسه با روش‌های مدل‌محور، فاقد ضمانت‌های نظری از جمله تحلیل پایداری و برقراری قیود متغیرها هستند [۱]. یکی از روش‌های مدل‌محور که شامل ویژگی‌های یادشده می‌شود، کنترل‌کننده پیش‌بین مدل است. در این روش، امکان در نظر گرفتن قیود روی حالت‌ها، ورودی‌ها و خروجی‌های سیستم و همچنین ارائه تحلیل پایداری و ضمانت‌های مورد نیاز بر اساس مدلی دقیق و در دسترس، وجود دارد [۲]. این مدل، به‌طور عمومی از روش «اصل اول<sup>۱</sup>» یا به‌کمک شناسایی سیستم و از روی داده‌ها به‌دست می‌آید [۳].

با توجه به پیچیده‌تر شدن سیستم‌ها در صنایع امروز، محاسبه مدل دقیق با چالش‌های بیشتری نسبت به گذشته روبرو است. خطاهای تخمین، عدم قطعیت مدل، دینامیک‌های ناشناخته و موارد مشابه، باعث می‌شود که مدل به‌دست‌آمده نادقیق باشد و در نتیجه، کنترل سیستم با دقت کمتری صورت‌پذیرد. کنترل داده‌محور، امکان گذر از مشکلات مدل‌سازی را به‌کمک بهره‌برداری از داده‌های ورودی-خروجی سیستم برآورده می‌کند. این روش‌ها، بر اساس چگونگی دست‌یافتن به سیگنال کنترل محاسبه‌شده به دو دسته زیر تقسیم می‌شوند:

- ✓ کنترل‌کننده داده‌محور غیرمستقیم
- ✓ کنترل‌کننده داده‌محور مستقیم.

<sup>2</sup> Persistently exciting

<sup>1</sup> First principle

کرد. به همین دلیل، توسعه کنترل کننده DD-MPC برای سیستم‌های غیرخطی و حتی خطی غیر LTI به صورت قبلی مقدور نیست. از طرفی، از آنجا که طراحی کنترل کننده داده‌محور مستقیم در ادبیات این حوزه بسیار جذاب است، تلاش‌ها برای ایجاد مبانی ریاضی جدیدی برای توسعه این رویکرد به دسته وسیع‌تری از سیستم‌ها در قیاس با LTI، ادامه دارد. به عنوان مثال در [۲۳]، امکان توسعه قضیه ویلیام برای دسته گسترده‌تری از سیستم‌های خطی بررسی شده است.

سیستم‌های خطی پارامترمتغیر (LPV) از دسته سیستم‌های مهم در مهندسی کنترل می‌باشد. این کلاس از سیستم‌ها، علاوه بر دارا بودن قابلیت نمایش دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی، مصارف صنعتی بسیاری نیز دارند [۲۴]. طراحی کنترل کننده DD-MPC برای سیستم‌های LPV، می‌تواند پلی برای توسعه این روش به سیستم‌های غیرخطی باشد. به همین دلیل، در [۲۵]-[۲۸]، مبانی مناسبی به منظور تغییر ساختار قضیه ویلیام برای اعمال بر روی سیستم‌های LPV معرفی شده است. علاوه بر این در [۲۹]، کنترل کننده DD-MPC برای سیستم‌های LPV بر اساس نتایج بدست آمده از توسعه قضیه ویلیام برای این سیستم‌ها برای اولین بار طراحی شده است. نکته مهم اینجاست که در روش DD-MPC، تحلیل‌های پایداری، ضمانت‌های حلقه‌بسته و موارد زیاد دیگری از این دست، تنها برای سیستم‌های LTI ارائه شده است. تحقیقات تکمیلی در این روش برای سیستم‌های LPV، می‌تواند بسیار مفید و مقدمه‌ای بر توسعه آن به سایر سیستم‌ها باشد.

در این مقاله، طراحی کنترل کننده پیش‌بین داده‌محور مستقیم برای سیستم‌های LPV، مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در ابتدا، چهارچوب کنترل کننده بر اساس قضیه ویلیام در نظر گرفته می‌شود. سپس، با توجه به عدم ارائه تحلیل‌های پایداری و بازگشت‌پذیری این روش در ادبیات علمی تا این لحظه، این موارد در قالب یک قضیه مورد اثبات قرار می‌گیرد. پس از آن، به منظور توسعه ساختار اولیه که مشابه چهارچوب ارائه شده در [۲۹] است، فرم مساله بهینه‌سازی جدیدی ارائه می‌شود که کنترل کننده را برای مقابله با نویز اندازه‌گیری مقاوم می‌کند. به طور مشخص نوآوری‌های این مقاله به قرار زیر است:

- ✓ طراحی کنترل کننده توسعه یافته DD-MPC بر اساس چهارچوب اولیه معرفی شده در [۲۹]
- ✓ پایداری و ردیابی مسیر مرجع از پیش تعیین شده
- ✓ اثبات پایداری و بازگشت‌پذیری چهارچوب کنترل کننده DD-MPC ارائه شده در [۲۹]
- ✓ توانمندسازی کنترل کننده در مقابله با نویز اندازه‌گیری و ردیابی مسیر مرجع در حضور آن

ساختار این مقاله به صورت زیر است. در بخش ۲، چهارچوب اولیه طراحی کنترل کننده DD-MPC برای سیستم‌های LPV معرفی می‌شود. در بخش ۳، تحلیل‌ها و ضمانت‌های حلقه‌بسته ارائه می‌شود. در بخش ۴، ساختار توسعه یافته مساله بهینه‌سازی و مقابله با نویز اندازه‌گیری مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در بخش ۵، کارایی روش پیشنهادی در قالب شبیه‌سازی نشان داده می‌شود. در بخش ۶، نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای ادامه کار ارائه خواهد شد.

#### ۴- کنترل کننده DD-MPC برای سیستم LPV

در طراحی کنترل کننده پیش‌بین داده‌محور مستقیم برای سیستم LPV، اولین مرحله معرفی ساختار داده‌برداری و وارد کردن داده‌های ورودی-خروجی به این فرآیند است. در این بخش، مبانی ریاضی مورد نیاز برای ایجاد این ساختار معرفی خواهد شد.

ماتریس هنکل (Hankel) از سیگنال (یا رشته‌ای از بردارهای  $m$ -بعدی)

از این روش‌ها وجود دارد. از شناخته‌شده‌ترین نمونه‌های ترکیب رویکرد داده‌محور غیرمستقیم و کنترل پیش‌بین مدل می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ✓ کنترل کننده مبتنی بر تجزیه حالت دینامیکی (DMD) [۹]
- ✓ کنترل کننده طراحی شده به کمک عملگر کوپمن (Koopman) [۱۰]
- ✓ کنترل کننده مبتنی بر شناسایی پراکنده دینامیک‌های غیرخطی (SINDy) [۱۱].

در کنترل کننده‌های یادشده، مرحله شناسایی سیستم به ترتیب با الگوریتم‌های DMD، Koopman و SINDy جایگزین می‌شود. با توجه به توانمندی شناسایی سیستم‌های غیرخطی، از این روش‌ها در طراحی کنترل کننده‌های پیش‌بین مدل غیرخطی نیز می‌توان بهره‌برد. اما نقطه ضعف مهمی در این نوع از طراحی‌ها وجود دارد که در ادبیات کنترل داده‌محور دارای اهمیت فراوانی است. این کنترل کننده‌ها، به طور مستقیم از داده‌ها طراحی نمی‌شوند. به بیانی دیگر، فرآیند محاسبه سیگنال کنترل به طور مستقیم از داده‌های ورودی-خروجی سیستم مورد بحث حاصل نمی‌شود، بلکه مرحله‌ای اضافه‌تر مشابه شناسایی سیستم دارد.

به دلیل اهمیت ذاتی ساختار کنترل کننده‌های داده‌محور مستقیم در ادبیات این زمینه تحقیقاتی، طراحی کنترل کننده پیش‌بین مدل با استفاده از رویکرد داده‌محور مستقیم (کنترل پیش‌بین داده‌محور مستقیم (DD-MPC)) مورد توجه زیادی قرار گرفته است. بدین منظور، مدل دینامیکی سیستم LTI در فرآیند طراحی کنترل کننده حذف شده و اطلاعات آن توسط ترکیب خطی از مسیرهای ورودی-خروجی به دست می‌آید. در [۱۲]، کنترل کننده DD-MPC بدون ارائه ضمانت‌های حلقه‌بسته و با بهره‌برداری از نظریه رفتاری سیستم‌ها طراحی شده است. در این روش، اطلاعات دینامیکی با ترکیب خطی داده‌های ورودی-خروجی جایگزین شده و شناسایی مدل سیستم از فرآیند طراحی حذف می‌شود. پس از آن، چهارچوب جدیدی برای مساله DD-MPC در [۱۳] معرفی شده است که شامل ضمانت‌های حلقه‌بسته از جمله اثبات پایداری و بازگشت‌پذیری (recursive feasibility) مساله کنترل پیش‌بین داده‌محور برای سیستم‌های LTI می‌شود. علاوه بر آن، امکان لحاظ کردن قیود مساله و مقاوم‌سازی در برابر نویز اندازه‌گیری مورد بررسی قرار گرفته است.

بعد از توسعه اولین چهارچوب DD-MPC، در سال‌های اخیر پژوهش‌های زیادی روی این ساختار کنترلی جدید صورت گرفته است. تحقیقات دقیق‌تر به منظور بررسی میزان مقاوم بودن این رویکرد در مقابل عدم قطعیت‌ها [۱۴] و همچنین مطالعه عملکرد حلقه‌بسته با مجموعه داده‌های مختلف ورودی-خروجی [۱۵-۱۷] از جمله این تحقیقات به شمار می‌روند. پس از بررسی ابعاد این ساختار، به تازگی مساله ردیابی نیز به منظور افزایش توانمندی کنترل کننده در برخی ادبیات علمی مورد بررسی قرار گرفته است. به همین جهت، در نمونه ساده‌تر، ردیابی مسیرهای متغیر بدون اثبات پایداری و تحلیل‌های جانبی بررسی شده است [۱۸]. پس از آن، عملکرد و ضمانت‌های حلقه‌بسته این روش نیز در [۱۹] مورد ارزیابی قرار گرفته است. ویژگی دیگری که در ادبیات کنترل داده‌محور بسیار داغ است، امکان ترکیب اطلاعات ناقص از دینامیک سیستم با داده‌های ورودی-خروجی است. به همین منظور در [۲۰]، طراحی کنترل کننده DD-MPC مقاوم با فرض اطلاعات ناقص از دینامیک‌های سیستم بررسی شده است. در [۲۱] و [۲۲] نیز مساله ترکیب داده‌ها و اطلاعات ناقص از دینامیک سیستم در طراحی کنترل کننده برای ربات‌های آزمایشگاهی به کار گرفته شده است.

نکته مهم در تمام مراجع یادشده این است که برای برقرار بودن قوانین ریاضی به کار گرفته شده، باید سیستم مورد بحث LTI در نظر گرفته شود. علت این امر در این است که در قضیه موسوم به ویلیام، تنها می‌توان مسیرهای مختلف یک سیستم LTI را از روی ترکیب خطی مسیرهای گذشته آن بازبایی

قضیه ۱، مبانی ریاضی مورد نیاز برای جایگزینی داده‌های ورودی-خروجی سیستم با مدل دینامیکی را فراهم می‌آورد. معادله (۳)، در قسمت بهینه‌سازی کنترل پیش‌بین مدل، نقش دینامیک را برای بخش پیش‌بینی ایفای کند که به آن به اصطلاح «دینامیک داده‌محور» (Data-driven dynamic) می‌گویند [۸]. برای توسعه قضیه ویلیام به سیستم‌های LPV، باید تغییراتی در مبانی ریاضی یادشده ایجاد شود. به‌همین جهت، سیستم گسسته LPV با نمایش ورودی-خروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$\mathbf{y}_k + \sum_{i=1}^{n_a} a_i(\mathbf{p}_{k-i})\mathbf{y}_{k-i} = \sum_{i=1}^{n_b} b_i(\mathbf{p}_{k-i})\mathbf{u}_{k-i} \quad (۴)$$

که در آن  $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$  و  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^u$  مشابه معادله (۳)، بردار متغیر زمان‌بندی سیستم LPV (Scheduling variable)،  $k \in \mathbb{R}$  نمایان‌گر لحظه فعلی،  $n_a$  و  $n_b$  درجه جملات و  $a_i, b_i \in \mathbb{R}$  ضرایب ورودی و خروجی هستند. این ضرایب، به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} a_i(\mathbf{p}_{k-i}) &= \sum_{j=1}^{n_p} a_{i,j}[\mathbf{p}_{k-i}]_j \\ b_i(\mathbf{p}_{k-i}) &= \sum_{j=1}^{n_p} b_{i,j}[\mathbf{p}_{k-i}]_j \end{aligned} \quad (۵)$$

که در آن  $n_p$  ابعاد فضای متغیر زمان‌بندی است.

**تبصره ۱:** مدل دینامیکی معرفی شده از سیستم در (۴)، در دسترس طراح قرار ندارد و تنها از آن برای تولید داده‌های ورودی-خروجی در شبیه‌سازی‌ها استفاده می‌شود.

با قراردادن (۵) در (۴)، معادله‌ای به‌فرم زیر به‌دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k + \sum_{i=1}^{n_a} a_{i,0}\mathbf{y}_{k-i} + \sum_{i=1}^{n_a} \bar{\mathbf{a}}_i \cdot (\mathbf{p}_{k-i} \otimes \mathbf{y}_{k-i}) &= \\ = \sum_{i=1}^{n_b} b_{i,0}\mathbf{u}_{k-i} + \sum_{i=1}^{n_b} \bar{\mathbf{b}}_i \cdot (\mathbf{p}_{k-i} \otimes \mathbf{u}_{k-i}) \end{aligned} \quad (۶)$$

که در آن بردارهای جدیدی برای ضرایب سیستم به‌صورت  $\bar{\mathbf{a}}_i := [a_{i,1} \dots a_{i,n_p}]$  و  $\bar{\mathbf{b}}_i := [b_{i,1} \dots b_{i,n_p}]$  تعریف شده‌اند و  $\otimes$  نمایش‌دهنده ضرب کرونگر است. پس از این، دو بردار ورودی و خروجی کمکی به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\bar{\mathbf{U}}_k := \begin{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \mathbf{p}_k \otimes \mathbf{u}_k \end{bmatrix} \quad (۷)$$

$$\bar{\mathbf{Y}}_k := \begin{bmatrix} \mathbf{y}_k \\ \mathbf{p}_k \otimes \mathbf{y}_k \end{bmatrix}$$

با کمک معادله (۷) می‌توان مدل سیستم LPV در (۶) را به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$E\bar{\mathbf{Y}}_k + \sum_{i=1}^{n_a} \mathbf{A}_i \bar{\mathbf{Y}}_{k-i} = \sum_{i=1}^{n_b} \mathbf{B}_i \bar{\mathbf{U}}_{k-i} \quad (۸)$$

که در آن  $\mathbf{A}_i := [a_{i,0} \bar{\mathbf{a}}_i]$  و  $\mathbf{B}_i := [b_{i,0} \bar{\mathbf{b}}_i]$

با توجه به این‌که (۸) (که معادل (۴) است) دارای ارتباط خطی بین ورودی و خروجی است، می‌توان قضیه ویلیام را بر روی آن پیاده‌سازی کرد. از این‌رو مشابه قضیه ۱، اگر سیگنال  $\{\bar{\mathbf{u}}_k, \bar{\mathbf{p}}_k, \bar{\mathbf{y}}_k\}_{k=1}^{N_d}$  سیگنال دلخواه (یا پیش‌بینی شده) از سیستم LPV باشد، در این صورت می‌توان ضریب  $\alpha \in \mathbb{R}^{N_d-L+1}$  را چنان یافت که معادله زیر برقرار باشد:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_L(\mathbf{U}) \\ \mathbf{H}_L(\mathbf{Y}) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}(\bar{\mathbf{U}}) \\ \text{col}(\bar{\mathbf{Y}}) \end{bmatrix} \quad (۹)$$

که در آن  $\mathbf{U} = \{\bar{\mathbf{U}}_k\}_{k=1}^{N_d}$  رشته‌ای از بردارهای کمکی ورودی به‌طول  $N_d$ ،  $\mathbf{Y} = \{\bar{\mathbf{Y}}_k\}_{k=1}^{N_d}$  رشته‌ای از بردارهای کمکی خروجی به‌طول  $N_d$ ،  $\bar{\mathbf{U}} = \{\bar{\mathbf{u}}_k\}_{k=1}^{N_d}$  و  $\bar{\mathbf{Y}} = \{\bar{\mathbf{y}}_k\}_{k=1}^{N_d}$  رشته‌ای از بردارهای ورودی دلخواه (یا پیش‌بینی شده) به‌طول  $L$  و رشته‌ای از بردارهای خروجی دلخواه به‌طول  $L$  است.

اگر برای هر بردار  $\mathbf{s}_k \in \mathbb{R}^s$  رشته‌ای به‌صورت  $\mathbf{s}^p = \{\mathbf{p}_k \otimes \mathbf{s}_k\}_{k=1}^{N_d}$  تعریف شود، می‌توان (۷) را به‌فرم زیر بازنویسی کرد:

$$\bar{\mathbf{U}}_k := \quad (۱۰)$$

گسسته  $\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^m\}_{k=1}^N$  به طول  $N$ ، به‌فرم زیر به‌دست می‌آید:

(۱)

$$\mathbf{H}_L(\mathbf{x}) := \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \dots & \mathbf{x}_{N-L+1} \\ \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3 & \dots & \mathbf{x}_{N-L+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{x}_L & \mathbf{x}_{L+1} & \dots & \mathbf{x}_N \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{L \times (N-L)}$$

که در آن  $L$  مرتبه ماتریس است که در تعریف تحریک دائم‌بودن سیگنال نقش مهمی ایفا می‌کند. این تعریف، مقدمه‌ای برای ورود به نظریه رفتاری سیستم‌ها است.

**تعریف ۱:** سیگنال گسسته  $\mathbf{x} = \{\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^m\}_{k=1}^N$  به‌طول  $N$  تحریک دائم از مرتبه  $L$  است اگر برای درجه ماتریس هنکل در (۱)، معادله  $\text{rank}(\mathbf{H}_L(\mathbf{x})) = m \times L$  صادق باشد [۲۹].

همان‌طور که بیان شد، هدف این مقاله، طراحی کنترل‌کننده DD-MPC

برای سیستم LPV ناشناخته است. از این رو، داده‌های ورودی-خروجی سیستم باید از طریقی معرف رفتار دینامیکی سیستم باشند تا در فرآیند طراحی به‌کار گرفته شوند. برای سیستم‌های LTI، این موضوع به‌وسیله قضیه ویلیام مشخص شده است که مبنای کار برای سیستم‌های LPV نیز قرار خواهد گرفت. قضیه ویلیام بر اساس نظریه رفتاری سیستم‌ها بنانهاد شده است. در این نظریه، نمایش جدیدی از سیستم موردنظر معرفی می‌شود که در ادبیات داده‌محور بسیار مورد استفاده قرار گرفته است.

**تعریف ۲ (نمایش بر اساس نظریه رفتاری سیستم‌ها [۶]):** سیستم خطی نامتغیر با زمان  $\Sigma$ ، با ضابطه سه‌گانه به‌فرم زیر قابل معرفی و تمایز دادن نسبت به سایر سیستم‌های LTI است:

$$\Sigma = (\mathbb{T}, \mathbb{W}, \mathbb{B}) \quad (۲)$$

که در آن  $\mathbb{T} \in \mathbb{R}$  محور زمان مساله،  $\mathbb{W} \in \mathbb{R}^{n+u}$  بردار سیگنال‌های ورودی-خروجی (که در آن  $n$  و  $u$  به ترتیب ابعاد بردارهای خروجی و ورودی هستند) و  $\mathbb{B} \in \mathbb{W}^{\mathbb{T}}$  فضای رفتاری سیستم است که مشخص می‌کند در  $\mathbb{T} \in \mathbb{R}$  مسیر حرکت سیگنال‌های ورودی-خروجی به چه صورت‌هایی ممکن است تغییر کند.

نمایش سیستم بر اساس نظریه رفتاری سیستم‌ها در قضیه ویلیام مورد استفاده قرار گرفته است. این قضیه، بیان می‌کند که هر یک از مسیرهای حرکت سیگنال‌های ورودی-خروجی سیستم را می‌توان برحسب ترکیب خطی تعداد محدودی از مسیرهای دیگر آن به‌دست آورد.

**قضیه ۱ (قضیه ویلیام [۱۳]):** فرض کنید سیگنال  $\{\mathbf{u}_k, \mathbf{y}_k\}_{k=1}^{N_d}$  به طول  $N_d$  مسیری از سیستم خطی نامتغیر با زمان  $\Sigma$  با رفتار  $\mathbb{B}$  باشد. فرض می‌شود که سیگنال ورودی سیستم  $\mathbf{u} = \{\mathbf{u}_k\}_{k=1}^{N_d}$  تحریک دائم از درجه  $L + n(\mathbb{B})$  باشد که در آن  $n(\mathbb{B})$  مرتبه سیستم است. در این صورت، سیگنال  $\{\bar{\mathbf{u}}_k, \bar{\mathbf{y}}_k\}_{k=1}^{N_d}$  به طول  $L$  مسیری از سیستم  $\Sigma$  خواهد بود اگر و تنها اگر بتوان ضریب  $\alpha \in \mathbb{R}^{N_d-L+1}$  را چنان یافت که معادله زیر برقرار باشد:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_L(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_L(\mathbf{y}) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}(\bar{\mathbf{u}}) \\ \text{col}(\bar{\mathbf{y}}) \end{bmatrix}. \quad (۳)$$

که در آن  $\mathbf{u}_k \in \mathbb{R}^u$  بردار ورودی،  $\bar{\mathbf{u}}_k \in \mathbb{R}^u$  بردار ورودی مسیر مورد بررسی،  $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^n$  بردار خروجی و  $\bar{\mathbf{y}}_k \in \mathbb{R}^n$  بردار خروجی مسیر مورد بررسی در لحظه  $k$  هستند. همچنین،  $\mathbf{u} = \{\mathbf{u}_k\}_{k=1}^{N_d}$  و  $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}_k\}_{k=1}^{N_d}$  به ترتیب سیگنال‌های ورودی-خروجی از مسیر سیستم و بردارهای  $\text{col}(\bar{\mathbf{u}}) = [\bar{\mathbf{u}}_1^T \dots \bar{\mathbf{u}}_L^T]^T$  و  $\text{col}(\bar{\mathbf{y}}) = [\bar{\mathbf{y}}_1^T \dots \bar{\mathbf{y}}_L^T]^T$  بردارسازی ستونی (column vectorization) از سیگنال‌های ورودی-خروجی مسیر مورد بررسی از سیستم LTI هستند.

**اثبات:** به [۱۳] مراجعه شود.

از (۹) در اینجا تعریف می‌شود. ابتدا برای رشته ورودی  $\mathbf{u} = \{\mathbf{u}_k\}_{k=1}^{n_t+L}$  می‌توان ماتریس متناظر هنکل را به فرم زیر بازنویسی کرد:

$$\mathbf{H}_{n_t+L}(\mathbf{u}) = [\mathbf{H}_{n_t+L, n_t}^T(\mathbf{u}) \mathbf{H}_{n_t+L, L}^T(\mathbf{u})]^T \quad (۱۶)$$

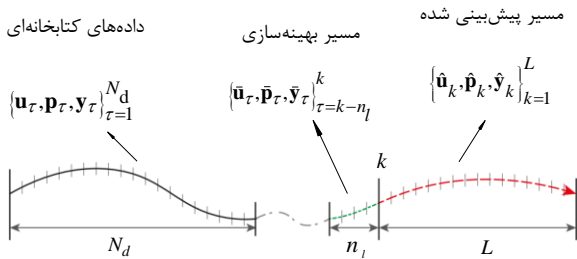
که در آن ماتریس هنکل اصلی، به دو ماتریس هنکل با سطور کمتر تقسیم شده است. با این کار، می‌توان (۹) را به صورت زیر به دست آورد:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{U}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{Y}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{U}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{Y}) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}(\bar{\mathbf{U}}_k) \\ \text{col}(\bar{\mathbf{Y}}_k) \\ \text{col}(\bar{\mathbf{U}}_k) \\ \text{col}(\bar{\mathbf{Y}}_k) \end{bmatrix} \quad (۱۷)$$

با کمک سازوکار معرفی شده در (۱۷)، می‌توان معادله (۱۵) را به فرم جدیدی به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{u}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_u} \mathcal{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{y}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_y} \mathcal{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{u}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_u} \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{y}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_y} \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{y}) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}(\bar{\mathbf{u}}_k) \\ \mathbf{0} \\ \text{col}(\bar{\mathbf{y}}_k) \\ \mathbf{0} \\ \text{col}(\bar{\mathbf{u}}_k) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

که در آن  $\hat{\mathcal{P}}_k^{n_u} = (\hat{\mathbf{p}}_k \odot \mathbf{I}_{n_u})$ ،  $\hat{\mathcal{P}}_k^{n_y} = (\hat{\mathbf{p}}_k \odot \mathbf{I}_{n_y})$ ،  $\hat{\mathcal{P}}_k^{n_{u,y}} = (\hat{\mathbf{p}}_k \odot \mathbf{I}_{n_{u,y}})$  و همچنین در طول افق پیش‌بینی، مقادیر متغیر زمان‌بندی با مقدار آن در آخرین لحظه نمونه‌برداری برابر خواهد بود.



شکل ۱- داده‌های مختلف در فرآیند طراحی DD-MPC

معادله (۱۸)، قید جایگزین دینامیک و پیش‌بینی آینده سیستم LPV در طراحی DD-MPC است. همچنین، برای محاسبه خروجی سیستم در لحظات آینده، از معادله زیر استفاده خواهد شد:

$$\text{col}(\hat{\mathbf{y}}_k) = [\hat{\mathbf{y}}_k^T \dots \hat{\mathbf{y}}_{k+L-1}^T]^T = \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{y}) \alpha \quad (۱۹)$$

با استفاده از (۱۸) و (۱۹)، فرم نامی مساله DD-MPC به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\min_{\alpha} \sum_{k=0}^{N_c-1} (\hat{\mathbf{y}}_{ilk} - \mathbf{r}_{ilk})^T \mathbf{Q} (\hat{\mathbf{y}}_{ilk} - \mathbf{r}_{ilk}) + \hat{\mathbf{u}}_{ilk}^T \mathbf{R} \hat{\mathbf{u}}_{ilk} \quad (۲۰)$$

$$\text{s.t.} \text{col}(\hat{\mathbf{y}}_k) = [\hat{\mathbf{y}}_{0k}^T \dots \hat{\mathbf{y}}_{N_c-1|k}^T]^T = \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{y}) \alpha$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{u}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_u} \mathcal{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{y}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_y} \mathcal{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{u}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_u} \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{y}) \\ \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{y}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_y} \mathbf{H}_{n_t+L, L}(\mathbf{y}) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}(\bar{\mathbf{u}}_k) \\ \mathbf{0} \\ \text{col}(\bar{\mathbf{y}}_k) \\ \mathbf{0} \\ \text{col}(\bar{\mathbf{u}}_k) \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

که در آن  $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^n$  و  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^n$  ماتریس‌های وزن‌دهی،  $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^n$  مسیر مرجع و  $N_c$  افق کنترل است و در اینجا برابر با افق پیش‌بینی ( $N_p = L$ ) در نظر گرفته شده است. مبنای کار در این مقاله برای کنترل پیش‌بین مدل داده‌محور سیستم خطی پارامترمتغیر، معادله (۲۰) است. در ادامه، تحلیل‌ها و ضمانت‌های

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_k \\ \mathbf{y}_k \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{Y}}_k := \begin{bmatrix} \mathbf{y}_k^p \\ \mathbf{y}_k \end{bmatrix}$$

و با کمک (۱۰) می‌توان (۹) را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_L(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_L(\mathbf{u}^p) \\ \mathbf{H}_L(\mathbf{y}) \\ \mathbf{H}_L(\mathbf{y}^p) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}(\bar{\mathbf{u}}) \\ \text{col}(\bar{\mathbf{u}}^p) \\ \text{col}(\bar{\mathbf{y}}) \\ \text{col}(\bar{\mathbf{y}}^p) \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

که به طور مشابه، در آن  $\bar{\mathbf{y}} = \{\bar{\mathbf{y}}_k\}_{k=1}^L$  و  $\bar{\mathbf{u}} = \{\bar{\mathbf{u}}_k\}_{k=1}^L$  به ترتیب رشته بردارهای ورودی و خروجی دلخواه به طول  $L$ ، و  $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}_k\}_{k=1}^{N_d}$  و  $\mathbf{u} = \{\mathbf{u}_k\}_{k=1}^{N_d}$  به ترتیب رشته بردارهای ورودی و خروجی به طول  $N_d$  است.

با توجه به این که برای هر رشته به فرم  $\mathbf{s}^p = \{\mathbf{p}_k \otimes \mathbf{s}_k\}_{k=1}^{N_d}$  می‌توان نوشت  $\text{col}(\mathbf{s}^p) = (\mathbf{p} \odot \mathbf{I}_{n_s}) \text{col}(\mathbf{s})$  (که در آن  $\odot$  عملگر قطری-بلوکی کرونگر است)، برای بردارهای ورودی و خروجی مسیر پیش‌بینی شده، معادلات زیر برقرار خواهد بود:

$$\text{col}(\hat{\mathbf{y}}^p) = (\hat{\mathbf{p}} \odot \mathbf{I}_{n_y}) \text{col}(\hat{\mathbf{y}}) \quad (۱۲)$$

$$\text{col}(\hat{\mathbf{u}}^p) = (\hat{\mathbf{p}} \odot \mathbf{I}_{n_u}) \text{col}(\hat{\mathbf{u}})$$

از طرفی، با استفاده از (۱۱) می‌توان معادلات زیر را برای بردار خروجی به دست آورد:

$$\mathbf{H}_L(\mathbf{y}) \alpha = \text{col}(\hat{\mathbf{y}}) \quad (۱۳)$$

$$\mathbf{H}_L(\mathbf{y}^p) \alpha = \text{col}(\hat{\mathbf{y}}^p)$$

حال با ترکیب (۱۲) و (۱۳) می‌توان نوشت

$$\mathbf{H}_L(\mathbf{y}^p) \alpha = \text{col}(\hat{\mathbf{y}}^p) = (\hat{\mathbf{p}} \odot \mathbf{I}_{n_y}) \text{col}(\hat{\mathbf{y}}) = \quad (۱۴)$$

$$(\hat{\mathbf{p}} \odot \mathbf{I}_{n_y}) \mathbf{H}_L(\mathbf{y}) \alpha$$

$$\Rightarrow [\mathbf{H}_L(\mathbf{y}^p) - (\hat{\mathbf{p}} \odot \mathbf{I}_{n_y}) \mathbf{H}_L(\mathbf{y})] \alpha = \mathbf{0}$$

به طور مشابه، معادلات (۱۲) تا (۱۴) را می‌توان برای ورودی نیز نوشت. با جایگذاری این معادلات در (۱۱)، شکل جدیدی از آن به فرم زیر قابل دستیابی است:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_L(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_L(\mathbf{u}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_u} \mathbf{H}_L(\mathbf{u}) \\ \mathbf{H}_L(\mathbf{y}) \\ \mathbf{H}_L(\mathbf{y}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_y} \mathbf{H}_L(\mathbf{y}) \end{bmatrix} \alpha = \begin{bmatrix} \text{col}(\bar{\mathbf{u}}) \\ \mathbf{0} \\ \text{col}(\bar{\mathbf{y}}) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

که در آن  $\hat{\mathcal{P}}_k^{n_u} = (\hat{\mathbf{p}} \odot \mathbf{I}_{n_u})$  و  $\hat{\mathcal{P}}_k^{n_y} = (\hat{\mathbf{p}} \odot \mathbf{I}_{n_y})$  به معادله (۱۵)، که معادل مدل گسسته داده‌محور سیستم LPV در (۴) است، «دینامیک داده‌محور» گویند. این دینامیک، در مساله DD-MPC به صورت قید به مساله اضافه شده و پیش‌بینی رفتار آینده سیستم LPV را برعهده دارد.

در قدم بعدی، پس از ایجاد تغییراتی در (۱۵)، از آن به عنوان ساختار پیش‌بینی مدل در DD-MPC استفاده خواهد شد. برای این کار، داده‌های مورد نیاز برای تشکیل مساله بهینه‌سازی بررسی می‌شود.

فرض می‌شود رشته‌ای از داده‌ها به صورت  $\{\mathbf{u}_\tau, \mathbf{p}_\tau, \mathbf{y}_\tau\}_{\tau=1}^{N_d}$  به عنوان داده‌های کتابخانه‌ای به طول  $N_d$  (که قبل از فرآیند کنترل برای محاسبه دینامیک داده‌محور نمونه‌برداری شده)، به عنوان  $\{\bar{\mathbf{u}}_\tau, \bar{\mathbf{p}}_\tau, \bar{\mathbf{y}}_\tau\}_{\tau=k-n_t}^k$  مسیر نمونه‌برداری شده در لحظه  $n_t$  (که در لحظه بهینه‌سازی داده‌برداری می‌شود) و  $\{\hat{\mathbf{u}}_\tau, \hat{\mathbf{p}}_\tau\}_{\tau=k}^{k+L-1}$  (مقادیر آینده ورودی دلخواه و متغیر زمان‌بندی) در دسترس طراح قرار گیرند.

از این داده‌ها، برای پیش‌بینی خروجی در لحظات آینده استفاده می‌شود.

در شکل ۱، داده‌های کتابخانه‌ای، مسیر نمونه‌برداری شده در لحظه‌های بهینه‌سازی و مسیر حرکت ورودی-خروجی‌های آینده سیستم نمایش داده شده است. داده‌های کتابخانه‌ای تمامی اطلاعات لازم برای تکمیل سمت چپ (۱۵)

را به دست می‌دهند. این داده‌ها، در واقع نمونه‌های برون خط از جفت ورودی-خروجی‌های سیستم است که جایگزین فرآیند شناسایی سیستم می‌شوند. مسیر نمونه‌برداری شده را می‌توان «مسیر بهینه‌سازی» در نظر گرفت که در هر تکرار بهینه‌سازی با مقادیر جدید خود جایگزین می‌شود. مسیر پیش‌بینی نیز همان تخمین رفتار آینده سیستم است که در DD-MPC صورت می‌پذیرد.

با توجه به توضیحات داده‌شده از داده‌های مختلف در شکل ۱، فرم جدیدی

حلقه‌بسته برای این روش ارائه خواهد شد.

### ۷- تحلیل حلقه‌بسته

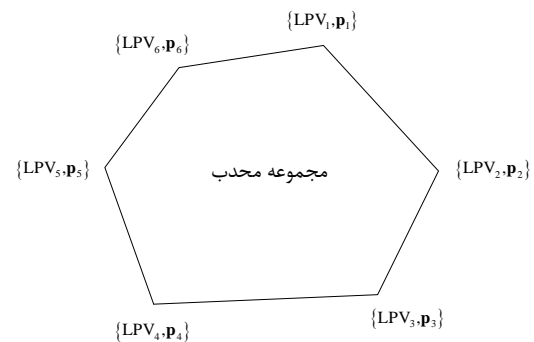
کنترل کننده طراحی شده در بخش قبل می‌تواند مبنای هر طراحی دیگری برای کنترل پیش‌بین مدل داده‌محور مستقیم، برای سیستم خطی پارامترمتغیر باشد. از این‌رو، ارائه ضمانت‌های مورد نیاز حلقه‌بسته آن اهمیت فراوانی دارد که در این قسمت مورد بررسی قرار خواهد گرفت. به‌منظور تحلیل حلقه‌بسته رویکرد مورد نظر، ابتدا فرض‌های مورد نیاز باید مطرح شود.

**فرض ۱:** سیستم LPV مورد بررسی باید دارای یک نمایش حداقلی (Minimal) و کمینه فاز (Minimum phase) باشد. این فرض ایجاب می‌کند که حتی در صورت در دسترس نبودن حالت‌های سیستم، برای هر زوج برداری  $\{u_i, y_i\}$  از داده‌های ورودی-خروجی، بردار حالت  $x_i \in \mathbb{R}^x$  محدود و مشخص موجود باشد.

**فرض ۲:** با فرض این که  $\mathbb{X}_L = \{x \in \mathbb{R}^x | J_L^*(x) < \infty\}$  مجموعه‌ای از مقادیر اولیه حالت‌های سیستم حداقلی باشد که مساله در آن بازگشت‌پذیر و پایدار است، به‌دلیل محدودبودن حالت‌های سیستم در این مجموعه، می‌توان برای تابع هزینه بهینه  $J_L^*(x)$  مقدار بهینه تابع هزینه (۲۰) مقدار حداکثری به‌صورت  $J_L^*(x) < c_u$  تصور کرد که در آن،  $c_u \in \mathbb{R}$  و  $x \in \mathbb{X}_L$  است.

**فرض ۳:** متغیر زمان‌بندی سیستم LPV در مجموعه محدب مانند شکل ۲ تغییر خواهد کرد. به سیستم LPV که دارای این چنین قیدی باشد، سیستم LPV چندوجهی (Polytopic LPV) گویند.

حال با کمک فرض‌های ۱، ۲ و ۳ می‌توان پایداری و بازگشت‌پذیری را برای کنترل کننده DD-MPC برای سیستم LPV اثبات کرد.



شکل ۲- فرم مجموعه متغیر زمان‌بندی در سیستم LPV

**قضیه ۲:** فرض کنید فرض‌های ۱، ۲ و ۳ برقرار باشند. در این صورت، اگر سیستم خطی پارامترمتغیر چندوجهی مورد نظر در مساله کنترل پیش‌بین داده‌محور مستقیم، برای مجموعه اولیه حالت‌ها  $(x \in \mathbb{X}_L)$  در لحظه شروع  $t = 0$  پایدار و بازگشت‌پذیر باشد، آنگاه:

ا - برای هر لحظه  $t \in N$  پایدار است.

ب - برای هر لحظه در  $t \in N$ ، بازگشت‌پذیر است.

**اثبات:**

آ - تابع  $\|x\|_2 = W(x)$  را در نظر بگیرید. در [۳۰]، اثبات شده است که برای سیستم‌های LTI، معادله زیر برقرار است:

$$W(Ax + Bu) - W(x) \leq -\frac{1}{2} \|x\|_2^2 + c_1 \|u\|_2^2 + c_2 \|y\|_2^2 \quad (21)$$

که در آن  $x \in \mathbb{R}^x$  بردار حالت،  $u \in \mathbb{R}^u$  بردار ورودی،  $y \in \mathbb{R}^n$  بردار خروجی و

$A \in \mathbb{R}^{x \times x}$  و  $B \in \mathbb{R}^{u \times u}$  ماتریس‌های سیستم LTI هستند. همچنین،  $c_1$  و  $c_2$  ضرایب مناسبی برای برقراری نامساوی فوق هستند. با توجه به فرض ۳، می‌توان ضابطه هر سیستم LPV چندوجهی را به‌فرم حاصل جمع چند سیستم LTI به‌صورت زیر نوشت:

$$W(A(p)x + B(p)u) - W(x) = \sum_{i=1}^N W(A_i x + B_i u) - W(x) \quad (22)$$

که در آن  $N$  تعداد رئوس مجموعه محدب متغیر زمان‌بندی و  $A(p) \in \mathbb{R}^{x \times x}$  و  $B(p) \in \mathbb{R}^{u \times u}$  ماتریس‌های سیستم LPV هستند. با جمع کردن دو طرف نامساوی (۲۱) برای  $N$  سیستم LTI می‌توان نوشت

$$\sum_{i=1}^N W(A_i x + B_i u) - NW(x) \leq -\frac{N}{2} \|x\|_2^2 + C \|u\|_2^2 + D \|y\|_2^2 \Rightarrow$$

$$W(A(p)x + B(p)u) - W(x) \leq -\frac{N}{2} \|x\|_2^2 + \frac{N-1}{N} \|x\|_2^2 + C \|u\|_2^2 + D \|y\|_2^2 \quad (23)$$

که در آن  $N \geq 2$  داریم  $D = N \times c_2$  و  $C = N \times c_1$  است. برای  $N \geq 2$  داریم

$$-\frac{N}{2} \|x\|_2^2 + \frac{N-1}{N} \|x\|_2^2 \leq 0 \quad (24)$$

از طرفی، برای مقدار بهینه تابع هزینه مساله بهینه‌سازی (۲۰) روی مجموعه اولیه  $\mathbb{X}_L$  می‌توان نوشت

$$J_L^*(x_{t+1}) \leq J_L^*(x_t) - \ell(\bar{u}_L^*(t), \bar{y}_L^*(t)) \quad (25)$$

حال با در نظر گرفتن تابع لیاپانوف به‌صورت زیر ادامه می‌دهیم:

$$V(x) = \gamma W(x) + J_L^*(x) \quad (26)$$

که در آن  $\gamma = \frac{\lambda_{\min}}{\max\{C, D\}}$ . حال با کمک (۲۴) خواهیم داشت

$$V(x_{t+1}) - V(x_t) \leq (27)$$

$$\gamma \left( -\frac{N}{2} \|x\|_2^2 + \frac{N-1}{N} \|x\|_2^2 + C \|u\|_2^2 + D \|y\|_2^2 \right) - \|u\|_2^2 - \|y\|_2^2 \leq -\gamma \left( \frac{N}{2} - \frac{N-1}{N} \right) \|x\|_2^2 \leq 0$$

معادله (۲۷)، نشان دهنده کاهشی بودن تابع لیاپانوف معرفی شده است. از طرفی، می‌توان مثبت و محدودبودن این تابع را از روی (۲۶) تحقیق کرد. از این‌رو، پایداری کنترل کننده طراحی شده اثبات می‌شود.

ب: برای اثبات بازگشت‌پذیربودن کنترل کننده DD-MPC، ابتدا فرض می‌کنیم این فرآیند برای مجموعه اولیه حالت‌ها  $(x \in \mathbb{X}_L)$  در لحظه شروع، بازگشت‌پذیر است. یعنی برای این مجموعه، پاسخ بهینه‌ای برای مساله کنترل به‌صورت زیر موجود است:

$$u_L^* = \{u_k^*\}_{k=1}^L, y_L^* = \{y_k^*\}_{k=1}^L, x_L^* = \{x_k^*\}_{k=1}^L \quad (28)$$

در نتیجه، با در نظر گرفتن (۲۵)، حالت محدود سیستم در لحظه  $k+1$  (یعنی  $x_{k+1} \in \mathbb{X}_L$ ) را می‌توان محاسبه کرد. بنابراین، با در نظر گرفتن فرض‌های ۱ و ۲ برای سیستم حداقلی، حتماً ورودی و خروجی محدود متناظری وجود خواهد داشت. از این‌رو، مجموعه شدنی در لحظه  $k+1$  به‌صورت زیر خواهد بود:

$$u_{k+1}^* = \{u_k^*, u_{k+1}^*\}, y_{k+1}^* = \{y_k^*, y_{k+1}^*\}, x_{k+1}^* = \{x_k^*, x_{k+1}^*\} \quad (29)$$

که نشان می‌دهد مساله در لحظه  $k+1$  نیز شدنی است. به این ترتیب، بازگشت‌پذیربودن کنترل کننده DD-MPC نیز اثبات می‌گردد. ■

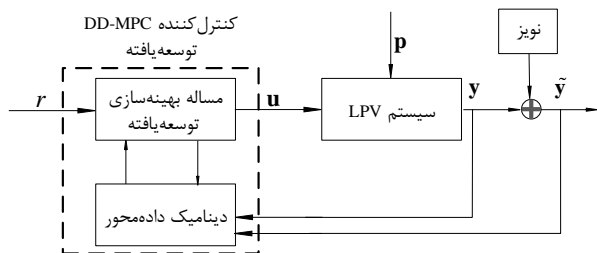
**تبصره ۲:** در روش‌های داده‌محور مستقیم، فرض می‌شود تنها داده‌های ورودی و خروجی در دسترس هستند. بنابراین، در عین حال که نیاز به دسترسی حالت‌ها وجود ندارد، اما می‌توان فرض‌هایی روی آن در نظر گرفت. به‌عنوان مثال در قضیه ۲، فرض ۳ بسیار حیاتی است؛ اما بدون نیاز به در دسترس بودن حالت‌های سیستم، تنها محدودیتی بر روی آن‌ها ایجاد می‌کند.

### ۸- کنترل کننده DD-MPC توسعه‌یافته (EDD-MPC)

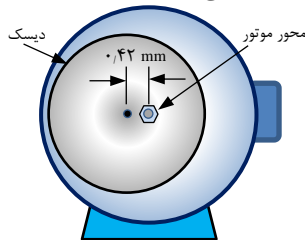
در بخش قبل، تحلیل‌های حلقه‌بسته مورد نیاز برای چهارچوب مرجع

گام ۴: اعمال اولین درایه از بردار ورودی بهینه محاسبه شده در گام ۳ به سیستم و بازگشت به ۲.  
گام ۵: پایان فرآیند کنترل در صورت اتمام بازه سیگنال مرجع ردیابی.

**تبصره ۳:** در الگوریتم ۱ مطابق با (۳۱)، در مورد فرآیند رهاسازی برای حذف اثر نویز اندازه‌گیری ممکن است تصور شود که به همین صورت می‌توان اغتشاش را نیز به سیستم اعمال کرد. لازم به ذکر است، در صورت افزودن اغتشاش به داده‌های خروجی سیستم مشابه با نویز اندازه‌گیری  $(\tilde{y} = y + \tilde{\epsilon})$ ، دینامیک داده‌محور توانمندی خود را برای ارائه اطلاعات سیستمی از دست داده و نماینده خوبی برای سیستم نخواهد بود. در صورتی که مطلوب باشد کنترل کننده در مقابل اغتشاش نیز مقاوم شود، لازم است از رویکردی مانند طراحی یک رویکرد داده‌محور استفاده شود تا اغتشاش قابل تشخیص از سیستم اصلی باشد.



شکل ۳- دیاگرام بلوکی کنترل کننده DD-MPC توسعه یافته



شکل ۴- شمای موتور جریان مستقیم با دیسک نامتقارن

جدول ۱- مشخصات موتور جریان مستقیم [۲۹]

پارامتر	نام	مقدار	واحد
$G$	شتاب گرانش	۹٫۸	$ms^{-2}$
$J$	اینرسی صفحه موتور (disk)	$۲٫۲ \times ۱۰^{-۲}$	$Nm^2$
$K_m$	ثابت موتور	۱۵٫۳۱۴۵	-
$L$	فاصله جرم تا مرکز	۰٫۴۲	Mm
$M$	جرم موتور	۰٫۰۷	Kg
$\tau$	ثابت بازگشتی	۰٫۵۹۷۱	-
$T_s$	زمان نمونه‌برداری	$۷۵ \times ۱۰^{-۳}$	S

#### ۹- نتایج شبیه‌سازی

مثال مورد نظر برای شبیه‌سازی، موتور جریان مستقیم با دیسک نامتقارن (unbalanced disk) است که به دلیل همین عدم تقارن، می‌توان آن را به فرم سیستم LPV در نظر گرفت و در طول فرآیند کنترل، با معادله‌های خطی نامتغیر با زمان متفاوتی نمایش داده می‌شود. شمای این موتور در شکل ۴ نمایش داده شده و معادلات دینامیکی آن به صورت زیر است [۲۹]:

$$\dot{y}(t) = -\frac{mgL}{J} \sin(y(t)) - \frac{1}{\tau} \dot{y}(t) + \quad (32)$$

کنترل کننده DD-MPC برای سیستم‌های LPV ارائه شد. در این بخش با ایجاد تغییراتی در فرم اولیه مساله بهینه‌سازی (۲۰)، کنترل کننده توسعه یافته DD-MPC (EDD-MPC) برای سیستم‌های LPV طراحی می‌شود.

در ادبیات کنترل DD-MPC برای سیستم‌های LTI، بسیار ذکر شده است که برای اضافه کردن هر ویژگی به روش پیشنهادی، باید تغییراتی در تابع هزینه و قیود مساله جدید نسبت به مساله نامی ایجاد شود. در این‌جا، برای توانمندسازی رویکرد پیشنهادی در مقابله با نویز اندازه‌گیری، ساختار مساله (۲۰) با تغییراتی روبرو خواهد شد.

فرض کنید خروجی نویزی نمونه‌برداری شده برای داده‌های کتابخانه‌ای سیستم به فرم  $\tilde{y} = y + \tilde{\epsilon}$  در نظر گرفته شده و در ماتریس هنکل معادله (۲۰) با  $y$  جایگزین شود. در این معادله،  $\tilde{\epsilon} \in \mathbb{R}^n$  نویز اضافه‌شونده به خروجی حین فرآیند نمونه‌برداری است. فرض می‌شود  $\|\tilde{\epsilon}\| \leq \epsilon$  کران بالای نویز اضافه شده به داده‌های کتابخانه‌ای (نویز سفید با میانگین صفر) با مقدار  $\epsilon$  باشد. متغیر کمکی  $\sigma \in \mathbb{R}^n$  را تعریف می‌کنیم. برای جبران تاثیر نویز اضافه شده به خروجی ( $y$ ) در سمت چپ معادله (۲۰) در ماتریس هنکل، خروجی مسیر پیش‌بینی (یعنی  $\tilde{y}$ ) در سمت راست این معادله با مقدار حاصل جمع آن با متغیر کمکی، یعنی معادل با  $\text{col}(\tilde{y}_k) \Rightarrow \text{col}(\tilde{y}_k) + \sigma$  جایگزین می‌شود.

در حقیقت متغیر کمکی  $\sigma \in \mathbb{R}^n$  در این حالت جدید، به جهت ایجاد رهاسازی (relaxation) در معادله (۲۰) وارد شده است. منظور از فرآیند رهاسازی، جبران نویز اضافه شده در سمت چپ (۲۰) توسط متغیر کمکی در سمت راست این معادله است. علاوه بر این، با هدف کمینه‌کردن اندازه نرم برداری متغیر کمکی  $\sigma$  و کاهش تاثیر آن بر مساله بهینه‌سازی، قید  $\|\sigma\|_2 \leq c_\sigma \epsilon$  (که در آن  $c_\sigma \in \mathbb{R}$ ) به سایر قیود مساله افزوده شده و عبارت  $\lambda_\sigma \|\sigma\|_2^2$  ضریب مناسب به تابع هزینه اضافه می‌شود. در نهایت، تابع هزینه جدید به فرم زیر در نظر گرفته خواهد شد:

$$\sum_{k=0}^{N_c-1} (\tilde{y}_{ilk} - r_{ilk})^T Q (\tilde{y}_{ilk} - r_{ilk}) + \hat{u}_{ilk}^T R \hat{u}_{ilk} + \lambda_\sigma \|\sigma\|_2^2 \quad (30)$$

که با قراردادن آن در مساله بهینه‌سازی مورد نظر، فرم توسعه یافته کنترل کننده DD-MPC برای سیستم‌های LPV به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\min_{\alpha, \sigma} \sum_{k=0}^{N_c-1} (\tilde{y}_{ilk} - r_{ilk})^T Q (\tilde{y}_{ilk} - r_{ilk}) + \hat{u}_{ilk}^T R \hat{u}_{ilk} + \lambda_\sigma \|\sigma\|_2^2 \quad (31)$$

$$\text{s.t. } \text{col}(\tilde{y}_k) = [\hat{y}_{0k}^T \ \dots \ \hat{y}_{N_c-1k}^T]^T = H_{n_t+L,L}(\mathbf{y}) \alpha$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \text{col}(\hat{u}_k) \\ \mathbf{0} \\ \text{col}(\tilde{y}_k) + \sigma \\ \mathbf{0} \\ \text{col}(\hat{u}_k) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

$$\|\sigma\|_2 \leq c_\sigma \epsilon$$

با کمک فرم توسعه یافته در (۳۱)، عملکرد قابل قبول کنترل کننده در حضور نویز اندازه‌گیری فراهم می‌شود. در شکل ۳، دیاگرام بلوکی روش پیشنهادی نشان داده شده است. در زیر، الگوریتم کنترل کننده پیشنهادی ارائه شده است.

#### الگوریتم کنترل کننده پیشنهادی برای سیستم‌های LPV

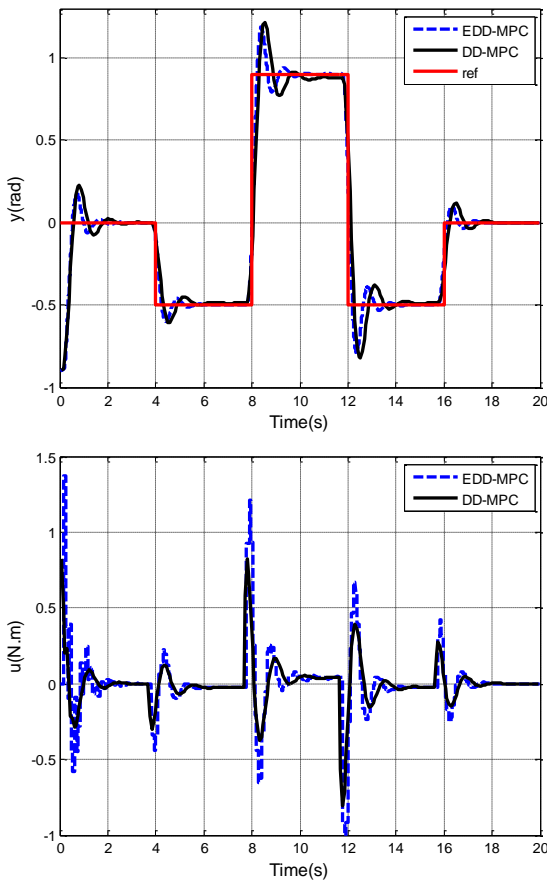
##### مراحل برون خط (offline):

گام ۱: نمونه‌برداری از سیستم به صورت برون خط (offline) به منظور تکمیل داده‌های کتابخانه‌ای برای محاسبه دینامیک داده‌محور.

##### مراحل برخط (online):

گام ۲: شروع فرآیند با مسیر بهینه‌سازی مطابق با فرض ۲ و نمونه‌برداری از آن.  
گام ۳: حل مساله بهینه‌سازی (۳۱) با اطلاعات گام ۱ و ۲ و ضرایب وزنی مناسب.

در مساله بهینه‌سازی (۳۱) مقادیر  $\lambda_p = 0.1$  و  $R = 0.005, Q = 0.01$  در مساله بهینه‌سازی (۳۱) مقادیر  $\lambda_p = 0.1$  و  $R = 0.005, Q = 0.01$  لحاظ شده است. همچنین، افق پیش‌بینی و کنترل در آن با یکدیگر برابر و مساوی با  $N_p = N_c = L = 5$  است. نتایج به‌دست‌آمده از کنترل سیستم LPV در عدم حضور و حضور نویز اندازه‌گیری و با استفاده از روش پیشنهادی (EDD-MPC) و DD-MPC در [۲۹] در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، عملکرد هر دو کنترل‌کننده در حالت عدم حضور نویز اندازه‌گیری مناسب و کم و بیش مشابه یکدیگر است. اگرچه دامنه تغییرات سیگنال کنترلی در روش پیشنهادی مقداری بیشتر است. در مقابل، در شکل ۷ مشاهده می‌شود که کنترل‌کننده DD-MPC در [۲۹] اصلاً عملکرد قابل قبولی در حضور نویز اندازه‌گیری از خود نشان نمی‌دهد زیرا که طراحی آن بر مبنای در نظر گرفتن نویز اندازه‌گیری و مقاوم بودن در مقابل آن نبوده است؛ در حالی که روش پیشنهادی هنوز عملکرد خوبی از خود نشان می‌دهد که دومین نوآوری در مقاله است. طراحی کنترل‌کننده داده‌محور از روی داده‌های نویزی در این روش‌ها اهمیت زیادی دارد؛ چرا که به دلیل عدم دسترسی به مدل، فرآیند داده‌برداری از سیستم واقعی و نویزی خواهد بود. همچنین در شکل ۸، نویز اعمال‌شده به سیستم مورد آزمایش در مقایسه با سیگنال مرجع ردیابی ترسیم شده است.

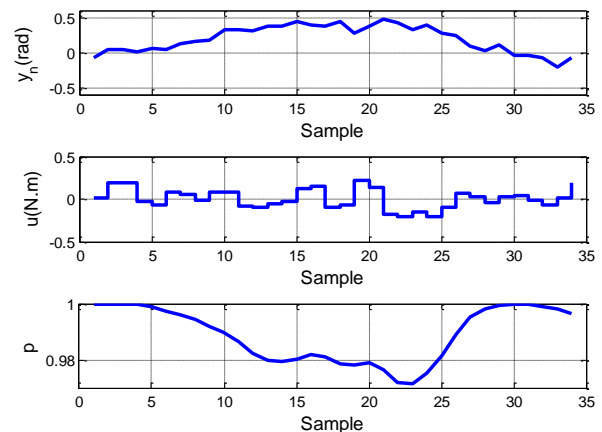


در آن  $y(t) \in \mathbb{R}$  زاویه محور موتور (مطابق با شکل ۴) و ورودی  $u(t) \in \mathbb{R}$  سیستم است. خروجی این سیستم، همان زاویه  $y$  در نظر گرفته شده و سایر پارامترها در جدول ۱ داده شده‌اند. متغیر زمان‌بندی در این مساله به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۹]:

$$p(t) = \text{sinc}(y(t)) = \frac{\sin(y(t))}{y(t)} \in \mathbb{P} \quad (33)$$

در این مثال هدف از شبیه‌سازی، ردیابی مسیر مرجع در حضور نویز اندازه‌گیری است. قدم اول برای طراحی کنترل‌کننده، نمونه‌برداری از سیستم قبل از اعمال کنترل‌کننده به صورت برون خط است. به همین منظور، با ایجاد یک رشته تحریک دائم برای ورودی سیستم به طول ۳۵ در بازه  $(-0.2, 0.2)$ ، مقادیر خروجی نویزی  $(y_n)$  و متغیر زمان‌بندی نیز برای ۳۵ نمونه مطابق با شکل ۵ به دست آمده است. این داده‌ها، در (۳۱) داخل قید مساله بهینه‌سازی قرار می‌گیرند و وظیفه تشکیل دینامیک داده‌محور برعهده آنهاست. عدد ۳۵ در واقع طول مسیر داده‌های کتابخانه‌ای سیستم است که در حقیقت عدد مناسبی است که تحریک دائم بودن داده‌ها را ضمانت می‌کند.

همان‌طور که اشاره شده، با استفاده از داده‌های کتابخانه‌ای حاصل از شکل ۵، تمام متغیرهای ماتریس هنکل در سمت چپ قید مساله بهینه‌سازی در (۳۱) تکمیل می‌شود. این ماتریس با در نظر گرفتن طول ۳۵ مسیر نمونه‌برداری  $(N_d = 35)$ ، طول ۲ برای مسیر بهینه‌سازی  $(n_l = 2)$  و طول ۵ برای مسیر پیش‌بینی  $(L = 5)$  به صورت زیر به دست آمده است:

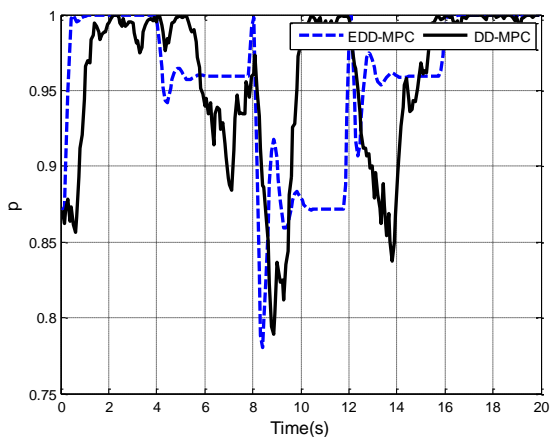


شکل ۵- داده‌های کتابخانه‌ای خروجی نویزی (شکل بالا)، ورودی (شکل وسط) و متغیر جدول‌بندی (شکل پایین) برای تشکیل دینامیک داده‌محور روش توسعه‌یافته

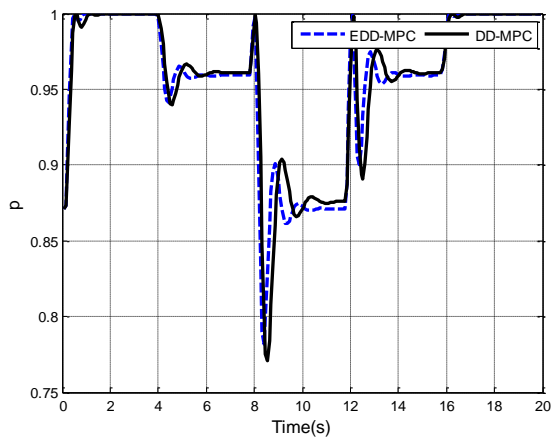
$$\begin{bmatrix} H_{n_t+L, n_t}(\mathbf{u}) \\ H_{n_t+L, n_t}(\mathbf{u}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_u} \mathcal{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{u}) \\ H_{n_t+L, n_t}(\mathbf{y}) \\ H_{n_t+L, n_t}(\mathbf{y}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_y} \mathcal{H}_{n_t+L, n_t}(\mathbf{y}) \\ H_{n_t+L, L}(\mathbf{u}) \\ H_{n_t+L, L}(\mathbf{u}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_u} H_{n_t+L, L}(\mathbf{u}) \\ H_{n_t+L, L}(\mathbf{y}^p) - \hat{\mathcal{P}}_k^{n_y} H_{n_t+L, L}(\mathbf{y}) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{23 \times 28} \quad (34)$$

که در آن ۳۵ داده ورودی-خروجی موجود در شکل ۵ به همراه متغیر زمان‌بندی داخل آن قرار گرفته است. ۳۵ داده متمایز وارد شده در این ماتریس، ضمانت می‌کند که ۲۳ سطر داخل آن متفاوت بوده و بر اساس تعریف ۱، ماتریس (۳۴) درجه کامل است. از این رو می‌توان تحریک دائم بودن آن را تایید کرد. به همین دلیل، دینامیک داده‌محور حاصل از این فرآیند اطلاعات کامل و درست سیستم LPV را در بر خواهد داشت.





شکل ۷- پاسخ سیستم (بالا)، سیگنال کنترلی (وسط) و متغیر زمانبندی (پایین) با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله (EDD-MPC) و روش DD-MPC در [۲۹] هنگام حضور نویز اندازه‌گیری



شکل ۶- پاسخ سیستم (بالا)، سیگنال کنترلی (وسط) و متغیر زمانبندی (پایین) با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله (EDD-MPC) و روش DD-MPC در [۲۹] بدون حضور نویز اندازه‌گیری

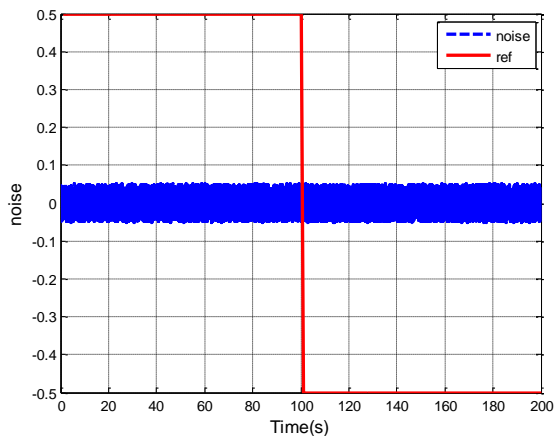
مراجع

[1] Z. S. Hou and Z. Wang, "From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective," *Information Sciences*, vol. 235, no. 1, pp. 3-35, 2013.

[2] J. B. Rawlings, D. Q. Mayne and M. Diehl, *Model Predictive Control: Theory, Computation, and Design*, first ed., Nob Hill Publishing Madison, California, 2017.

[3] L. Ljung, *System Identification: Theory for Users*, first ed., Prentice-Hall, New Jersey, 1987.

[4] T. Duriez, S. L. Brunton, and B. R. Noack, *Machine Learning Control-taming Nonlinear Dynamics and Turbulence*, Springer, Cham, Switzerland, 2017.



شکل ۸- اندازه نویز اندازه‌گیری در قیاس با دامنه سیگنال مرجع

[5] Z. Hou, R. Chi and H. Gao, "An overview of dynamic-linearization-based data-driven control and applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, no. 5, pp. 4076-4090, 2016.

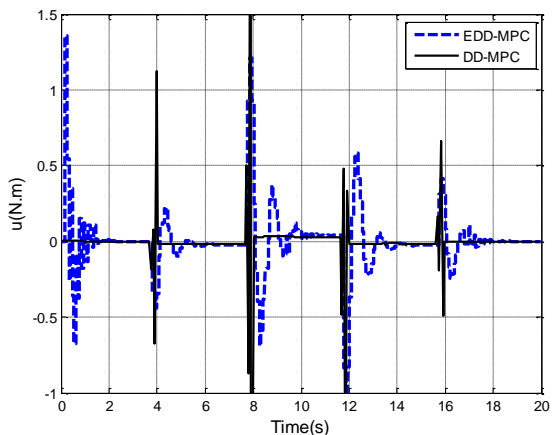
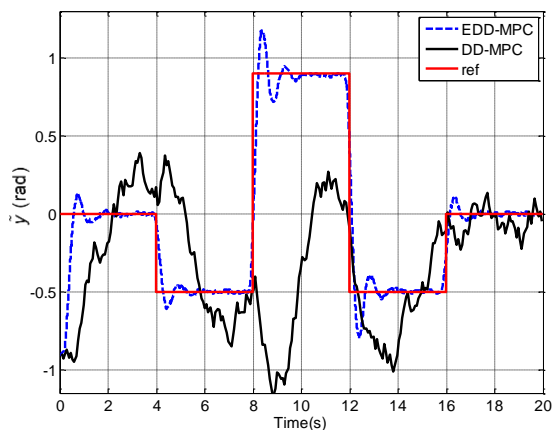
[6] J. C. Willems, P. Rapisarda, I. Markovsky and B. L. De Moor, "A note on persistency of excitation," *Systems & Control Letters*, vol. 54, no. 4, pp. 325-329, 2005.

[7] I. Markovsky, J. C. Willems, S. Van Huffel and B. De Moor, *Exact and Approximate Modeling of Linear Systems: A Behavioral Approach*, SIAM, Pennsylvania, USA, 2006.

[8] I. Markovsky and P. Rapisarda, "Data-driven simulation and control," *International Journal of Control*, vol. 81, no. 12, pp. 1946-1959, 2008.

۱۰- نتیجه‌گیری

در این مقاله، کنترل کننده پیش‌بین مدل داده‌محور برای سیستم‌های خطی پارامترمتغیر ارائه شد. با توجه به عدم موجود بودن ضمانت‌های پایداری و بازگشت‌پذیری کنترل کننده DD-MPC برای سیستم‌های LPV، این موارد به‌عنوان نوآوری اول این مقاله نشان داده شد. نوآوری دوم روش پیشنهادی، قابلیت مقابله آن با نویز اندازه‌گیری بود که در شبیه‌سازی کنترل موتور جریان مستقیم با معادله دینامیکی پارامترمتغیر، نشان داده شد. با توجه به امکان ارتقا قابلیت‌های کنترل کننده با افزودن قید به فرم نامی مساله بهینه‌سازی، پیشنهاد می‌شود برای افزودن اغتشاش به خروجی سیستم، فرم جدیدی از مساله بهینه‌سازی طراحی گردد. برای این امر می‌توان با رویکردهای مختلف طراحی روینگر برای اغتشاش، این قابلیت را به کنترل کننده افزود.



- Conference, St. Petersburg, Russia, 2020.
- [20] J. Berberich, C. W. Scherer and F. Allgöwer, "Combining prior knowledge and data for robust controller design," *arXiv preprint*, arXiv: 2009.05253, 2020.
- [21] K. Y. Chee, T. Z. Jiahao and M. A. Hsieh, "KNODE-MPC: A knowledge-based data-driven predictive control framework for aerial robots," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 7, no. 2, pp. 2819-2826, 2022.
- [22] M. R. Pappu, N. Mohajer and S. Nahavandi, "Human-tailored data-driven control system of autonomous vehicles," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 71, no. 3, pp. 2485-2500, 2022.
- [23] P. Schmitz, T. Faulwasser and K. Worthmann, "Willems' fundamental lemma for linear descriptor systems and its use for data-driven output-feedback MPC," *IEEE Control Systems Letters*, vol. 6, no. 1, pp. 1-8, 2022.
- [24] J. Mohammadpour and C. W. Scherer, *Control of Linear Parameter Varying Systems with Applications*, first ed., Springer Science & Business Media, London, 2012.
- [25] R. Tóth, J. C. Willems, P. S. C. Heuberger and P. M. J. Van den Hof, "The behavioral approach to linear parameter-varying systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, no. 11, pp. 2499-2514, 2011.
- [26] R. Tóth, *Modeling and identification of linear parameter-varying systems*, first ed., Springer Verlag, Berlin, 2010.
- [27] C. Verhoek, R. Tóth, S. Haesaert and A. Koch, "Fundamental lemma for data-driven analysis of linear parameter-varying systems," *60th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Austin Texas, USA, 2021.
- [28] P. B. Cox, R. Tóth, "Linear parameter-varying subspace identification: A unified framework," *Automatica*, vol. 123, no. 1, pp. 1-14, 2021.
- [29] C. Verhoek, H. S. Abbas, R. Tóth and S. Haesaert, "Data-driven predictive control for linear parameter-varying systems," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 54, no. 8, pp. 101-108, 2021.
- [30] C. Cai and A. R. Teel, "Input-output-to-state stability for discrete-time systems," *Automatica*, vol. 44, no. 2, pp. 326-336, 2008.
- [9] J. L. Proctor, S. L. Brunton and J. N. Kutz, "Dynamic mode decomposition with control," *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, vol. 15, no. 1, pp. 142-161, 2016.
- [10] S. Peitz, S. E. Otto and C. W. Rowley, "Data-driven model predictive control using interpolated Koopman generators," *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*, vol. 19, no. 3, pp. 2162-2193, 2020.
- [11] S. L. Brunton and J. N. Kutz, *Data-Driven Science and Engineering: Machine Learning, Dynamical Systems, and Control*, Cambridge University Press, UK, 2019.
- [12] J. R. Salvador, D. M. de la Pena, T. Alamo and A. Bemporad, "Data-based predictive control via direct weight optimization," *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 51, no. 20, pp. 356-361, 2018.
- [13] J. Berberich, J. Köhler, M. A. Müller and F. Allgöwer, "Data-driven model predictive control with stability and robustness guarantees," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 66, no. 4, pp. 1702-1717, 2020.
- [14] J. Berberich, J. Köhler, M. A. Müller and F. Allgöwer, "Robust constraint satisfaction in data-driven MPC," *59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Jeju, South Korea, 2020.
- [15] A. Koch, J. Berberich, J. Köhler and F. Allgöwer, "Determining optimal input-output properties: A data-driven approach," *Automatica*, vol. 134, no. 7, pp. 109906, 2021.
- [16] J. Bongard, J. Berberich, J. Köhler and F. Allgöwer, "Robust stability analysis of a simple data-driven model predictive control approach," *arXiv preprint*, arXiv: 2103.00851, 2021.
- [17] J. Berberich, J. Köhler, M. A. Müller and F. Allgöwer, "On the design of terminal ingredients for data-driven MPC," *arXiv preprint*, arXiv: 2101.05573, 2021.
- [18] J. Berberich, J. Köhler, M. A. Müller and F. Allgöwer, "Data-driven tracking MPC for changing setpoints," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 2, pp. 6923-6930, 2020.
- [19] J. Berberich and F. Allgöwer, "A trajectory-based framework for data-driven system analysis and control," *European Control*