

# طراحی کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی مبتنی بر پسیویتی برای سیستم‌های فازی T-S با در نظر گرفتن اشباع محرک

سهیلا کشاورزی<sup>۱</sup>، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ مختار شاصادقی<sup>۲</sup>، دانشیار؛ طاهره بینازاده<sup>۳</sup>، دانشیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی شیراز - شیراز - ایران - so.keshavarzi@sutech.ac.ir

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی شیراز - شیراز - ایران - shasadeghi@sutech.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی شیراز - شیراز - ایران - binazade@sutech.ac.ir

**چکیده:** در این مقاله، یک کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی (FISMC) مبتنی بر معیار پسیویتی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی به همراه عدم قطعیت‌های سازگار و ناسازگار و اغتشاشات خارجی و با در نظر گرفتن قید اشباع محرک ارائه می‌شود. هدف کنترل آن است که با طراحی یک کنترل کننده مقاوم پایداری متغیرهای حالت را در حضور ناپیچینی‌ها تضمین کرده و با اعمال قید روی دامنه ورودی کنترلی محدودیت‌های عملی برآورده شوند. به منظور اعمال قید روی محرک از مدل فازی T-S برای نشان دادن رفتار غیرخطی تابع اشباع استفاده می‌گردد. قابلیت انتخاب مناسب مقدار ماکزیمم دامنه سیگنال ورودی از دیگر مزیت‌های روش پیشنهادی می‌باشد. شرایط پایداری با استفاده از تئوری لیاپانوف و با در نظر گرفتن معیار پسیویتی، استخراج شده و به صورت نامساوی‌های ماتریسی خطی بیان می‌گردد. در نهایت، نتایج شبیه‌سازی اثربخشی و برتری روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** سیستم‌های فازی تاکاگی - سوگنو، کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی فازی، عدم قطعیت‌های سازگار و ناسازگار، اشباع محرک، نامساوی ماتریسی خطی، پسیویتی.

## Dissipativity-based Fuzzy Integral Sliding Mode Control Design for T-S Fuzzy Systems with Actuator Saturation

S. Keshavarzi<sup>1</sup>, MSc Student; M. Shasadeghi<sup>2</sup>, Associate Professor; T. Binazadeh<sup>3</sup>, Associate Professor

1- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran, Email: so.keshavarzi@sutech.ac.ir

2- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran, Email: shasadeghi@sutech.ac.ir

3- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran, Email: binazadeh@sutech.ac.ir

**Abstract:** In this paper, a dissipativity-based fuzzy integral sliding mode control (FISMC) is proposed for a class of nonlinear systems with matched/unmatched uncertainties and external disturbance and with consideration actuator saturation. The control aim is to design a robust controller such that guarantees the stability of the state variables in the presence of uncertainties and applying the constraint on the control input amplitude, to overcome the practical limitation. To do this, Takagi-Sugeno fuzzy model is used to represent the nonlinear behavior of a saturated actuator. Ability to appropriate select the maximum control input amplitude is another advantage of the proposed idea. By using Lyapunov theory, stability conditions are derived with a strictly dissipative performance and expressed as linear matrix inequality (LMI) conditions. Finally, simulation results illustrates the effectiveness and priority of the proposed approach.

**Keywords:** T-S fuzzy system, fuzzy integral sliding mode control, matched/unmatched uncertainty, actuator saturation, linear matrix inequality (LMI), dissipativity.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۷/۰۷/۲۸

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۱۲/۲۵ و ۱۳۹۸/۰۴/۱۹

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۸/۰۷/۱۰

نام نویسنده مسئول: مختار شاصادقی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - شیراز - بلوار مدرس - دانشگاه صنعتی شیراز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر.

## ۱- مقدمه

در دهه‌های اخیر، استفاده از مدل فازی تاکاگی - سوگنو (T-S) در مدل سازی و کنترل سیستم‌های غیرخطی بسیار مورد توجه قرار گرفته است [۱-۳]. سیستم‌های فازی T-S به‌عنوان یکی از مهم‌ترین روش‌های سیستماتیک توصیف سیستم‌های غیرخطی شناخته شده‌اند. از این رو، روش‌های کنترل فازی برای تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل غیرخطی مؤثر و کارآمد هستند [۱]. مدل فازی به‌صورت مجموعه‌ای از قوانین IF-Then نوشته می‌شود که برای هر قانون فازی یک مدل محلی، متناسب با دینامیک محلی سیستم غیرخطی در نظر گرفته می‌شود و سیستم غیرخطی، معادل میانگین وزنی این زیر سیستم‌های خطی در یک ساختار محدب هست که تضمین می‌شود مدل به‌دست‌آمده دقیقاً معادل با سیستم غیرخطی رفتار می‌کند [۱،۲]. به این ترتیب با استفاده از تکنیک‌های طراحی کنترل خطی، می‌توان کنترل کننده مطلوبی را با ساختار محدب برای سیستم غیرخطی به دست آورد.

از سوی دیگر، کنترل مدلزغشی<sup>۱</sup> توسط ایمیلیانو و همکارانش به‌عنوان یک رویکرد کنترل مقاوم ارائه گردید. کنترل مدلزغشی یک کنترل ساختار متغیر<sup>۲</sup> است که سیگنال کنترلی در هر قسمت از فضای حالت رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهد و در شرایط مختلف بین قوانین کنترلی مختلف سوییچ می‌کند [۴]. مهم‌ترین مزیت کنترل کننده مدلزغشی، پاسخ سریع و مقاوم بودن در مقابله با اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های مدل سیستم است [۵،۶].

در طراحی کنترل کننده مدلزغشی، سطح لغزشی بر اساس متغیرهای حالت سیستم در نظر گرفته به طوری که با حرکت بر روی این سطح اهداف کنترلی سیستم تضمین شود. به‌طور کلی رفتار مسیره‌های حالت در کنترل مدلزغشی شامل دو فاز است: فاز رسیدن، که در آن مسیره‌های حالت در مدت زمان محدودی به سطح لغزش خواهند رسید و فاز لغزش، که در آن مسیره‌های حالت بر روی سطح لغزش باقی مانده و به سمت نقطه تعادل حرکت می‌کنند [۵]. به‌طور کلی این قانون کنترلی همگرایی زمان محدود حالت‌های سیستم برای رسیدن به سطح لغزش و همگرایی مجانبی متغیرهای حالت به سمت نقطه تعادل را بعد از رسیدن به سطح لغزش تضمین می‌کند [۴-۶]. یکی دیگر از مزیت‌های کنترل مدلزغشی خاصیت تغییرناپذیری در حضور عدم قطعیت و اغتشاشات خارجی می‌باشد که تحت شرایط خاص بسیار قوی‌تر از خاصیت مقاوم بودن است [۷،۸]. اما این خاصیت تغییرناپذیری تنها نسبت به عدم قطعیت‌های سازگار و در فاز لغزش می‌باشد و تغییرناپذیری سیستم را نسبت به عدم قطعیت‌های سازگار در فاز رسیدن تضمین نمی‌کند [۵،۹].

در سال‌های اخیر استفاده از کنترل کننده مدلزغشی انتگرالی بسیار مورد توجه قرار گرفته است که در آن محدودیت‌های مربوط به فاز دستیابی حذف می‌گردد. برتری این کنترل کننده نسبت به کنترل کننده مدلزغشی این است که از همان ابتدا، پاسخ سیستم بر روی سطح

لغزش قرار داشته لذا پاسخ قابل اطمینانی حتی با وجود عدم قطعیت‌های سازگار و ناسازگار<sup>۳</sup> کران دار و اغتشاشات سیستم در دسترس خواهد بود [۱۲،۱۳].

از رویکردهای موجود در طراحی کنترل کننده مدلزغشی استفاده از مدل فازی تاکاگی - سوگنو سیستم غیرخطی است تا بتوان با در نظر گرفتن عدم قطعیت‌های مدل و اغتشاشات با دامنه محدود، کنترل کننده مقاومی را برای سیستم‌های غیرخطی پیچیده طراحی کرد [۱۰-۱۵]. در [۱۰]، به طراحی یک کنترل کننده مدلزغشی فازی تطبیقی بر اساس رویکرد مقاوم پرداخته شده که با در نظر گرفتن هر دو اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های سازگار و ناسازگار، کنترل کننده مدلزغشی انتگرالی طراحی می‌شود. در [۱۱] کنترل کننده مدلزغشی برای سیستم‌های فازی همراه با اغتشاش و نویز در سیستم طراحی گردیده است که به منظور افزایش کارایی سیستم دو قید پسیویتی<sup>۴</sup> و واریانس نویز نیز در نظر گرفته شده است. در این مراجع به منظور طراحی کنترل کننده مدلزغشی، ماتریس‌های ورودی برای همه قوانین یک سان در نظر گرفته شده در صورتی که در بسیاری از سیستم‌های غیرخطی، مانند پاندول معکوس ماتریس‌های ورودی متفاوت است. به منظور رفع این مشکل، روش‌های گوناگونی ارائه شده است [۱۵-۱۲]. در [۱۲]، مسئله طراحی کنترل کننده مدلزغشی انتگرالی فازی عمومی<sup>۵</sup> برای سیستم‌های غیرخطی چند ورودی - چند خروجی بررسی شده است که با تعریف مدلزغشی انتگرالی دینامیکی (DISMC) محدودیت مشترک بودن ماتریس ورودی در مراجع پیشین را برطرف می‌کند. برای رفع محدودیت یکسان بودن ماتریس‌های ورودی، در [۱۳]، برای یک سیستم فازی زمان-پیوسته، سطح لغزش انتگرالی فازی به‌گونه‌ای انتخاب شده که به جمع وزن دار همه ماتریس‌های ورودی نمایش فضای حالت سیستم بستگی دارد. این وزن‌ها همان مقادیر نرمالیزه شده درجات عضویت است. همچنین به منظور بهبود حالت گذرای سیستم از معیار پسیویتی در به دست آوردن بهره کنترلی استفاده شده است. در مراجع [۱۴،۱۵]، به منظور رفع محدودیت یکسان بودن ماتریس ورودی، سطح لغزش به صورت ترکیبی از متغیرهای حالت سیستم و سیگنال ورودی، به ترتیب بر روی سیستم‌های زمان-پیوسته و تصادفی مطالعه شده است.

از سوی دیگر، همه سیستم‌های فیزیکی به دلیل محدودیت‌های فیزیکی عملگرها، قیدی روی دامنه ورودی کنترلی خود دارند که عدم توجه به این قید ممکن است عملکرد سیستم را کاهش داده و یا موجب ناپایداری سیستم حلقه بسته پایدار شوند. محدودیت‌هایی مانند دامنه ولتاژ در عملگرهای الکتریکی و یا محدودیت‌های روی حجم جریان ورودی و نرخ تغییرات آن در عملگرهای هیدرولیکی از این جمله‌اند. لذا لازم است که در فرآیند طراحی کنترل کننده برای سیستم‌های عملی این محدودیت‌ها در نظر گرفته شوند [۱۶،۱۷].

سه رویکرد عمده در مواجهه با قید اشباع محرک هنگام طراحی کنترل کننده وجود دارد [۱۶]: در رویکرد اول اثر عملگر اشباع در

در این مقاله، به طراحی کنترل کننده مقید مدلفزشی انتگرالی فازی برای یک سیستم فازی T-S همراه با اغتشاش و عدم قطعیت‌های سازگار و ناسازگار پرداخته می‌شود. با تعریف مدل فازی T-S اشباع محرک، محدودیت دامنه سیگنال ورودی کنترل در روند طراحی وارد می‌شود. سپس، به منظور رفع محدودیت یکسان بودن ماتریس ورودی، سطح لغزش به گونه‌ای انتخاب می‌شود که به جمع وزن دار همه ماتریس‌های ورودی نمایش فضای حالت سیستم بستگی دارد. همچنین به منظور انتخاب مناسب ماکزیم دامنه سیگنال ورودی کنترل، مقدار ماکزیم دامنه سیگنال ورودی کنترل به عنوان متغیر بهینه‌سازی تعریف شده و با استفاده از حل مسئله بهینه سازی به دست می‌آید. با انتخاب ماکزیم دامنه سیگنال ورودی در این مقدار یا بیشتر از آن، می‌توان پایداری را با وجود عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات موجود تضمین کرد. همچنین به منظور بهبود حالت گذرای سیستم، معیار پسیویتی در نظر گرفته می‌شود. سپس با استفاده از تابع لیاپانوف مربعی و معیار پسیویتی شرایط پایداری و بهره‌های سیستم با حل یک مسئله بهینه‌سازی محدب به دست خواهند آمد.

این مقاله بر این اساس سازماندهی شده است: در بخش دوم فرمول‌بندی سیستم در حضور قید اشباع محرک ارائه می‌گردد. در بخش سوم به طراحی سطح لغزش و تحلیل پایداری دینامیک لغزش پرداخته می‌شود. جزئیات طراحی قانون کنترلی انتگرالی فازی در بخش چهارم مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج شبیه‌سازی برای نشان دادن برتری و مزایای روش پیشنهادی در بخش پنجم ارائه شده است. در نهایت در بخش ششم نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

## ۲- فرمول بندی مسئله

سیستم فازی با مجموعه قوانین IF-THEN به صورت زیر در نظر بگیرید:

**Plant Rule  $j$  :** IF  $x_1(t)$  is  $M_1^j$  and... and  $x_g(t)$  is  $M_g^j$

**THEN**

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_j + \Delta A_j)x(t) + B_j(\text{sat}(u(t)) \\ \quad + B_j f_m(x, t) + B_{wj}w(t) \\ y(t) = C_j x(t) + D_{wj}w(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$, j = 1, \dots, p$$

که در آن  $x(t) = [x_1(t) \dots x_n(t)] \in \mathbb{R}^n$  بردار حالت سیستم،  $u \in \mathbb{R}^m$  ورودی کنترلی،  $w(t) \in \mathbb{R}^q$  اغتشاش متعلق به فضای  $\mathcal{L}_2[0, \infty)$ ،  $f_m(x(t), t) \in \mathbb{R}^d$  خروجی سیستم و  $f_m(x(t), t)$  عدم قطعیت سازگار بوده که در راستای سیگنال ورودی و به صورت ضربی از  $B_j$  ها در هر قانون کنترلی در نظر گرفته شده‌اند.  $\Delta A_j$  نیز عدم قطعیت‌های ناسازگار در هر قانون فازی را نشان می‌دهند. کران این عدم قطعیت‌ها به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\|f_m(x(t))\| \leq \kappa \|x(t)\| \quad (2)$$

$$\|\Delta A_j\| \leq \sigma_j \quad (3)$$

فرایند طراحی کنترل کننده در نظر گرفته می‌شود و بهره‌های کنترل کننده تحت این شرایط به دست خواهند آمد. رویکرد دوم بر اساس MPC<sup>۱</sup> است که با حل یک مسئله بهینه سازی در هر لحظه و با در نظر گرفتن قید اشباع در شرایط حال و آینده در طول یک افق پیش‌بین، انجام می‌شود. در رویکرد سوم ابتدا کنترل کننده نامی برای سیستم طراحی شده و سپس کنترل کننده نامی را از یک تابع اشباع عبور می‌دهند. در [۱۶]، با به دست آوردن یک مدل فازی تاکاگی - سوگنو برای تابع اشباع، کنترل کننده فیدبک حالت برای سیستم خطی در نظر گرفته شده و شرط پایداری سیستم و بهره‌های کنترل کننده با استفاده از تابع لیاپانوف مربعی و به صورت نامساوی‌های ماتریسی خطی<sup>۲</sup> به دست آورده شده‌اند که در این روش قید اشباع در مراحل طراحی در نظر گرفته شده و روی بهره‌های سیستم تأثیر می‌گذارد. در [۱۷]، این مدل تابع اشباع محرک برای یک سیستم فازی همراه با عدم قطعیت در نظر گرفته شده است. در مرجع [۱۸] مسئله کنترل فیدبک حالت ورودی و خروجی برای سیستم‌های فازی T-S و با در نظر گرفتن مدل فازی تابع اشباع بررسی شده است.

در مراجع [۱۹-۲۱]، از یک مدل چندوجهی<sup>۳</sup> برای نشان دادن تابع اشباع استفاده شده است. در این روش بزرگ‌ترین ناحیه جذب سیستم نیز به دست می‌آید.

در [۲۲]، با در نظر گرفتن حد بالا و پایین دامنه ورودی کنترلی و شرایط اولیه سیستم، کنترل کننده فیدبک حالت بهینه را طراحی کرده و شرط کافی برای تعیین بهره‌های کنترل کننده را به صورت نامساوی ماتریسی خطی به دست آورده است. این روش چون مرتبط با کنترل بهره کم<sup>۴</sup> می‌باشد و تحت شرایط اولیه محدود به دست می‌آید، موجب کاهش کارایی سیستم می‌گردد. در [۲۳]، تابع اشباع را به صورت حاصل ضرب یک تابع چند ضابطه‌ای در سیگنال ورودی برای سیستم‌های زمان-گسسته بازنویسی کرده و کنترل کننده مدلفزشی بر اساس فیدبک خروجی برای سیستم فازی طراحی گردیده است. در [۲۴]، به طراحی یک کنترل کننده سطح دینامیکی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی در حضور اغتشاش خارجی نامعین و قید عملگر اشباع پرداخته شده است که به منظور نشان دادن رفتار غیرخطی تابع اشباع از تابع غیرخطی هموار  $\tanh$  استفاده شده است.

با توجه به مطالب ذکر شده، مسئله طراحی کنترل کننده مدلفزشی مبتنی بر مدل تاکاگی - سوگنو به دلیل وجود مزیت‌های ویژه کنترل کننده مدلفزشی و مدل‌سازی فازی در طراحی سیستم‌های کنترل غیرخطی پیچیده و دارای عدم قطعیت و اغتشاش، بسیار مورد توجه قرار گرفته است. از طرفی به علت محدودیت‌های مربوط به پیاده‌سازی، مسئله قید روی دامنه محرک مطرح می‌گردد. با این حال بررسی قیود سیگنال کنترل با رویکرد طراحی کنترل مدلفزشی انتگرالی فازی مورد توجه قرار نگرفته که این مسئله انگیزه‌ای برای پژوهش در این زمینه گردیده است.

بردار می‌باشند. توابع عضویت تابع اشباع نیز به صورت زیر برای هر ورودی به دست می‌آید [۱۶]:

$$\begin{cases} \mu_1(u_v(t)) = \frac{1 - \text{sign}(u_v(t) - u_{\min}^v)}{2} \\ \mu_2(u_v(t)) = \frac{\text{sign}(u_v(t) - u_{\min}^v) - \text{sign}(u_v(t) - u_{\max}^v)}{2} \\ \mu_3(u_v(t)) = \frac{1 + \text{sign}(u_v(t) - u_{\max}^v)}{2} \end{cases} \quad (11)$$

که در آن  $0 \leq \mu_i(x(t)) \leq 1$  و  $\sum_{i=1}^3 \mu_i(x(t)) = 1$  می‌باشد.

حال با در نظر گرفتن رابطه (۶) برای تابع اشباع، معادلات حالت سیستم غیرخطی T-S به همراه قید اشباع محرک به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) \{ (A_j + \Delta A_j)x(t) + B_j f_m(x(t), t) + B_{wj}w(t) \} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^p \mu_i(t) w_j(x(t)) B_j (\Lambda_i u(t) + \Gamma_i) \\ = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^p \mu_i(t) w_j(x(t)) \{ (A_j + \Delta A_j)x(t) + B_j f_m(x(t), t) + B_j (\Lambda_i u(t) + \Gamma_i) + B_{wj}w(t) \} \\ y(t) = \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) \{ C_j x(t) + D_{wj}w(t) \}, \quad j=1, \dots, p \end{cases} \quad (12)$$

می‌توان معادلات حالت سیستم (۱۲) را در دو حالت مختلف که سیگنال کنترلی در ناحیه اشباع قرار گرفته و یا سیگنال کنترلی در ناحیه خطی قرار داشته باشد، به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\sum_{i=1}^3 \mu_i(t) \Gamma_i = \mathbf{0} \rightarrow \dot{x}(t) = \sum_{j=1}^p w_j(t) \{ (A_j + \Delta A_j)x(t) + B_j(u(t) + f_m(x(t), t)) + B_{wj}w(t) \} \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^3 \mu_i(t) \Gamma_i \neq \mathbf{0} \rightarrow \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^p \mu_i(t) w_j(t) \{ (A_j + \Delta A_j)x(t) + B_j(\Gamma_i + f_m(x(t), t)) + B_{wj}w(t) \} \quad (14)$$

درواقع می‌توان گفت در صورتی که دامنه سیگنال ورودی به حالت اشباع نرفته باشد قانون کنترلی همان قانون کنترل مدلغزشی انتگرالی می‌باشد و در صورتی که وارد ناحیه اشباع شود و یا به عبارتی  $\sum_{i=1}^3 \mu_i(t) \Gamma_i \neq \mathbf{0}$  باشد، بایستی پایداری سیستم به ازای سطح اشباع بالا و پایین قانون کنترلی تضمین شود.

لم‌های زیر در روند طراحی روش پیشنهادی استفاده می‌گردد:

لم ۱: اگر  $X$  و  $Y$  ماتریس‌هایی با ابعاد مناسب باشند آنگاه برای هر اسکالر  $\varepsilon > 0$  و ماتریس  $F$  با شرط  $F^T F \leq I$ ، نامساوی زیر برقرار است [۱۳]:

$$XFY + (XFY)^T \leq \varepsilon^{-1} X^T X + \varepsilon Y^T Y \quad (15)$$

که  $\kappa > 0$  و  $\sigma_j > 0$  مقادیر اسکالر معلوم می‌باشند.  $M_a^j$  مجموعه فازی قانون  $j$  ام متناظر با متغیر تصمیم‌گیری  $x_a(t)$  به ازای  $\alpha = 1, \dots, g$  و  $p$  تعداد قوانین فازی سیستم می‌باشد.  $A_j, B_j, B_{wj}, C_j$  و  $D_{wj}$  ماتریس‌های سیستم با ابعاد مناسب بوده و تابع  $\text{sat}(u(t))$  در نظر گرفته شده در هر قانون موجب محدود کردن دامنه سیگنال ورودی می‌گردد. با استفاده از قوانین استنتاج و ترکیب فازی معادلات حالت سیستم به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) \{ (A_j + \Delta A_j)x(t) + B_j(\text{sat}(u(t)) + f_m(x(t), t)) + B_{wj}w(t) \} \\ y(t) = \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) \{ C_j x(t) + D_{wj}w(t) \}, \quad j=1, \dots, p \end{cases} \quad (4)$$

که پارامترهای آن به صورت زیر می‌باشد:

$$w_j(x(t)) = \frac{\mu_{M_1^j}(x_1(t)) \times \dots \times \mu_{M_g^j}(x_g(t))}{\sum_{k=1}^p \mu_{M_1^k}(x_1(t)) \times \dots \times \mu_{M_g^k}(x_g(t))}, \quad j=1, \dots, p \quad (5)$$

$$\sum_{j=1}^p w_j(x(t)) = 1 \quad 0 \leq w_j(x(t)) \leq 1. \quad (6)$$

بردار ورودی به صورت  $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \dots \ u_m(t)]$  تعریف می‌گردد. لذا  $\text{sat}(u(t))$  به صورت زیر به ازای تمام ورودی‌ها نشان داده می‌شود:

$$\text{sat}(u(t)) = [\text{sat}(u_1(t)) \ \text{sat}(u_2(t)) \ \dots \ \text{sat}(u_m(t))] \quad (7)$$

مقدار ماکزیمم ورودی‌های کنترل را به صورت  $|u_v| < u_{\max}^v$  ( $v = 1, 2, \dots, m$ ) در نظر بگیرد به طوری که  $|u_v| < u_{\max}^v$  باشد. مطابق با مرجع [۱۶] تابع غیرخطی اشباع محرک متقارن یا نامتقارن را به صورت زیر می‌توان نشان داد:

$$\text{sat}(u(t)) = \sum_{i=1}^3 \mu_i(t) (\Lambda_i u(t) + \Gamma_i) \quad (8)$$

که در آن ماتریس‌های  $\Lambda_i \in \mathbb{R}^{m \times m}$  و بردارهای  $\Gamma_i \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \mu_i(t) = \prod_{v=1}^m \mu_{\sigma_i^v}^v(u_v(t)) \\ \Lambda_i = \text{diag}(\lambda_{\sigma_i^1}^1, \dots, \lambda_{\sigma_i^m}^m) \\ \Gamma_i = \text{vect}(\gamma_{\sigma_i^v}^v) \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \lambda_1^v = 0 & \gamma_1^v = u_{\min}^v \\ \lambda_2^v = 1 & \gamma_2^v = 0 \\ \lambda_3^v = 0 & \gamma_3^v = u_{\max}^v \end{cases}, \quad (10)$$

که در آن اندیس  $\sigma_i^v$  ( $i=1, \dots, 3, v=1, \dots, m$ ) برابر با ۱، ۲ یا ۳ می‌باشد و اندیس  $i$  تعداد زیر مدل‌ها و  $v$  نشان‌دهنده ورودی است. نمادهای  $\text{vect}(\cdot)$  و  $\text{diag}(\cdot)$  به ترتیب نشان‌دهنده ماتریس قطری و

$$u_o(t) = \sum_{j=1}^p w_j(x(t))K_j x(t) \quad (21)$$

مطابق [۸]، سطح لغزش انتگرالی فازی وابسته به ماتریس‌های ورودی را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$s(t) = \int_{x(0)}^{x(t)} G(x) dx - \int_0^t G(x(t)) \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) [A_j x(t) + B_j u_o(t)] dt \quad (22)$$

در رابطه فوق مشاهده می شود که  $s(0) = 0$  می باشد که این به آن معناست که با شروع از هر شرط اولیه  $x(0)$ ، حالت‌های سیستم بر روی سطح لغزش قرار داشته و به این ترتیب فاز دستیابی حذف می گردد. در رابطه فوق،  $G(x) = \mathfrak{N}(x)\mathfrak{B}^T(x)$ ، ماتریس طراحی و  $\mathfrak{N}(x) \in \mathbb{R}^{m \times m}$  یک ماتریس با رتبه کامل و  $\mathfrak{B}(x) = \sum_{j=1}^p w_j(x(t))B_j$  می باشد. با انتخاب تابع  $G(x)$  به صورت فوق محدودیت یکسان بودن ماتریس ورودی در طراحی کنترل کننده مد لغزشی فازی حذف می شود و مطابق با لم ۳ تنها کافی است که نشان داده شود  $span(B_j^+)$  کاملاً انتگرال پذیر است [۱۳].

مشتق سطح لغزش به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= G(x)\dot{x}(t) - G(x) \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) [A_j x(t) + B_j u_o(t)] \\ &= G(x) \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) \{ (A_j + \Delta A_j)x(t) + B_j(u(t)) \\ &\quad + B_j f_m(x(t), t) + B_{w_j} w(t) \} \\ &\quad - G(x) \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) [A_j x(t) + B_j u_o(t)] \end{aligned} \quad (23)$$

حال با استفاده از رابطه  $\dot{s}(t) = 0$  کنترل کننده هم ارز<sup>۱۵</sup> در طول لغزش به صورت زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} u_{n_{eq}}(t) &= -(G(x)\mathfrak{B}(x))^{-1} G(x) \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) \\ &\quad \times [\Delta A_j x(t) + B_j f_m(x(t), t) + B_{w_j} w(t)] \\ &\quad + \sum_{i=1}^p h_i(x(t)) K_i x(t) \end{aligned} \quad (24)$$

با قرار دادن مقدار سیگنال  $u_{n_{eq}}(t)$  در معادلات سیستم (۱۳)، دینامیک مد لغزشی انتگرالی برای حالتی که سیگنال کنترلی وارد ناحیه اشباع نشده باشد به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^p w_j(x(t)) w_i(x(t)) \{ (A_j + B_j K_i)x(t) \\ &\quad + \bar{G}(x) \Delta A_j x(t) + \bar{G}(x) B_{w_j} w(t) \} \end{aligned} \quad (25)$$

که در آن:

$$\bar{G}(x) = I - \mathfrak{B}(x)(G(x)\mathfrak{B}(x))^{-1} G(x) \quad (26)$$

لم ۲: اگر  $X$  و  $Y$  ماتریس‌هایی با ابعاد مناسب و  $G$  ماتریس معین مثبت باشد آنگاه نامساوی زیر برقرار است [۱۷]:

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T G X + Y^T G^{-1} Y \quad (16)$$

لم ۳: برای هر ماتریس وابسته به حالت  $\Omega(x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  با رتبه کامل اگر  $\Omega(x) = span\{\Omega_i^+(x)\}$  و  $i = 1, \dots, n-m$  کامل انتگرال پذیر<sup>۱۲</sup> باشد یا به عبارت دیگر رابطه زیر برقرار باشد [۱۳]:

$$\begin{aligned} [\Omega_i^+(x), \Omega_j^+(x)] &= \frac{\partial \Omega_j^+(x)}{\partial x} \Omega_i^+(x) \\ &\quad - \frac{\partial \Omega_i^+(x)}{\partial x} \Omega_j^+(x) \in \mathcal{D}(x) \\ \forall i, j &= 1, \dots, n-m \end{aligned} \quad (17)$$

که در آن  $\Omega^+$ ، نشان دهنده ماتریس با ستون‌های ناوابسته اسپن شده روی فضای پوچی ماتریس  $\Omega(x) \in \mathbb{R}^{n \times m}$  و  $\Omega_i^+$ ،  $i$ -امین ستون ماتریس  $\Omega^+$  و  $[\cdot, \cdot]$  نشان دهنده براکت لی<sup>۱۳</sup> بین دو میدان برداری می باشد. آنگاه یک بردار وابسته به حالت  $q(x) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  وجود دارد به طوری که رابطه زیر برای هر ماتریس  $\mathfrak{N}(x) \in \mathbb{R}^{m \times m}$  با رتبه کامل برقرار است:

$$\frac{\partial q(x)}{\partial x} = G(x) = \mathfrak{N}(x)\Omega^T(x) \quad (18)$$

### ۳- سطح لغزش و تحلیل پایداری دینامیک لغزش

در طراحی کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی، کنترل کننده شامل دو بخش کنترل کننده نامی و بخش غیرخطی می باشد. در فرایند طراحی فرض بر آن است که کنترل کننده نامی برای پایداری سیستم نامی کنترل پذیر طراحی شده است. با اضافه نمودن یک ترم کنترلی غیرخطی دیگر در حضور عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات، موجب می گردد عملکرد مطلوبی در قانون کنترلی نهایی حاصل شود. در کنترل کننده مد لغزشی انتگرالی تفاوت پایداری متغیرهای حالت سیستم حلقه بسته نامی (رفتار مطلوب سیستم نامی) و پایداری متغیرهای حالت سیستم اصلی (سیستم تحت اغتشاش) در زمان محدود صفر می شود که این امر باعث می گردد که متغیرهای حالت سیستم تحت اغتشاش و عدم قطعیت پس از گذشت بازه زمانی کوتاهی رفتار مطلوب متغیرهای حالت نامی سیستم حلقه بسته را دنبال کنند [۲۵، ۲۶]. به این ترتیب کنترل کننده به صورت زیر تعریف می گردد:

$$u(t) = u_o(t) + u_n(t) \quad (19)$$

کنترل کننده نامی PDC<sup>۱۴</sup> فیدبک حالت مربوط به هر قانون به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \text{Control Rule } j: & \text{ IF } x_1(t) \text{ is } M_1^j \text{ and } \dots \text{ and } x_n(t) \text{ is } M_n^j \\ \text{ THEN } & u_o(t) = K_j x(t), \quad j = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (20)$$

در این صورت قانون کنترلی نامی به صورت زیر به دست می آید:

$$\bar{F}_{jl} = \begin{pmatrix} \bar{F}_{11} & \bar{F}_{12} & \bar{F}_{13} & \bar{F}_{14} & \sigma_j M & \sigma_j M & 0 & 0 \\ * & \bar{F}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{F}_{33} & D_{wj}^T Z & 0 & 0 & B_{wj}^T & B_{wj}^T \\ * & * & * & Z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\varepsilon_j I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_j I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_j I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_j I \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$\bar{F}_{11} = A_j M^T + M A_j^T + B_j \bar{K}_L + \bar{K}_L^T B_j^T + \varepsilon_{1j} I + \varepsilon_{3j} I$$

$$\bar{F}_{12} = P - M^T + \mu M A_j^T + \mu \bar{K}_L^T B_j^T$$

$$\bar{F}_{13} = -M C_j^T Y, \quad \bar{F}_{14} = -M C_j^T Z$$

$$\bar{F}_{22} = -\mu M^T - \mu M + \mu^2 \varepsilon_{2j} I + \mu^2 \varepsilon_{4j} I$$

$$\bar{F}_{33} = -(Y^T D_{wj} + D_{wj}^T Y + X - \gamma I)$$

$$\bar{E}_{ij} = \begin{pmatrix} \bar{E}_{11} & \bar{E}_{12} & \bar{E}_{13} & \bar{E}_{14} & 0 & 0 \\ * & \bar{E}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \bar{E}_{33} & 0 & B_{wj}^T & B_{wj}^T \\ * & * & * & Z & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\Sigma_{3j} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\Sigma_{4j} \end{pmatrix} \quad (34)$$

$$\bar{E}_{11} = A_j M^T + M A_j^T + \Sigma_{1j} + \Sigma_{3j} + \Sigma_{7i} + B_j \Sigma_{5j} B_j^T + \sigma_j^2 Q_{1j} + \sigma_j^2 Q_{2j} + \kappa^2 M (Q_{3j} + Q_{4j}) M^T$$

$$\bar{E}_{12} = P - M^T + \mu M A_j^T$$

$$\bar{E}_{13} = -M C_j^T Y, \quad \bar{E}_{14} = -M C_j^T Z$$

$$\bar{E}_{22} = -\mu M^T - \mu M + \mu^2 \Sigma_{2j} + \mu^2 \Sigma_{4j} + \mu^2 \Sigma_{8i} + \mu^2 B_j \Sigma_{6j} B_j^T$$

$$\bar{E}_{33} = -(Y^T D_{wj} + D_{wj}^T Y + X - \gamma I)$$

در این صورت بهره‌های کنترل کننده به صورت زیر به دست خواهند آمد:

$$K_i = \bar{K}_i M^{-T} \quad (35)$$

**اثبات:** تحلیل دینامیک کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی برای

سیستم غیرخطی T-S به همراه فید اشباع محرک در دو حالت انجام می‌گیرد:

**الف: دامنه سیگنال کنترلی وارد ناحیه اشباع نشود**

در این حالت ورودی کنترلی همان مقدار سیگنال کنترل کننده مدلغزشی انتگرالی فازی می‌باشد. به منظور اثبات پایداری دینامیک مدلغزشی، تابع لیاپانوف مربعی زیر را در نظر بگیرید:

$$V(t) = x^T(t) \bar{P} x(t) \quad (36)$$

که در آن  $\bar{P} = M^{-1} P M^{-T}$  و  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  می‌باشد. مشتق تابع لیاپانوف به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= x^T(t) \bar{P} \dot{x}(t) + \dot{x}^T(t) \bar{P} x(t) \\ &= \sum_{j=1}^p \sum_{l=1}^p w_j(x(t)) w_l(x(t)) [x^T(t) \bar{P} \dot{x}(t) + \dot{x}^T(t) \bar{P} x(t)] \end{aligned} \quad (37)$$

**تعریف ۱ [۱۳]:** سیستم فازی (۲۵)، برای هر  $t_p > 0$  اکیداً پسیو  $(Z, X, Y)$  با حد بالای  $\gamma > 0$  نامیده می‌شود اگر تحت شرایط اولیه صرف نامساوی زیر برقرار باشد:

$$\int_0^{t_p} \begin{bmatrix} y(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Z & Y \\ * & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t) \\ w(t) \end{bmatrix} dt \geq \gamma \int_0^{t_p} w^T(t) w(t) dt \quad (27)$$

که در آن  $X \in \mathbb{R}^{m \times m}$  و  $Y \in \mathbb{R}^{n \times m}$  و  $0 \geq Z \in \mathbb{R}^{n \times n}$  حقیقی و  $X$  و  $Z$  متقارن می‌باشند.

**قضیه ۱:** به‌ازای مقادیر  $\mu > 0$  و ماتریس‌های  $0 \geq Z \in \mathbb{R}^{n \times n}$  و  $Y \in \mathbb{R}^{n \times m}$  و  $X \in \mathbb{R}^{m \times m}$  به‌شرط متقارن بودن  $Z$  و  $X$ ، سیستم غیرخطی (۱۲) با قید  $0 < \alpha_v \leq u_{\max}^v$  و  $|u_v| < u_{\max}^v$  به‌ازای  $v = 1, \dots, m$  و انتخاب سطح لغزش (۲۲)، اکیداً پسیو  $(Z, X, Y)$  با حد بالای  $\gamma > 0$  و حالت‌های سیستم محدود یکنواخت<sup>۱۶</sup> بوده و به کره‌ای به شعاع  $\beta$  همگرا می‌شوند اگر ماتریس‌های  $\bar{P} = \bar{P}^T > 0$  و  $\bar{K}_l \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ،  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ،  $\Sigma_{kj} = \Sigma_{kj}^T > 0$ ، برای  $k = 1, \dots, 6$  و  $j = 1, 2, \dots, p$ ،  $Q_{kj} = Q_{kj}^T > 0$ ، برای  $k = 1, \dots, 4$  و  $j = 1, 2, \dots, p$ ،  $\Sigma_{ki} = \Sigma_{ki}^T > 0$ ، برای  $i = 1, 2, 3, 4$  و  $k = 7, 8$  و  $\varepsilon_{ij} > 0$  برای اسکالرهای  $i = 1, \dots, 3^m$  و  $k = 7, 8$  و  $j = 1, 2, \dots, p$  به‌نحوی وجود داشته باشد که مسئله بهینه‌سازی زیر برقرار باشد:

$$\max_{\beta} \min_{\alpha_v} \sum_{v=1}^m \alpha_v \quad (28)$$

به نحوی که نامساوی‌های ماتریسی خطی زیر برای  $i = 1, \dots, 3^m$ ،  $j, l = 1, \dots, p$  برقرار باشد:

$$\begin{cases} \bar{F}_{jj} < 0 \\ \bar{F}_{jl} + \bar{F}_{lj} < 0 \end{cases} \quad j < l \leq p \text{ st. } w_j \cap w_l \neq \emptyset \quad (29)$$

$$Q_{ij} = \begin{pmatrix} \bar{E}_{ij} & I \\ I & -\beta I \end{pmatrix} < 0 \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} -\beta & \bar{\Gamma}_i^T B_j^T & \bar{\Gamma}_i^T B_j^T \\ * & -\Sigma_{7i} & 0 \\ * & * & -\Sigma_{8i} \end{bmatrix} < 0 \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} -Q_{kj} & M \\ M^T & -\Sigma_{kj} \end{bmatrix} < 0 \quad (32)$$

که در آن ماتریس  $\bar{F}_{jl}$  و  $\bar{E}_{ij}$  به صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{V}(t) - y^T(t)Z y(t) - 2y^T(t)Yw(t) - w^T(t)(X - \gamma I)w(t) \leq \sum_{j=1}^p \sum_{l=1}^p w_j(x(t))w_l(x(t)) [\xi^T(t)F_{jl}\xi(t)] \quad (۴۶)$$

که در آن  $\xi(t) = [x^T(t) \quad \dot{x}^T(t) \quad w^T(t)]$  متغیرهای حالت جدید و  $F_{jl}$  برابر است با:

$$F_{jl} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ * & F_{22} & 0 \\ * & * & F_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_j^T \\ 0 \\ D_{wj}^T \end{bmatrix} Z \begin{bmatrix} C_j \\ 0 \\ D_{wj}^T \end{bmatrix} \quad (۴۷)$$

$$\begin{aligned} F_{11} &= \bar{M}A_j + A_j^T \bar{M}^T + \bar{M}B_j K_l + K_l^T B_j^T \bar{M}^T \\ &\quad + (\varepsilon_{1j} + \varepsilon_{3j}) \bar{M} \bar{M}^T + \varepsilon_{1j}^{-1} \sigma_j^2 I + \varepsilon_{2j}^{-1} \sigma_j^2 I \\ F_{12} &= \bar{P} - \bar{M} + \mu A_j^T \bar{M}^T + \mu K_l^T B_j^T \bar{M}^T \\ F_{13} &= -C_j^T Y \\ F_{22} &= -\mu \bar{M} - \mu \bar{M}^T + \mu^2 \varepsilon_{2j} \bar{M} \bar{M}^T + \mu^2 \varepsilon_{4j} \bar{M} \bar{M}^T \\ F_{33} &= \varepsilon_{3j}^{-1} B_{wj}^T B_{wj} + \varepsilon_{4j}^{-1} B_{wj}^T B_{wj} - (D_{wj}^T Y + Y^T D_{wj} + X - \gamma I) \end{aligned}$$

با استفاده از لم مکمل شور و ضرب طرفین ماتریس  $F_{jl}$ ، در ماتریس  $diag[M, M, I]^T$  و ترانهاده آن به ترتیب از چپ و راست، رابطه (۳۳) به دست می‌آید که در آن  $\bar{K}_l = K_l M^T$  می‌باشد. در نتیجه اثبات بخش (الف) کامل می‌شود.

### ب: دامنه سیگنال کنترلی وارد ناحیه اشباع شود

در این حالت بایستی سیستم حلقه بسته به‌ازای حد بالا و پایین در نظر گرفته شده برای تابع اشباع توسط قانون کنترلی پایدار گردد که در زیر شرایط پایداری با استفاده از نامساوی‌های ماتریسی خطی به‌دست می‌آید.

بر اساس فرمول نیوتن-لایبِنیز و سیستم (۱۴) معادله زیر برای تمام اسکالره‌های  $\mu > 0$  و ماتریس  $\bar{M} = M^{-1}$  برقرار است:

$$0 = 2 \sum_{i=1}^{3^m} \sum_{j=1}^p \mu_i(t) w_j(x(t)) [x^T(t) \bar{M} + \mu \dot{x}^T(t) \bar{M}] \times [-\dot{x}(t) + (A_j + \Delta A_j)x(t) + B_j \Gamma_i + B_j f_m(x(t), t) + B_{wj} w(t)] \quad (۴۸)$$

با توجه به لم ۲، ماتریس‌های  $\Sigma_{kj} = \Sigma_{kj}^T > 0$  برای  $k=1, \dots, 6$  و  $j=1, 2, \dots, p$  و  $\Sigma_{ki} = \Sigma_{ki}^T > 0$  برای  $i=1, \dots, 3^m$  و  $k=7, 8$  به‌نحوی وجود دارند که نامساوی‌های زیر برقرار باشند:

$$2x^T(t) \bar{M} \Delta A_j x(t) \leq x^T(t) \bar{M} \Sigma_{1j} \bar{M}^T x(t) + \sigma_j^2 x^T(t) q_{1j} x(t) \quad (۴۹)$$

$$2\mu \dot{x}^T(t) \bar{M} \Delta A_j x(t) \leq \mu^2 \dot{x}^T(t) \bar{M} \Sigma_{2j} \bar{M}^T \dot{x}(t) + \sigma_j^2 x^T(t) q_{2j} x(t) \quad (۵۰)$$

بر اساس فرمول نیوتن - لایبِنیز، معادله زیر برای تمام اسکالره‌های  $\mu > 0$  و ماتریس  $\bar{M} = M^{-1}$  برقرار است:

$$2 \sum_{j=1}^p \sum_{l=1}^p w_j(x(t)) w_l(x(t)) [x^T(t) \bar{M} + \mu \dot{x}^T(t) \bar{M}] \times [-\dot{x}(t) + (A_j + B_j K_l)x(t) + \bar{G}(x) \Delta A_j x(t) + \bar{G}(x) B_{wj} w(t)] = 0 \quad (۳۸)$$

از سوی دیگر، با جایگذاری رابطه  $G(x) = \mathfrak{N}(x) \mathfrak{B}^T(x)$  در رابطه (۲۶) تساوی زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \bar{G}(x) &= I - \mathfrak{B}(x) (\mathfrak{N}(x) \mathfrak{B}^T(x) \mathfrak{B}(x))^{-1} \mathfrak{N}(x) \mathfrak{B}^T(x) \\ &= I - \mathfrak{B}(x) (\mathfrak{B}^T(x) \mathfrak{B}(x))^{-1} \mathfrak{B}^T(x) \\ &= I - \mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x) = \bar{G}^T(x) \end{aligned} \quad (۳۹)$$

که در آن  $\mathfrak{B}^+(x)$  معکوس چپ ماتریس  $\mathfrak{B}(x)$  می‌باشد. از طرفی می‌توان نشان داد که ماتریس  $\bar{G}(x)$  یک ماتریس خودتوان<sup>۱۳</sup> است:

$$\begin{aligned} \bar{G}^T(x) \bar{G}(x) &= [I - \mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x)] [I - \mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x)] \\ &= I - \mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x) - \mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x) \\ &\quad + \mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x) \mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x) \\ &= I - \mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x) = \bar{G}(x) \end{aligned} \quad (۴۰)$$

به‌این ترتیب مقادیر ویژه ماتریس  $\bar{G}(x)$ ، صفر یا یک است. از آنجایی که رتبه ماتریس  $\mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x)$  کمتر از  $n$  است لذا رتبه ماتریس  $I - \mathfrak{B}(x) \mathfrak{B}^+(x)$  نمی‌تواند صفر باشد. این بدان معنی است که مقدار ویژه ماتریس  $\bar{G}(x)$  برابر با یک خواهد بود [۱۳]. یعنی:

$$\|\bar{G}(x)\| = 1 \quad (۴۱)$$

با توجه به لم ۱، اسکالره‌های مثبت  $\varepsilon_{ij}$  برای  $i=1, 2, \dots, 6$  و  $j=1, 2, \dots, p$  به‌نحوی وجود دارد که نامساوی‌های زیر برقرار است:

$$2x^T(t) \bar{M} \bar{G}(x) \Delta A_j x(t) \leq \varepsilon_{1j} x^T(t) \bar{M} \bar{M}^T x(t) + \varepsilon_{1j}^{-1} \sigma_j^2 x^T(t) x(t) \quad (۴۲)$$

$$2\mu \dot{x}^T(t) \bar{M} \bar{G}(x) \Delta A_j x(t) \leq \mu^2 \varepsilon_{2j} \dot{x}^T(t) \bar{M} \bar{M}^T \dot{x}(t) + \varepsilon_{2j}^{-1} \sigma_j^2 x^T(t) x(t) \quad (۴۳)$$

$$2x^T(t) \bar{M} \bar{G}(x) B_{wj} w(t) \leq \varepsilon_{3j} x^T(t) \bar{M} \bar{M}^T x(t) + \varepsilon_{3j}^{-1} w^T(t) B_{wj}^T B_{wj} w(t) \quad (۴۴)$$

$$2\mu \dot{x}^T(t) \bar{M} \bar{G}(x) B_{wj} w(t) \leq \mu^2 \varepsilon_{4j} \dot{x}^T(t) \bar{M} \bar{M}^T \dot{x}(t) + \varepsilon_{4j}^{-1} w^T(t) B_{wj}^T B_{wj} w(t) \quad (۴۵)$$

با جایگذاری رابطه (۳۸) و (۴۲-۴۵) در رابطه (۳۷) و با در نظر گرفتن معیار پسیویتی برای سیستم (۲۵) نامساوی زیر برقرار است:

نامساوی (۶۱) را با تعریف پارامترهای فوق می توان به فرم زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) - y^T(t)Z y(t) - 2y^T(t)Yw(t) - w^T(t)(X - \gamma I)w(t) \\ \leq \sum_{i=1}^{3^m} \sum_{j=1}^p \mu_i(t) w_j(x(t)) (-\varepsilon \|\xi(t)\|^2 + \delta) \end{aligned} \quad (۶۵)$$

برای اثبات معین منفی بودن سمت راست نامساوی فوق بایستی دو شرط زیر برای تمامی قوانین فازی برقرار باشد:

$$\begin{cases} E_{ij} < 0 \\ \text{and} \\ \|\xi(t)\|^2 > \frac{\delta}{\varepsilon} \end{cases} \quad (۶۶)$$

که این بدان معنا است که حالت های سیستم محدود یکنواخت بوده و با قرار گرفتن نرم حالت های سیستم در دیسکی به شعاع  $\sqrt{\frac{\delta}{\varepsilon}}$ ، سمت چپ نامساوی (۶۵) منفی می گردد. با استفاده از لم مکمل شور و ضرب ماتریس  $diag[M, M, I]^T$  و ترانهاده آن به ترتیب از چپ و راست در ماتریس  $E_{ij}$ ، رابطه (۳۴) به دست می آید. برای به دست آوردن مینیمم شعاع همگرایی حالت های سیستم فرض کنید که  $\delta$  دارای حد بالای  $\beta$  باشد. یعنی:

$$\Gamma_i^T B_j^T \Sigma_{7i}^{-1} B_j \Gamma_i + \Gamma_i^T B_j^T \Sigma_{8i}^{-1} B_j \Gamma_i < \beta \quad (۶۷)$$

از طرفی با در نظر گرفتن  $\alpha_v$  به عنوان کران پایین مقدار ماکزیمم دامنه سیگنال های ورودی، نامساوی زیر برقرار است:

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma}_i^T B_j^T \Sigma_{7i}^{-1} B_j \bar{\Gamma}_i + \bar{\Gamma}_i^T B_j^T \Sigma_{8i}^{-1} B_j \bar{\Gamma}_i \\ < \Gamma_i^T B_j^T \Sigma_{7i}^{-1} B_j \Gamma_i + \Gamma_i^T B_j^T \Sigma_{8i}^{-1} B_j \Gamma_i \end{aligned} \quad (۶۸)$$

که در آن

$$\begin{cases} \bar{\Gamma}_i = \text{vect}(\bar{\gamma}_{\sigma_i}^v) \\ \begin{cases} \bar{\gamma}_1^v = -\alpha_v \\ \bar{\gamma}_2^v = 0 \\ \bar{\gamma}_3^v = \alpha_v \end{cases} \end{cases} \quad (۶۹)$$

با استفاده از لم مکمل شور رابطه (۳۱) در صورت قضیه به دست خواهد آمد.

همچنین اگر رابطه  $\varepsilon > 1/\beta$  برقرار باشد در این صورت شعاع همگرایی در کمترین مقدار ممکن به دست می آید؛ که رابطه  $\varepsilon > 1/\beta$  معادل است با:

$$-\bar{E}_{ij} > 1/\beta \quad (۷۰)$$

با اعمال لم مکمل شور رابطه (۳۰) در صورت قضیه به دست می آید. سپس با استفاده از لم مکمل شور و ضرب طرفین روابط (۶۰-۵۷) در ماتریس  $M$  و ترانهاده آن به ترتیب از چپ و راست، نامساوی (۳۲) در صورت قضیه حاصل می شود که در آن:

$$Q_{kj} = M q_{kj} M^T, \quad k=1, \dots, 4, \quad j=1, 2, \dots, p \quad (۷۱)$$

$$2x^T(t) \bar{M} B_{wj} w(t) \leq x^T(t) \bar{M} \Sigma_{3j} \bar{M}^T x(t) + w^T(t) B_{wj}^T \Sigma_{3j}^{-1} B_{wj} w(t) \quad (۵۱)$$

$$2\mu \dot{x}^T(t) \bar{M} B_{wj} w(t) \leq \mu^2 \dot{x}^T(t) \bar{M} \Sigma_{4j} \bar{M}^T \dot{x}(t) + w^T(t) B_{wj}^T \Sigma_{4j}^{-1} B_{wj} w(t) \quad (۵۲)$$

$$2x^T(t) \bar{M} B_{f_m} f_m(x, t) \leq x^T(t) \bar{M} B_{j \Sigma_{5j}} B_{f_m}^T \bar{M}^T x(t) + \kappa^2 x^T(t) q_{3j} x(t) \quad (۵۳)$$

$$2\mu \dot{x}^T(t) \bar{M} B_{f_m} f_m(x, t) \leq \mu^2 \dot{x}^T(t) \bar{M} B_{j \Sigma_{6j}} B_{f_m}^T \bar{M}^T \dot{x}(t) + \kappa^2 x^T(t) q_{4j} x(t) \quad (۵۴)$$

$$2x^T(t) \bar{M} B_j \Gamma_i \leq \Gamma_i^T B_j^T \Sigma_{7i}^{-1} B_j \Gamma_i + x^T(t) \bar{M} \Sigma_{7i} \bar{M}^T x(t) \quad (۵۵)$$

$$2\mu \dot{x}^T(t) \bar{M} B_j \Gamma_i \leq \Gamma_i^T B_j^T \Sigma_{8i}^{-1} B_j \Gamma_i + \mu^2 \dot{x}^T(t) \bar{M} \Sigma_{8i} \bar{M}^T \dot{x}(t) \quad (۵۶)$$

$$\lambda_{\max}(\Sigma_{1j}^{-1}) \leq q_{1j} \Rightarrow \Sigma_{1j}^{-1} - q_{1j} I \leq 0 \quad (۵۷)$$

$$\lambda_{\max}(\Sigma_{2j}^{-1}) \leq q_{2j} \Rightarrow \Sigma_{2j}^{-1} - q_{2j} I \leq 0 \quad (۵۸)$$

$$\lambda_{\max}(\Sigma_{3j}^{-1}) \leq q_{3j} \Rightarrow \Sigma_{3j}^{-1} - q_{3j} I \leq 0 \quad (۵۹)$$

$$\lambda_{\max}(\Sigma_{6j}^{-1}) \leq q_{4j} \Rightarrow \Sigma_{6j}^{-1} - q_{4j} I \leq 0 \quad (۶۰)$$

با جایگذاری رابطه (۵۶-۴۸) در رابطه (۳۷) برای سیستم فازی (۱۴) و با در نظر گرفتن معیار پسیویتی نامساوی زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} j(t) - y^T(t)Z y(t) - 2y^T(t)Yw(t) - w^T(t)(X - \gamma I)w(t) \\ \leq \sum_{i=1}^{3^m} \sum_{j=1}^p \mu_i(t) w_j(x(t)) [\xi(t) E_{ij} \xi(t) + \Gamma_i^T B_j^T (\Sigma_{7i}^{-1} + \Sigma_{8i}^{-1}) B_j \Gamma_i] \end{aligned} \quad (۶۱)$$

که در آن  $\xi(t) = [x^T(t) \quad \dot{x}^T(t) \quad w^T(t)]$  متغیرهای حالت جدید و برابر است با:

$$E_{ij} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} \\ * & E_{22} & 0 \\ * & * & E_{33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_j^T \\ 0 \\ D_{wj}^T \end{bmatrix} Z \begin{bmatrix} C_j^T \\ 0 \\ D_{wj}^T \end{bmatrix} \quad (۶۲)$$

$$E_{11} = \bar{M} A_j + A_j^T \bar{M}^T + \bar{M} (\Sigma_{1j} + \Sigma_{3j} + \Sigma_{7i}) \bar{M}^T + \bar{M} B_{j \Sigma_{5j}} B_{f_m}^T \bar{M}^T + \sigma_j^2 (q_{1j} + q_{2j}) I + \kappa^2 (q_{3j} + q_{4j}) I$$

$$E_{12} = \bar{P} - \bar{M} + \mu A_j^T \bar{M}^T$$

$$E_{13} = -C_j^T Y$$

$$E_{22} = -\mu \bar{M} - \mu \bar{M}^T + \mu^2 \bar{M} \Sigma_{2j} \bar{M}^T + \mu^2 \bar{M} \Sigma_{4j} \bar{M}^T + \mu^2 \bar{M} \Sigma_{8i} \bar{M}^T + \bar{M} B_{j \Sigma_{6j}} B_{f_m}^T \bar{M}^T$$

$$E_{33} = B_{wj}^T \Sigma_{3j}^{-1} B_{wj} + B_{wj}^T \Sigma_{4j}^{-1} B_{wj} - (D_{wj}^T Y + Y^T D_{wj} + X - \gamma I)$$

پارامترهای زیر برای نامساوی (۶۱) معرفی می گردد:

$$\varepsilon = \min_{i=1:3^m, j=1, \dots, p} \lambda_{\min}(-E_{ij}) \quad (۶۳)$$

$$\delta = \max_{i=1:3^m, j=1, \dots, p} \Gamma_i^T B_j^T \Sigma_{7i}^{-1} B_j \Gamma_i + \Gamma_i^T B_j^T \Sigma_{8i}^{-1} B_j \Gamma_i \quad (۶۴)$$



می‌باشد و در نتیجه اثبات بخش (ب) کامل می‌شود. ■

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2s^T(t)\dot{s}(t) = 2s^T(t)G(x)\sum_{j=1}^p\sum_{l=1}^p w_j(x(t))w_l(x(t)) \\ &\times [(\Delta A_j - B_j K_j)x(t) + B_j u(t) \\ &+ B_j f_m(x(t), t) + B_{wj}w(t)] \\ &\leq 2\sum_{j=1}^p w_j(x(t))\sigma_j |s(t)| \|G(x)\| |x(t)| \\ &+ 2\kappa \sum_{j=1}^p w_j(x(t)) |s(t)| \|G(x)\mathcal{B}(x)\| |x(t)| \\ &+ 2\sum_{j=1}^r w_j(x(t)) |s(t)| \|G(x)B_{wj}\| |w(t)| + 2s(t)G(x)\mathcal{B}(x) \\ &- 2s^T(t)G(x)\mathcal{B}(x)\sum_{l=1}^p w_l(x(t))K_l x(t) \end{aligned} \quad (77)$$

با جایگذاری قانون کنترلی (۷۳) در نامساوی فوق، نامساوی زیر حاصل می‌گردد:

$$\dot{V}(t) \leq -2\eta |s(t)| \leq 0 \quad (78)$$

عبارت فوق نشان می‌دهد که شرط دستیابی  $|s(t)| < -\eta$  محقق شده است که تضمین کننده رسیدن به سطح در زمان محدود و ماندن بر روی سطح در زمان‌های آینده است. لذا منحنی فاز متغیرهای حالت می‌تواند حتی با وجود اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های سازگار و ناسازگار در زمان محدود به سطح لغزش رسیده و در همسایگی سطح حرکت کنند.

**تذکره ۱:** از آنجایی که تابع  $sign(s(t))$  استفاده شده در قانون کنترلی در روی سطح لغزش ( $s(t) = 0$ ) ناپیوسته می‌باشد به این ترتیب آن را با یک تابع پیوسته مانند  $\frac{s(t)}{\|s(t)\| + \phi}$  جایگزین می‌شود که در آن  $\phi$  یک مقدار مثبت و کوچک بوده و بدان معنی است که حالت‌های سیستم دقیقاً به خود سطح لغزش نرسیده و در همسایگی سطح به مقدار  $\phi$  همگرا خواهند شد.

بنابراین قانون (۷۳) به صورت زیر اصلاح می‌گردد:

$$u(t) = \sum_{j=1}^p w_j(x(t))K_j x(t) - \rho(t)(G(x)\mathcal{B}(x))^{-1} \frac{s(t)}{\|s(t)\| + \phi} \quad (79)$$

## ۵- نتایج شبیه‌سازی

به منظور بررسی نتایج روش پیشنهادی، سیستم مکانیکی جرم-فنر-دمپر در نظر گرفته شده است [۲۷]. معادله دینامیکی این سیستم به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\ddot{x}(t) = -0.1\dot{x}^3(t) - 0.02x(t) - 0.67x^3(t) + u(t) \quad (80)$$

با فرض  $x(t) \in [-1.5, 1.5]$  و  $\dot{x}(t) \in [-1.5, 1.5]$  و در نظر گرفتن اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های سیستم، مدل فازی T-S سیستم (۸۰) با کمک مجموعه قوانین فازی به صورت زیر خواهد بود:

## ۴- قانون کنترلی مدلفزشی انتگرالی فازی

در این بخش قانون کنترلی به گونه‌ای تعریف می‌گردد که حالت‌های سیستم (۱۳) با وجود عدم قطعیت‌ها و اغتشاشات خارجی روی سطح لغزش باقی بماند.

به این ترتیب کنترل کننده مدلفزشی انتگرالی فازی مربوط به هر قانون فازی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Control Rule } j: & \text{ IF } x_1(t) \text{ is } M_1^j \text{ and } \dots \text{ and } x_n(t) \text{ is } M_n^j \\ \text{ THEN} & \\ u_j(t) &= K_j x(t) - \rho(t)(G(x)\mathcal{B}(x))^{-1} sign(s(t)) \\ & j = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (72)$$

در نتیجه قانون کنترلی به ازای تمامی قوانین به صورت زیر خواهد بود:

$$u(t) = \sum_{j=1}^p w_j(x(t))K_j x(t) - \rho(t)(G(x)\mathcal{B}(x))^{-1} sign(s(t)) \quad (73)$$

که در آن

$$\begin{aligned} \rho(t) &= \eta + \sum_{j=1}^r w_j(x(t))\sigma_j \|G(x)\| |x(t)| \\ &+ \kappa \|G(x)\mathcal{B}(x)\| |x(t)| + \sum_{j=1}^r w_j(x(t)) \|G(x)B_{wj}\| |w(t)| \end{aligned} \quad (74)$$

$\eta$  یک ثابت معلوم و مثبت است.

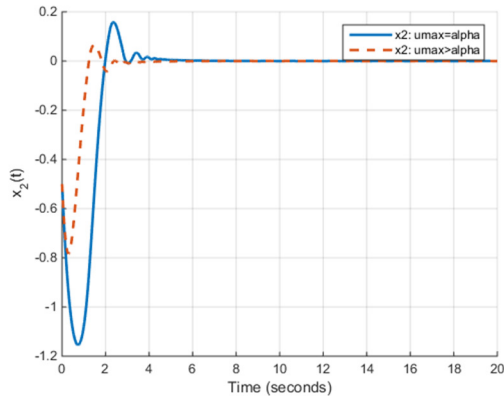
به منظور بررسی پایداری زمان محدود سطح لغزش به ازای قانون کنترلی تابع لیاپانوف زیر را در نظر بگیرید:

$$V(t) = s^T(t)s(t) \quad (75)$$

مشتق زمانی سطح لغزش (۷۲) به صورت زیر به دست می‌آید:

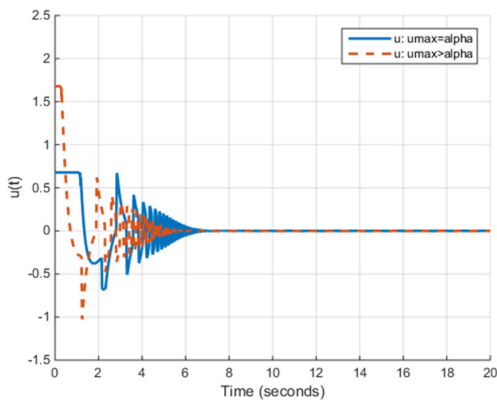
$$\begin{aligned} \dot{s}(t) &= G(x)\sum_{j=1}^p\sum_{l=1}^p w_j(x(t))w_l(x(t)) \\ &\times [(\Delta A_j - B_j K_l)x(t) + B_j u(t) \\ &+ B_j f_m(x(t), t) + B_{wj}w(t)] \end{aligned} \quad (76)$$

سیس با مشتق گیری از تابع لیاپانوف نامساوی زیر برقرار می‌گردد:



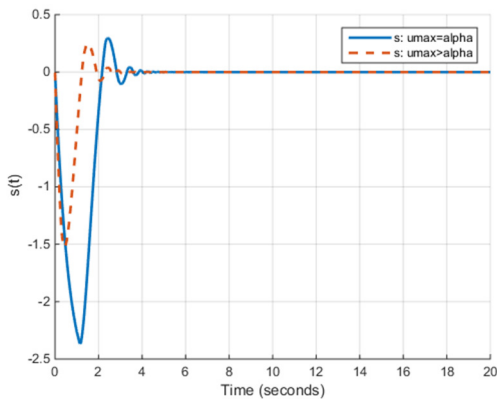
شکل ۲: پاسخ زمانی متغیر حالت  $x_2(t)$  در حضور قید اشباع محرک برای

$$u_{\max} = \alpha + 1 \text{ و } u_{\max} = \alpha$$



شکل ۳: سیگنال کنترلی در حضور قید اشباع محرک برای  $u_{\max} = \alpha$  و  $u_{\max} = \alpha + 1$

$$u_{\max} = \alpha + 1$$



شکل ۴: سطح لغزش در حضور قید اشباع محرک برای  $u_{\max} = \alpha$  و  $u_{\max} = \alpha + 1$

$$u_{\max} = \alpha + 1$$

به منظور نشان دادن اثربخشی و برتری روش پیشنهادی، قانون کنترلی و سطح لغزش ارائه شده در مرجع [۱۳] بر روی سیستم (۸۱)، اعمال شده و با پاسخ روش پیشنهادی، تحت شرایط و پارامترهای یکسان مقایسه می گردند که نتایج مقایسه در شکل های (۷-۵) نشان داده شده است.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{j=1}^2 M_j(x(t)) \{ (A_j + \Delta A_j)x(t) + B_j(\text{sat}(u(t)) + f_m(x(t), t)) + B_{wj}w(t) \} \\ y(t) = \sum_{j=1}^2 M_j(x(t)) \{ C_j x(t) + D_{wj}w(t) \}, \end{cases} \quad (81)$$

که پارامترهای آن به صورت زیر می باشد:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -1.527 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = 1 - \frac{x_1^2(t)}{2.25}, \quad M_2 = \frac{x_1^2(t)}{2.25}$$

$$B_{w1} = B_{w2} = [0.01 \ 0.01]^T, \quad C_1 = C_2 = [1 \ 0]$$

$$D_{w1} = D_{w2} = 0.1$$

$$\Delta A_1 = \Delta A_2 = 0.15 \sin(2t) I_n$$

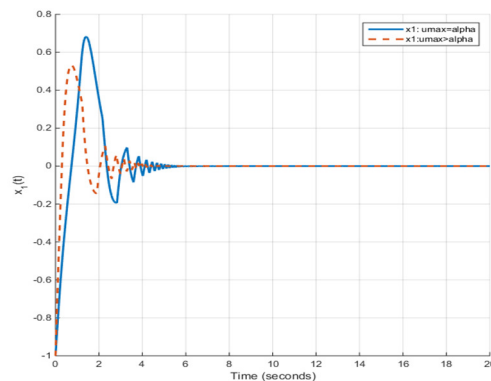
$$f_m(x(t), t) = 0.15x_1(t) + 0.15x_2(t)$$

$$w(t) = e^{-0.02t} \sin(\pi t)$$

در این مثال  $\sigma_j = 0.15$ ،  $\kappa = 0.15$ ،  $\mu = 1$  و همچنین به منظور کاهش میزان اثرپذیری خروجی از اغتشاشات موجود بدین ترتیب، با اعمال قضیه ۱ برای سیستم غیرخطی (۸۱) و با توجه به سطح لغزش انتگرالی فازی (۲۲) و انتخاب  $G = [1 \ 0]$  مقدار ماکزیمم مجاز دامنه سیگنال کنترل  $\alpha = 0.6791$  و بهره های کنترل کننده به صورت زیر به دست می آیند:

$$K_1 = [-2.0889 \ -1.4187], \quad K_2 = [-2.0889 \ 0.0888]$$

از آنجایی که  $\alpha$  کران پایین مقدار ماکزیمم دامنه سیگنال کنترلی است می توان پایداری و کارایی سیستم را برای مقادیر دامنه سیگنال کنترلی بزرگتر از  $\alpha$  نیز تضمین کرد. شکل ۱ تا ۴، منحنی تغییرات زمانی متغیرهای حالت، سیگنال ورودی کنترل و سطح لغزش را برای مقادیر  $u_{\max} = \alpha + 1$  و  $u_{\max} = \alpha$  نشان می دهد.



شکل ۱: پاسخ زمانی متغیر حالت  $x_1(t)$  در حضور قید اشباع محرک برای

$$u_{\max} = \alpha + 1 \text{ و } u_{\max} = \alpha$$

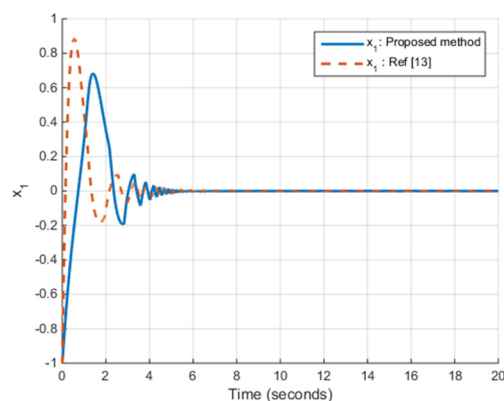
## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، به طراحی یک کنترل‌کننده مدل‌غزشی انتگرالی برای سیستم‌های فازی T-S در حضور ناپیچنی‌ها و اغتشاشات خارجی و با در نظر گرفتن قید اشباع محرک به صورت مدل فازی T-S پرداخته شد. این کنترل‌کننده علاوه بر آن که پایداری محدود یکنواخت متغیرهای حالت سیستم را در برابر عدم قطعیت‌های سازگار و ناسازگار تضمین می‌کند، دامنه سیگنال ورودی را متناسب با قیود فیزیکی محرک تولید می‌کند. این امر موجب می‌شود سیستم‌های کنترلی با ملاحظات کاربردی طراحی شوند. مهم‌ترین مزیت و نوآوری روش پیشنهادی ارائه روشی است که در آن به طراح کمک می‌کند آستانه‌ای را از حل یک مسئله بهینه‌سازی محدب به دست آورد به گونه‌ای که آن آستانه کمترین مقداری است که حداکثر دامنه سیگنال کنترل باید اختیار کند تا پایداری و کارایی سیستم تضمین شود. به عبارتی، اگر در انتخاب محرک به گونه‌ای عمل شود که دامنه تغییرات خطی آن از آستانه به دست آمده بزرگ‌تر باشد پایداری و کارایی سیستم تضمین می‌شود. در نهایت، مؤثر بودن روش پیشنهادی با ارائه یک مثال بررسی گردید. در کارهای آینده، به بررسی روش‌هایی جهت کاهش محافظه‌کاری روش پیشنهادی خواهیم پرداخت.

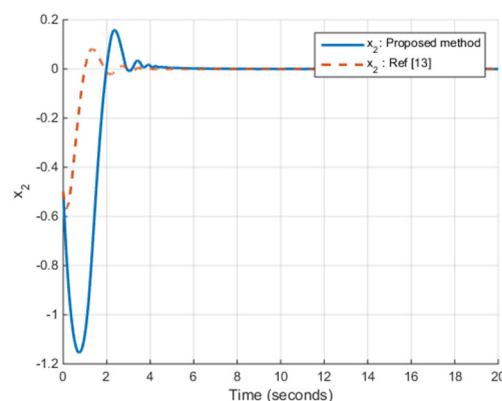
## مراجع

- [1] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy control systems design and analysis: a linear matrix inequality approach*. John Wiley & Sons, 2004.
- [۲] افروز ناصری و محمدحسن آسمانی، «کنترل‌کننده مبتنی بر رؤیت‌گر در سیستم‌های فازی TS با متغیرهای مقدم قواعد نامعلوم در حضور اشباع ورودی»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۸، شماره ۱، صفحه ۳۳۵-۳۴۳، بهار ۹۷.
- [3] G. Liu, X. Liu and Y. Zeng, "A new fuzzy Lyapunov function approach to stability analysis and control synthesis for Takagi-Sugeno fuzzy systems," *25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, Guiyang, China, pp. 3068-3073, 2013.
- [4] K. D. Young, *Variable structure systems, sliding mode and nonlinear control*. Edited by Ümit Özgüner. Vol. 247. London: Springer, 1999.
- [5] H. Mirza Tariq, C. Edwards and H. Alwi, *Fault tolerant control schemes using integral sliding modes*, Springer, 2016.
- [6] E.S. Sinekli and R. Coban, "Dynamic integral sliding mode control of an electromechanical system." *Mechanical, System and Control Engineering (ICMSC)*, 2017 International Conference on. IEEE, 2017.
- [7] W. Gao and J.C. Hung, "Variable structure control of nonlinear systems: A new approach," vol. 40, no. 1, pp. 45-55, 1993.

[۸] علی کرمی ملائی، «طراحی کنترل‌کننده حالت لغزشی دینامیکی در حضور نامعینی‌های سازگار و ناسازگار بدون چترینگ برای سیستم‌های غیرخطی مرتبه دوم»، *مجله کنترل*، جلد ۹، شماره ۱، ۱۳۹۴.

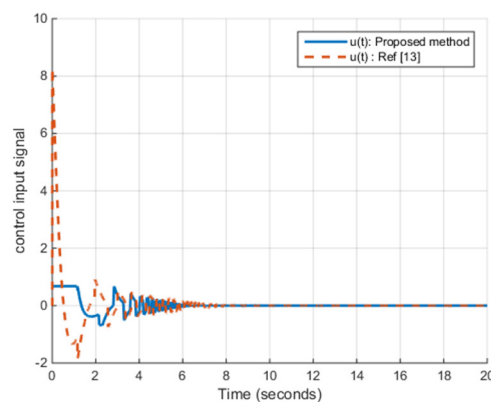


شکل ۵: پاسخ زمانی متغیر حالت  $x_1(t)$



شکل ۶: پاسخ زمانی متغیر حالت  $x_2(t)$

همان‌طور که در شکل‌های (۵) و (۶) مشاهده می‌شود در روش پیشنهادی علی‌رغم وجود قیود محدودکننده و اغتشاشات موجود متغیرهای حالت سیستم با سرعت مطلوبی به پایداری محدود یکنواخت خواهند رسید. همچنین با توجه به شکل (۷)، در روش پیشنهادی دامنه تغییرات سیگنال کنترلی بسیار کوچک بوده و لذا بسیاری از محدودیت‌های پیاده‌سازی عملی کنترل‌کننده را برطرف می‌کند.



شکل ۷: سیگنال کنترلی روش پیشنهادی و روش ارائه‌شده در مرجع [۱۳]

- [19] D. Saifia, M. Chadli, S. Labiod and T. M. Guerra. "Robust  $H_\infty$  static output feedback stabilization of TS fuzzy systems subject to actuator saturation." *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 10, no. 3, pp. 613-622, 2012.
- [20] Y. Ma, and M. Chen. "Memory feedback  $H_\infty$  control of uncertain singular T-S fuzzy time-delay system under actuator saturation." *Computational and Applied Mathematics*, vol. 36, no. 1, pp. 493-511, 2017.
- [21] X. Zhang and J. Zhao. "Guaranteed cost control of uncertain discrete-time Switched linear systems with actuator saturation", *Control and Decision Conference (CCDC)*, 2013 25th Chinese. IEEE, 2013.
- [22] L. Yu, Q-L. Han and M-X. Sun. "Optimal guaranteed cost control of linear uncertain systems with input constraints." *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 3, no. 3, pp. 397-402, 2005.
- [23] H. Li, J. Wang and P. Shi. "Output-feedback based sliding mode control for fuzzy systems with actuator saturation." *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 24, no. 6, pp. 1282-1293, 2016.
- [۲۴] مریم شهریاری کاهکشی، «کنترل سطح دینامیکی دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی نامعین در حضور اشباع عملگر و اغتشاش خارجی نامعین»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۷، شماره ۴، صفحه ۱۵۳۷-۱۵۴۹، زمستان ۹۶.
- [25] F. Castaños and. C. Fridman, "Analysis and design of integral sliding manifolds for systems with unmatched perturbations," vol. 51, no. 5, pp. 853-858, 2006.
- [26] T. Binazadeh and M. Bahmani, "Robust time-varying output tracking control in the presence of actuator saturation," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 40, no. 1, pp. 61-70, 2018.
- [27] H.-N. Wu and K.-Y. Cai, "H2 guaranteed cost fuzzy control for uncertain nonlinear systems via linear matrix inequalities," *Fuzzy sets and systems*, vol. 148, no. 3, pp. 411-429, 2004.
- [9] Y. Pan, C. Yang, L. Pan and H. Yu, "Integral sliding mode control: performance, modification, and improvement," vol. 14, no. 7, pp. 3087-3096, 2018.
- [10] Oveisi, Atta and Tamara Nestorović. "Robust observer-based adaptive fuzzy sliding mode controller." *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 76, pp. 58-71, 2016.
- [11] W. J. Chang and F. L. Hsu, "Sliding mode fuzzy control for Takagi-Sugeno fuzzy systems with bilinear consequent part subject to multiple constraints." *Information Sciences* vol. 327, pp. 258-271, 2016.
- [12] Q. Gao, L. Liu, G. Feng, Y. Wang and J. Qiu, "Universal fuzzy integral sliding-mode controllers based on T-S fuzzy models," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 22, no. 2, pp. 350-362, 2014.
- [13] Y. Wang, H. Shen, H. R. Karimi and D. Duan, "Dissipativity-based fuzzy integral sliding mode control of continuous-time TS fuzzy systems." *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 26, no. 3, pp. 1164-1176, 2018.
- [14] Q. Gao, G. Feng, Z. Xi, Y. Wang and J. Qiu, "Robust H-inf control of T-S fuzzy time-delay systems via a new sliding-mode scheme," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 22, no. 2, pp. 459-465, 2014.
- [15] Q. Gao, G. Feng, Z. Xi, Y. Wang and J. Qiu, "A new design of robust  $H_\infty$  sliding mode control for uncertain stochastic T-S fuzzy time-delay systems," *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 44, no. 9, pp. 1556-1566, Sep. 2014.
- [16] S. Bezzaoucha, B. Marx, D. Maquin and J. Ragot, "Linear feedback control input under actuator saturation: A Takagi-Sugeno approach," *2nd International Conference on Systems and Control (ICSC)*, Marrakech, Morocco, 2012.
- [17] S. Bezzaoucha, B. Marx, D. Maquin and J. Ragot, "Stabilization of nonlinear systems subject to uncertainties and actuator saturation." *American Control Conference (ACC)*, IEEE, 2013.
- [18] S. Bezzaoucha, B. Marx, D. Maquin and J. Ragot, "State and output feedback control for Takagi-Sugeno systems with saturated actuators," *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 30, no. 6, pp. 888-905, 2016.

## زیر نویس ها

<sup>10</sup> Low gain control

<sup>11</sup> Fuzzy blending

<sup>12</sup> Involutive

<sup>13</sup> Lie bracket

<sup>14</sup> Parallel Distributed Compensation (PDC)

<sup>15</sup> Equivalent controller

<sup>16</sup> Uniformly Bounded

<sup>17</sup> Idempotent matrix

<sup>1</sup> Sliding mode control

<sup>2</sup> Variable Structure Control (VSC)

<sup>3</sup> unmatched uncertainty

<sup>4</sup> Passivity constraint

<sup>5</sup> universal

<sup>6</sup> Actuator saturation

<sup>7</sup> Model Predictive Control

<sup>8</sup> Linear Matrix Inequality (LMI)

<sup>9</sup> Polytopic model