

طراحی کنترل کننده مد لغزشی ترمینال پیوسته تطبیقی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی در حضور اعوجاج

آزاده بارو^۱، دانشجوی کارشناسی ارشد؛ زهرا رحمانی چراتی^۲، دانشیار؛ سارا میناگر^۳، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - بابل - ایران - azadebarou@gmail.com

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - بابل - ایران - zrahmani@nit.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - بابل - ایران - minagar@nit.ac.ir

چکیده: در این مقاله، برای یک دسته از سیستم‌های مرتبه دوم متغیر با زمان دارای پارامتر نامعلوم و اعوجاج، یک کنترل کننده مد لغزشی ترمینال پیوسته تطبیقی پیشنهاد می‌گردد. در روش پیشنهادی، کنترل کننده از ترکیب کنترل مد لغزشی ترمینال پیوسته و کنترل تطبیقی تشکیل می‌گردد. اثبات همگرایی روش پیشنهادی مبتنی بر یک تابع لیاپانوف پیوسته مشتق پذیر، همگن و اکید است و پارامتر نامعلوم سیستم به کمک یک قانون تطبیق تخمین زده می‌شود. همگرایی روش پیشنهادی به خطای صفر تنها با داشتن اطلاعات خروجی و مشتق اول آن به دست می‌آید، به علاوه در این روش اعوجاج جبران می‌گردد و سیگنال کنترل پیوسته‌ای ایجاد می‌شود که باعث کاهش چترینگ می‌گردد. نتایج شبیه‌سازی‌ها عملکرد مناسب روش را نشان می‌دهد.

واژه‌های کلیدی: پایداری لیاپانوف، کنترل تطبیقی، کنترل مد لغزشی ترمینال پیوسته، پارامتر نامعلوم.

Designing an Adaptive Continuous Terminal Sliding Mode Controller for a Class of Nonlinear Systems in Presence of Perturbation

A. Barou¹, Master science Student; Z. Rahmani², Associate Professor; S. Minagar³, Assistant Professor

1- Department of Electrical and computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran, Email: azadebarou@gmail.com

2- Department of Electrical and computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran, Email: zrahmani@nit.ac.ir

3- Department of Electrical and computer Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran, Email: minagar@nit.ac.ir

Abstract: In this paper, an adaptive continuous terminal sliding mode controller is proposed for a class of second-order time varying perturbed systems with unknown parameters. In the proposed method, the controller is a combination of continuous terminal sliding mode control and adaptive control. The convergence of the proposed method is based on a continuously-differentiable, homogeneous and strict Lyapunov function, and the unknown parameter of the system is estimated by an adaptive law. Zero-error convergence of the proposed method is attained with information about the output and its derivative; furthermore, in this method, perturbation is compensated and a continuous control signal is generated which reduces the chattering. The simulation results show proper performance of the proposed method.

Keywords: Lyapunov stability, adaptive control, continuous terminal sliding mode controller, unknown parameter.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۱۲/۰۵

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۰۳/۲۲

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۶/۲۳

نام نویسنده مسئول: زهرا رحمانی چراتی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - بابل - خیابان شریعتی - دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر.

۱- مقدمه

یعنی مشتق خروجی اعمال می‌شود و به علاوه نیاز به داشتن مشتق دوم خروجی دارد.

اخیراً نسل جدیدی از کنترل کننده‌های مد لغزشی پیوسته برای سیستم‌های مرتبه دو پیشنهاد شده است [۱۵، ۲۳، ۲۴]. در پژوهش [۲۵]، روش STA پیوسته همگن برای سیستم‌هایی با مرتبه بالاتر از یک طراحی شده است که باعث همگرایی زمان محدود حالات می‌شود. در پژوهش [۲۴] روش HOSM پیوسته مبتنی بر کنترل تطبیقی ارائه شده است که با استفاده از قانون کنترل فیدبک حالت و کنترل مد لغزشی مرتبه بالای پیوسته، برای سیستمی دارای اغتشاش، که تنها کران بالای مشتق آن وجود دارد، اما نامعلوم است، همگرایی زمان محدود حالات سیستم را فراهم می‌کند. در پژوهش [۱۵] روش کنترل مد لغزشی ترمینال پیوسته (CTSM) برای سیستم‌های مرتبه دو دارای اعوجاج معرفی شده است و چترینگ در این روش کاهش قابل ملاحظه‌ای داشته است.

مسئله مورد نظر در این پژوهش، کنترل سیستم مرتبه دومی است که علاوه بر اعوجاج و نامعینی دارای پارامتر نامعلوم است. با الهام از پژوهش [۱۵] کنترل کننده‌ای برای سیستم طراحی می‌شود که ترکیبی از روش CTSM با کنترل تطبیقی است. در همین راستا، ابتدا همگرایی روش پیشنهادی اثبات می‌گردد. برای اثبات همگرایی روش پیشنهادی، از یک تابع لیاپانوف همگن، پیوسته مشتق پذیر و اکید استفاده می‌گردد. سپس با به دست آوردن قانون تطبیقی مناسب، پارامتر نامعلوم سیستم تخمین زده می‌شود. در روش پیشنهادی، همگرایی به خطای صفر را با داشتن اطلاعات خروجی و مشتق اول آن نشان داده می‌شود. نتایج شبیه‌سازی بیانگر کارایی روش پیشنهادی است.

نوآوری این پژوهش عبارت است از ارائه روش مد لغزشی ترمینال پیوسته تطبیقی برای دسته‌ای از سیستم‌های مرتبه دوم دارای اعوجاج و پارامتر نامعلوم، با ارائه یک تابع لیاپانوف جدید. روش پیشنهادی دارای مزایای زیر است:

- ۱- سیگنال کنترل به صورت پیوسته است و در نتیجه چترینگ سیستم به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد.
- ۲- اعوجاج موجود در سیستم توسط روش پیشنهادی جبران می‌گردد.
- ۳- برای اثبات همگرایی تنها به خروجی و مشتق مرتبه اول آن نیاز است.

روش به کاررفته شده در این مقاله با الهام از [۱۵] است، البته تابع لیاپانوف با مرجع [۱۵] متفاوت اختیار می‌گردد. به علاوه در [۱۵] پارامتر سیستم معلوم فرض شده است و در مقاله حاضر این پارامتر هم نامعلوم فرض شده است و قانون تطبیق به گونه‌ای انتخاب می‌گردد که تابع لیاپانوف انتخابی همگن باشد.

در ادامه ساختار پژوهش به این شرح است. در بخش دوم ابتدا به توصیف سیستم و بیان مسئله پرداخته می‌شود، سپس در بخش سوم کنترل کننده پیشنهادی معرفی می‌گردد. برای این کار ابتدا بر اساس، ساختار کنترل کننده CTSM، برای سیستم مورد نظر کنترل کننده

پایدارسازی و دنبال‌یابی سیستم‌های دارای نامعینی کاربردهای وسیعی در سیستم‌های الکترونیک، مکانیک و رباتیک دارد [۱-۳]. به عنوان مثال سیستم‌های دینامیک متعددی نظیر روبات انعطاف پذیر، نوسانگرها، سیستم‌های آشوبناک و ماشین‌های سنکرون به کمک ساختار غیرخطی دارای نامعینی مدل می‌شوند. با توجه به اینکه ساختار اکثر سیستم‌های فیزیکی و دینامیکی غیرخطی است و این ساختارها می‌توانند بسیاری از پدیده‌های مهم را مدل کنند و رفتارهای مختلفی نظیر نقاط تعادل متفاوت را برای سیستم‌های متغیر با زمان نمایش بدهند، در سال‌های اخیر گسترش مسائل غیرخطی توجه بسیاری را به خود معطوف کرده است [۴-۶].

روش کنترل مد لغزشی (SMC) به عنوان یک روش کنترلی مقاوم و مؤثر برای افزایش پایداری و بهبود عملکرد سیستم‌های غیرخطی در حضور نامعینی‌ها شناخته می‌شود [۷-۱۱]. مشخصه اصلی روش SMC پاسخ سریع، مقاومت بالا در برابر نامعینی‌ها، عدم حساسیت در برابر اغتشاش، پاسخ گذرای مطلوب و سادگی محاسبه در مقایسه با دیگر روش‌های کنترلی است [۱۲-۱۴]. هدف از این کنترل کننده جبران نامعینی، با صفر نگه داشتن متغیرهای انتخابی در سطح لغزش است، اما عیب آن نوسان‌هایی است که به دلیل فرکانس سوئیچینگ بالا ایجاد می‌کند که منجر به چترینگ بزرگ می‌شود [۱۵].

در دو دهه اخیر، روش‌هایی به کار گرفته شده است تا تأثیر چترینگ را کاهش دهند؛ یکی از معروف‌ترین آن‌ها روش مد لغزشی مرتبه بالا (HOSM) است [۱۶]. یکی از کنترل کننده‌های مهم HOSM، الگوریتم فوق پیچشی (STA) است [۱۲]. این کنترل کننده دارای دو قسمت می‌باشد، قسمت اول به صورت پیوسته است و قسمت دوم دارای ناپیوستگی است که با حفظ شرایط لازم برای انتخاب پارامترها، همگرایی سیستم تضمین می‌گردد [۱۷].

کنترل کننده مد لغزشی ترمینال یکی دیگر از روش‌های HOSM می‌باشد. در این کنترل کننده سطح لغزش به صورت چندجمله‌ای دارای توان کسری معرفی می‌گردد و برحسب شرایط تعریف شده و نوع توان کسری به سه دسته عمده کنترل مد لغزشی ترمینال تکین، غیر تکین و سریع دسته‌بندی می‌شوند. در این کنترل کننده برخلاف STA، حالات پس از رسیدن به سطح لغزش بر روی آن می‌مانند تا به مبدأ همگرا گردند. مزیت عمده این کنترل کننده در این است که حتی برای سیستم‌های با درجه نسبی دو همگرایی زمان محدود خروجی و مشتق آن به مبدأ را نتیجه می‌دهد [۱۸-۲۰]. یکی دیگر از روش‌های SMC، کنترل کننده مد لغزشی با درجه دلخواه^۲ است که در سیستم‌هایی با درجه نسبی دو منجر به کاهش چترینگ می‌شود [۱۶، ۲۱، ۲۲]. این کنترل کننده همگرایی زمان محدود خروجی و مشتق آن را به مبدأ تأمین می‌کند، اما عیب آن این است که برای تنظیم چترینگ و تولید سیگنال کنترل پیوسته، درجه سیستم با یافتن مشتق دوم خروجی به سه افزایش داده می‌شود و حالت لغزشی تودرتو^۵ و گوسی پیوسته مرتبه سوم بر روی قانون کنترل جدید

لیپشیتز است و شرط $|\dot{\mu}(t)| \leq \Delta, \Delta \in \mathbb{R}$ همواره برای آن برقرار است. a پارامتر نامعلوم سیستم است.

۲-۳- بیان مسئله

مسئله مدنظر در این مقاله، طراحی قانون کنترل پیوسته زمان است به طوری که خروجی $x_1 = \sigma$ و مشتق آن یعنی $\dot{\sigma}$ با وجود اعوجاج، در زمان محدود همگرا شود و در صفر بماند، یعنی $\sigma = \dot{\sigma} = 0$. به علاوه کنترل کننده اعوجاج را جبران کند، یعنی $u(t) \equiv -\mu(t)$.

۳- طراحی کنترل کننده پیشنهادی

برای سیستم (۲)، قانون کنترل پیوسته به صورت رابطه (۲) و (۳) پیشنهاد می گردد [۱۵].

$$u = -k_1 L^{\frac{2}{3}} [\varphi_L(x_1, x_2)]^{\frac{1}{3}} + z \quad (2)$$

$$\dot{z} = -k_2 L [\varphi_L(x_1, x_2)]^0 \quad (3)$$

که در رابطه (۳)، $\varphi_L(x_1, x_2)$ یک تابع پیوسته مشتق پذیر از حالات است. پارامترهای $L, k_i (i=1,2)$ و بهره های مثبتی اند که در طراحی مشخص می گردند. توجه شود، برای $L=1$ ، $\varphi_1(x_1, x_2)$ به صورت $\varphi(x_1, x_2)$ نوشته می شود.

حال یک پارامتر جدید به صورت $x_3 \triangleq z + \mu$ تعریف می شود. بنابراین معادله سیستم حلقه بسته با استفاده از (۱)، (۲) و (۳) به صورت زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= ax_2 \\ \dot{x}_2 &= -k_1 L^{\frac{2}{3}} [\varphi_L(x_1, x_2)]^{\frac{1}{3}} + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -k_2 L [\varphi_L(x_1, x_2)]^0 + \dot{\mu}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

با تغییر متغیر $x_i \rightarrow \frac{1}{L} x_i (i=1, \dots, 3)$ در معادله (۴) معادله زیر به دست می آید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= ax_2 \\ \dot{x}_2 &= -k_1 [\varphi_L(x_1, x_2)]^{\frac{1}{3}} + x_3 \\ \dot{x}_3 &= -k_2 L [\varphi_L(x_1, x_2)]^0 + \frac{\dot{\mu}(t)}{L} \end{aligned} \quad (5)$$

با توجه به اینکه پایداری برای هر دو سیستم (۴) و (۵) معادل است، اثبات تنها برای سیستم (۵) در نظر گرفته می شود. به منظور بررسی پایداری سیستم مورد نظر باید تابع لیاپانوف مناسبی پیشنهاد شود، که دارای شرایط زیر باشد:

- الف- تابع لیاپانوف مثبت معین باشد.
- ب- دو تابع $\mu_{1,2}(\|x\|)$ از کلاس \mathcal{K}_∞ وجود داشته باشند، به طوری که $\mu_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \mu_2(\|x\|)$ برقرار باشد.
- ج- مشتق تابع لیاپانوف منفی معین باشد.

به صورت پارامتری معرفی می شود و سپس در روند اثبات با استفاده از قضایای مربوط به پایداری، شروط لازم برای انتخاب پارامترها به دست می آیند. همچنین پارامتر نامعلوم موجود در سیستم نیز توسط قانون تطبیقی به دست آمده، تخمین زده می شود. در بخش چهارم نیز نتایج شبیه سازی سیستم در نرم افزار متلب و نمودارهای حالات سیستم و تخمین پارامتر ارائه می شوند و پایداری سیستم و عملکرد آن مورد ارزیابی قرار می گیرند. بخش پایانی نیز شامل نتیجه گیری مقاله است.

۲- تعاریف و بیان مسئله

۱-۲ تعاریف ریاضی

تعریف ۱ [۱۵]: $|z|^p = |z|^p \operatorname{sgn}(z)$ که در آن $z \in \mathbb{R}$ و $p \in \mathbb{R}$ است و اگر $p=0$ در نظر گرفته شود، $|z|^0 = \operatorname{sgn}(z)$ خواهد بود.

بعلاوه $|z|^p |z|^q = |z|^{p+q}$

تعریف ۲ [۲۵]: رابطه همگن بودن برای یک تابع اسکالر به صورت $f(kx) = k^\delta f(x)$ ($k > 0$ و $\delta \in \mathbb{R}$) تعریف می گردد.

تعریف ۳ [۲۵]: تابع $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ (یا یک تابع چندمتغیره $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$) همگن از درجه δ با تأخیر $(x_1, x_2, \dots, x_n) \mapsto (k^{r_1} x_1, k^{r_2} x_2, \dots, k^{r_n} x_n)$ است، به طوری که r_1, \dots, r_n به عنوان وزن ها، مقادیر مثبتی هستند، اگر برای هر $k > 0$ رابطه $f(d_k x) = k^\delta f(x)$ برقرار باشد (همچنین $F(d_k x) = k^\delta F(x)$).

تعریف ۴ [۲۵]: یک تابع برداری $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ (یا یک مجموعه توابع برداری $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$) همگن از درجه δ است، اگر برای $k > 0$ $f(d_k x) = k^\delta f(x)$ برقرار باشد (به همین ترتیب $F(d_k x) = k^\delta F(x)$). اگر یک تابع برداری همگن از درجه $\delta \neq 0$ باشد، می توان نتیجه گرفت همواره آن را با یک تغییر ضریب تناسبی مناسب وزن های r_1, \dots, r_n به -1 یا $+1$ تبدیل کرد.

تعریف ۵ (نامساوی یانگ) [۲۶]: برای هر مقدار $p > 1$ و $q < 1$ به طوری که $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ برقرار باشد، آن گاه برای هر عدد حقیقی مثبت $a, b, c \in \mathbb{R}$ نامساوی $ab \leq c^p \frac{a^p}{p} + c^{-q} \frac{b^q}{q}$ برقرار است.

۲-۲ توصیف سیستم

سیستم مورد مطالعه در این پژوهش از مرتبه دوم و دارای اعوجاج است که به صورت زیر توصیف شده است:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_2 \\ \dot{x}_2 = u + \mu(t) \end{cases} \quad (1)$$

در این رابطه $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ حالت های سیستم هستند، $u \in \mathbb{R}$ ورودی کنترل است، $\mu(t)$ بیانگر اعوجاج است که یک تابع پیوسته در زمان

$$\dot{V} = \beta \frac{|x_1|^5}{x_1} \dot{x}_1 + x_1 \dot{x}_2 + \dot{x}_1 x_2 + \frac{2\alpha}{5} \frac{|x_2|^5}{x_2} \dot{x}_2 - \frac{1}{k_1^3} \dot{x}_2 x_3^3 - \frac{3}{k_1^3} x_2 x_3^2 \dot{x}_3 + \left(\gamma + \frac{1}{\gamma} \sqrt{|\tilde{a}|}\right) \frac{|x_3|^5}{x_3} \dot{x}_3 \quad (14)$$

با جایگذاری روابط (۵) در رابطه (۱۴) و با استفاده از تعریف ۱ خواهیم داشت:

$$\dot{V} = -k_1 \left(\varphi - \frac{|x_3|^3}{k_1^3} \right) \left(\left[\varphi \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{x_3}{k_1} \right) + \left(\frac{5\beta}{3} \left[x_1 \right]^{\frac{2}{3}} + x_2 \right) \alpha x_2 - k_2 |x_3|^2 \left(5\gamma \left[x_3 \right]^2 - 3 \frac{1}{k_1^3} x_2 \right) \left(\left[\varphi \right]^0 + \frac{\dot{\mu}}{Lk_2} \right) + \frac{1}{\gamma} \frac{1}{2} |\tilde{a}|^{-\frac{1}{2}} \frac{\dot{\tilde{a}}}{|\tilde{a}|} |x_3|^5 + \frac{5}{\gamma} |x_3|^4 \frac{x_3 \dot{x}_3}{|x_3|} \sqrt{|\tilde{a}|} \quad (15)$$

قانون تطبیق به صورتی انتخاب می گردد که تابع لیاپونف همگن باقی بماند و بنابراین قانون تطبیق به شکل زیر انتخاب می گردد:

$$\dot{\tilde{a}} = -10 \frac{|x_3|^2}{x_3} \dot{x}_3 \frac{|\tilde{a}|^2}{\tilde{a}} \quad (16)$$

در ادامه، منفی معین بودن \dot{V} را نشان داده می شود. بدین منظور لازم است، نشان داده شود که \dot{V} یک تابع پیوسته و همگن و از بالا کراندار می باشد.

حال با جایگذاری رابطه $x_1 = \varphi - \alpha \left[x_2 \right]^{\frac{3}{2}}$ ، که از رابطه (۳) به دست آمده است در (۱۵) و فرض $L=1$ خواهیم داشت:

$$\dot{V} = -k_1 \left(\varphi - \left[\xi_3 \right]^3 \right) \left(\left[\varphi \right]^{\frac{1}{3}} - \xi_3 \right) + \left(\frac{5\beta}{3} \left[\varphi - \alpha \left[x_2 \right]^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}} + x_2 \right) - 3\kappa |\xi_3|^2 \left(\frac{5}{3} \gamma \left[\xi_3 \right]^2 - x_2 \right) \left(\left[\varphi \right]^0 + \frac{\dot{\mu}}{\lambda} \right) \quad (17)$$

برای راحتی متغیرهایی جدیدی به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\xi_3 \triangleq \frac{x_3}{k_1}, \quad \kappa \triangleq \frac{k_2}{k_1}, \quad \gamma' \triangleq \gamma k_1^5, \quad \lambda \triangleq Lk_2 \quad (18)$$

که $\xi_3, \kappa, \gamma', \lambda \in \mathbb{R}$ جدید سیستم هستند.

تساوی های زیر برای (۱۷) برقرار است:

$$\frac{5}{3} \beta \left[\varphi - \alpha \left[x_2 \right]^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}} + x_2 = \frac{5}{3} \beta \left(\left[\varphi - \alpha \left[x_2 \right]^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}} + \alpha^{\frac{2}{3}} x_2 \right) - \left(\frac{5\beta}{3} \alpha^{\frac{2}{3}} - 1 \right) x_2 \quad (19)$$

$$\frac{5}{3} \gamma' \left[\xi_3 \right]^2 - x_2 = \frac{5}{3} \gamma' \left(\left[\xi_3 \right]^2 - \left[\varphi \right]^{\frac{2}{3}} \right) - x_2 + \frac{5}{3} \gamma' \left[\varphi \right]^{\frac{2}{3}} \quad (20)$$

از آنجا که تابع $\left[\varphi - \alpha \left[x_2 \right]^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}}$ برای همه (φ, x_2) ، به طور کلی پیوسته است، در نتیجه:

تابع لیاپانوف برای سیستم (۵) به صورت رابطه (۶) انتخاب می گردد.

$$V = \beta |x_1|^{\frac{5}{3}} + x_1 x_2 + \frac{2\alpha}{5} |x_2|^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{k_1^3} x_2 x_3^3 + \left(\gamma + \frac{1}{\gamma} \sqrt{|\tilde{a}|} \right) |x_3|^5 \quad (6)$$

که $\beta, \gamma, \bar{\gamma} \in \mathbb{R}$ اسکالر هستند.

در رابطه (۶) تابع لیاپانوف همگن از درجه ۵ ($\delta_V=5$)، پیوسته مشتق پذیر است. \tilde{a} خطای تخمین پارامتر نامعلوم a است و \hat{a} تخمین پارامتر a که به صورت $\tilde{a} = a - \hat{a}$ تعریف می شود.

حال نشان می دهیم که تابع لیاپانوف از پایین کراندار است. بنابراین یک کران پایین برای تابع لیاپانوف (۶)، می توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$V \geq \beta |x_1|^{\frac{5}{3}} - |x_1| |x_2| + \frac{2\alpha}{5} |x_2|^{\frac{5}{2}} - \frac{|x_2| |x_3|^3}{k_1^3} + \gamma |x_3|^5 \quad (7)$$

از نامساوی یانگ که در تعریف ۵ آمده است، برای $c_1, c_2 > 0$ خواهیم داشت:

$$|x_1| |x_2| \leq \frac{3}{5} c_1^{\frac{5}{3}} |x_1|^{\frac{5}{3}} + \frac{2}{5} c_1^{-\frac{5}{2}} |x_2|^{\frac{5}{2}} \quad (8)$$

$$|x_2| |x_3|^3 \leq \frac{2}{5} c_2^{-\frac{5}{2}} |x_1|^{\frac{5}{3}} + \frac{3}{5} c_2^{\frac{5}{3}} |x_2|^{\frac{5}{2}} \quad (9)$$

با جایگزینی (۸) و (۹) در (۷)، رابطه زیر نتیجه می شود:

$$V \geq \left(\beta - \frac{3}{5} c_1^{\frac{5}{3}} \right) |x_1|^{\frac{5}{3}} + \frac{2}{5} \left(\alpha - c_1^{-\frac{5}{2}} - c_2^{-\frac{5}{2}} \frac{1}{k_1^3} \right) |x_2|^{\frac{5}{2}} + \left(\gamma - \frac{3}{5} \frac{1}{k_1^3} c_2^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{\gamma} \sqrt{|\tilde{a}|} \right) |x_3|^5 \quad (10)$$

شروط کراندار بودن و مثبت معین بودن V به صورت زیر قابل بیان است:

$$\beta - \frac{3}{5} c_1^{\frac{5}{3}} > 0 \quad (11)$$

$$\alpha - c_1^{-\frac{5}{2}} - c_2^{-\frac{5}{2}} \frac{1}{k_1^3} > 0$$

$$\gamma - \frac{3}{5} \frac{1}{k_1^3} c_2^{\frac{5}{3}} + \frac{1}{\gamma} \sqrt{|\tilde{a}|} > 0 \quad (12)$$

با فرض آن که تمامی ضرایب در (۱۰) مثبت باشد، تابع لیاپانوف از پایین کراندار خواهد شد.

برای اثبات از بالا کراندار بودن V نیز همین روند انجام می شود که از آوردن آن صرف نظر می گردد.

بنابراین تابع لیاپانوف از بالا و پایین کراندار است:

$$\mu_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \mu_2(\|x\|) \quad \mu_{1,2} \in \mathcal{K}_\infty \quad (13)$$

حال باید منفی معین بودن \dot{V} را نشان دهیم. با استفاده از رابطه (۶)، به صورت زیر خواهد بود:

ابتدا برای نشان دادن این مسئله رابطه زیر نوشته می شود:

$$\dot{V} \leq -(k_1 - \psi(\varphi, x_2, \xi_3)) \left(\lceil \varphi \rceil^{\frac{1}{3}} - \xi_3 \right) \quad (29)$$

که تابع $\psi(\varphi, x_2, \xi_3)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$\psi(\varphi, x_2, \xi_3) \triangleq \frac{Y(\varphi, x_2, \xi_3)}{\left(\lceil \varphi \rceil^{\frac{1}{3}} - \xi_3 \right)} \quad (30)$$

که $\delta_\psi = 0$ می باشد. به این معنی $\forall \kappa > 0$

$$\psi(\varphi, x_2, \xi_3) = \psi(k^3 \varphi, k^2 x_2, k \xi_3) \quad (31)$$

صورت کسر تابع $\psi(\varphi, x_2, \xi_3)$ پیوسته است و مخرج در همه جا، غیر از $\mu \cap \zeta$ که $\zeta = \left\{ (\varphi, x_2, \xi_3) \in \mathbb{R}^3 \mid |\varphi|^{\frac{2}{3}} + |x_2| + |\xi_3|^2 = 1 \right\}$

پیوسته و مثبت است. از آنجا که تحت شرایط (۲۶) تا (۲۸) Y منفی است، می توان نتیجه گرفت که ψ از بالا پیوسته است.

قضیه ۱ [۲۵]: اگر $f: D \rightarrow R^*$ یک تابع از پایین پیوسته با دامنه D ، زیرمجموعه ای از یک فضای توپولوژیک باشد، آنگاه f از بالا کراندار است.

با استفاده از قضیه بالا نتیجه می شود ψ روی ζ از بالا کراندار است. در نتیجه ψ در \mathbb{R}^3 از بالا کراندار است و برای مقادیر به اندازه کافی بزرگ k_1 با شرط

$$k_1 > \max_{\zeta} \{ \psi(\varphi, x_2, \xi_3) \} \quad (32)$$

\dot{V} منفی معین است.

لم زیر را در نظر بگیرید:

لم ۱ [۲۸]: فرض کنید V_1 و V_2 دو تابع پیوسته روی R^n باشند و به ترتیب همگن از درجه L_1 و L_2 باشند. در نتیجه برای هر $x \in R^n$

$$\left[\min_{\{z: V_1(z)=1\}} V_2(z) \right] \lceil V_1(x) \rceil^{\frac{L_2}{L_1}} \leq V_2(x) \leq \left[\max_{\{z: V_1(z)=1\}} V_2(z) \right] \lceil V_1(x) \rceil^{\frac{L_2}{L_1}} \quad (33)$$

\dot{V} یک تابع پیوسته، منفی معین و همگن از درجه ۴ و از بالا کراندار است و V پیوسته، مثبت معین و همگن از درجه ۵ است و بنابراین با استفاده از لم ۱ خواهیم داشت:

$$\dot{V} \leq -\eta V^{\frac{4}{5}} \quad \eta > 0 \quad (34)$$

قضیه ۲ [۲۵]: فرض کنید $\dot{x} = F(x)$ یک معادله دیفرانسیل همگن با درجه همگنی δ_v باشد؛ آنگاه معادله دیفرانسیل پایدار $\dot{x} = F(x)$ یکنواخت مجانبی کلی حول نقطه تعادل صفر است، اگر یک تابع اسکالر همگن، مثبت معین و پیوسته مشتق پذیر وجود داشته باشد که مشتق آن تابع منفی معین و همگن باشد.

$$\left| \varphi - \lceil x_2 \rceil^{\frac{2}{3}} \right|^{\frac{2}{3}} + \alpha^{\frac{2}{3}} x_2 \leq 2^{\frac{1}{3}} \lceil \varphi \rceil^{\frac{2}{3}} \quad (21)$$

برای تحلیل راحت تر در رابطه (۱۷) یک تابع پیوسته و همگن به نام Y در (۱۷) را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$Y = \frac{5}{3} 2^{\frac{1}{3}} \beta \lceil \varphi \rceil^{\frac{2}{3}} |x_2| |a| - \left(\frac{5\beta}{3} \alpha^{\frac{2}{3}} - 1 \right) a |x_2|^2 + 5\bar{\gamma} \frac{\Delta}{\lambda} \kappa |\xi_3|^4 + 3\kappa |\xi_3|^2 \left[\frac{5}{3} \gamma' \left(\lceil \xi_3 \rceil^2 - \lceil \varphi \rceil^{\frac{2}{3}} \right) - x_2 \right] + 3\kappa \frac{\Delta}{\lambda} |\xi_3|^2 |x_2| - 5\gamma' \kappa \lceil \varphi \rceil^{\frac{2}{3}} |\xi_3|^2 + 3\kappa \frac{\Delta}{\lambda} |\xi_3|^2 |x_2| - 5\gamma' \kappa \lceil \varphi \rceil^{\frac{2}{3}} |\xi_3|^2 \quad (22)$$

بنابراین

$$\dot{V} \leq -k_1 \left(\lceil \varphi \rceil^{\frac{1}{3}} - \xi_3 \right) \left(\lceil \varphi \rceil^{\frac{1}{3}} - \xi_3 \right) + Y(\varphi, x_2, \xi_3) \quad (23)$$

در ادامه دو حالت برای φ در نظر گرفته می شود و منفی معین بودن \dot{V} را برای هر حالت به طور جداگانه به دست می آید.

الف- اگر $\varphi = \lceil \xi_3 \rceil^3$ باشد؛ آنگاه ترم اول در (۲۳) حذف می گردد و $\dot{V} \leq Y(\varphi, x_2, \lceil \varphi \rceil^{\frac{1}{3}})$ منفی معین باشد،

کافی است منفی معین بودن Y نشان داده شود.

برای تحلیل منفی بودن Y را می توان به شکل زیر تعریف نمود:

$$Y = - \left[\lceil \varphi \rceil^{\frac{2}{3}}, |x_2| \right] P \begin{bmatrix} \lceil \varphi \rceil^{\frac{2}{3}} \\ |x_2| \end{bmatrix} \quad (24)$$

که ماتریس P در رابطه بالا به صورت زیر تعریف می شود:

$$P = \begin{bmatrix} 5\gamma' \kappa \left(1 - \frac{\Delta}{\lambda} \right) & * \\ -\frac{1}{2} \left(\frac{5}{3} 2^{\frac{1}{3}} \beta |a| + 3\kappa \left(1 + \frac{\Delta}{\lambda} \right) \right) \left(\frac{5\beta}{3} \alpha^{\frac{2}{3}} - 1 \right) a \end{bmatrix} \quad (25)$$

در صورتی که شرایط زیر برای پارامترهای طراحی برقرار باشد، منفی

معین بودن Y و در نتیجه منفی بودن \dot{V} نتیجه خواهد شد:

$$\lambda > \Delta \quad (26)$$

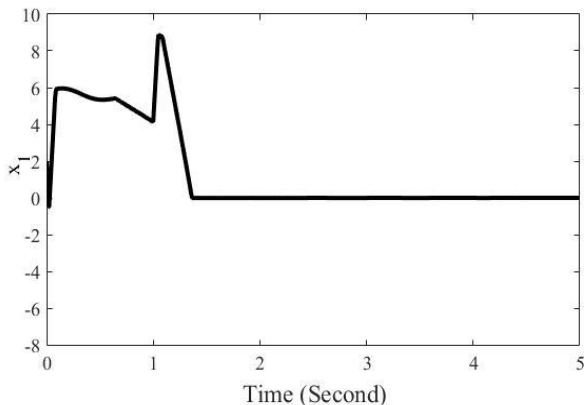
$$\beta > \frac{3}{5\alpha^{\frac{2}{3}}} \quad (27)$$

$$\bar{\gamma} > \frac{\left(\frac{5}{3} 2^{\frac{1}{3}} \beta |a| + 3\kappa \left(1 + \frac{\Delta}{\lambda} \right) \right)^2}{20\kappa \left(1 - \frac{\Delta}{\lambda} \right) \left(\frac{5\beta}{3} \alpha^{\frac{2}{3}} - 1 \right) a} \quad (28)$$

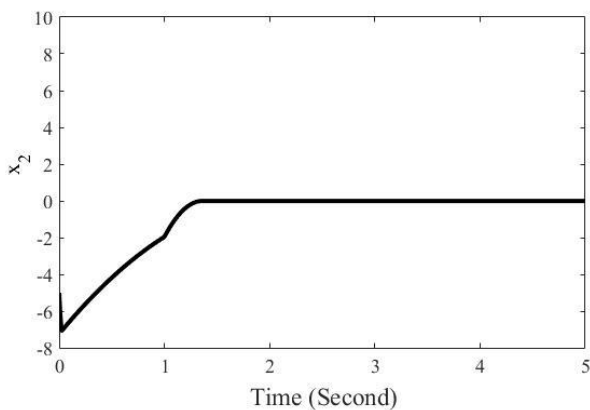
ب- اگر $\varphi \neq \lceil \xi_3 \rceil^3$ باشد:

نشان داده می شود که با انتخاب k_1 بزرگ \dot{V} منفی معین می باشد.

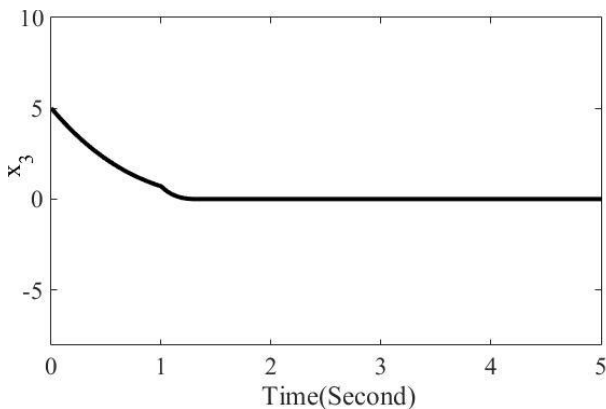
x_3 که در سیستم (۵) تعریف شده‌اند، تحت اعوجاج $\mu(t)$ و پارامتر نامعلوم به صفر همگرا می‌گردند.



شکل ۱: نمودار حالت x_1 تحت اعوجاج در حضور پارامتر نامعلوم



شکل ۲: نمودار حالت x_2 تحت اعوجاج در حضور پارامتر نامعلوم



شکل ۳: نمودار حالت x_3 تحت اعوجاج در حضور پارامتر نامعلوم

با توجه به تعریف مرتبه مد لغزشی [۲۵]، می‌توان سطح لغزش مرتبه اول، دوم و سوم را به ترتیب به صورت توابع پیوسته‌ای از متغیرهای

$$\dot{\sigma} = ax_2, \quad \sigma = x_1$$

$$\dot{\sigma} = \dot{x}_2 = -k_1 L^3 [\varphi_L(x_1, x_2)]^{\frac{1}{3}} + x_3$$

تعریف نمود که بعد از یک زمان محدود به سطح صفر همگرا می‌گردد.

در نتیجه با توجه به قضیه (۲) و اینکه \dot{V} یک تابع پیوسته، منفی معین و همگن از درجه ۴ و از بالا کراندار است و V پیوسته، مثبت معین و همگن از درجه ۵ است، آن گاه $x=0$ نقطه تعادل پایدار یکنواخت مجانبی کلی برای سیستم (۵) است.

قضیه ۳ [۲۸]: فرض کنید که یک تابع اسکالر، مثبت معین و پیوسته همانند $V: D \rightarrow \mathbb{R}$ در نزدیکی نقطه تعادل تعریف شده باشد و در صورتی که $\dot{V} \leq -c(V)^\alpha$ $c > 0, 0 < \alpha < 1$ باشد، آن گاه نقطه تعادل پایدار مجانبی زمان محدود است. اگر $D = \mathbb{R}^n$ باشد، آن گاه نقطه تعادل پایدار مجانبی کلی زمان محدود است. بنابراین بر اساس قضیه ۳ [۲۸] و رابطه (۳۴)، می‌توان نتیجه گرفت که سیستم (۵) در نقطه تعادل، پایدار مجانبی کلی زمان محدود است.

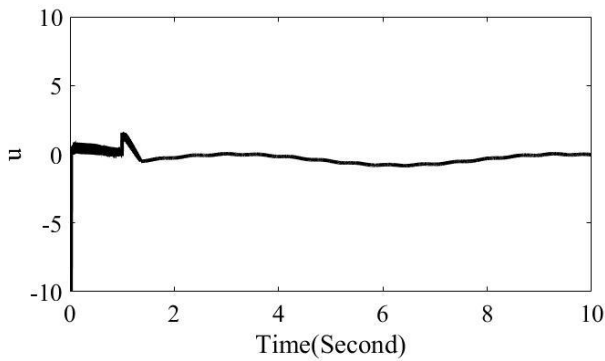
لذا بر اساس دو قضیه مطرح شده، نقطه تعادل سیستم (۵) پایدار یکنواخت مجانبی کلی زمان محدود خواهد بود. می‌توان نتایج بدست آمده را به صورت قضیه زیر جمع‌بندی نمود.

قضیه ۴: در صورتی که برای سیستم (۵) با اعوجاج کراندار یکنواخت $|\dot{\mu}(t)| \leq \Delta$ ($\Delta \geq 0$) باشد و قانون کنترل مطابق رابطه (۲)، پارامترهای قانون کنترل به گونه‌ای انتخاب شوند که نامساوی (۱۱) و (۱۲) برقرار گردد، قانون تطبیق برابر با رابطه (۱۶) انتخاب گردد، سیستم حلقه بسته (۵) به طور یکنواخت پایدار مجانبی کلی زمان محدود است و خطای پارامتر نامعلوم نیز به صفر همگرا می‌گردد.

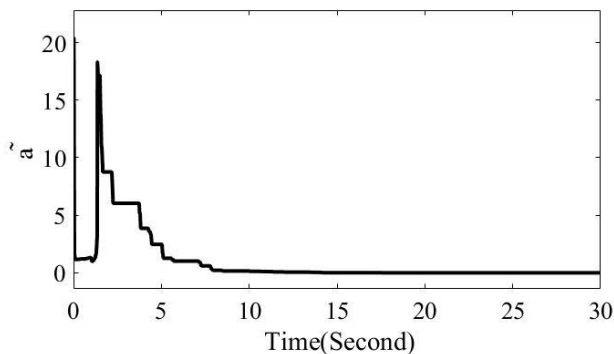
۴- شبیه‌سازی

برای شبیه‌سازی ساختار سیستم مشابه سیستم (۱) در نظر گرفته شده است. مدل سیستم (۱) را می‌توان به عنوان یک آونگ یا یک موتور dc در نظر گرفت و قسمت‌های غیرخطی این سیستم‌ها را می‌توان به عنوان اعوجاجات در مدل سیستم (۱) منظور نمود. برای سیستم (۱) اعوجاجی به صورت $\mu(t) = 3 + 0.2 \cos(2t) + 2 \sin(5t)$ در نظر بگیرید که به این سیستم وارد می‌شود. در سیستم (۱) پارامتر نامعلوم a است. برای انتخاب پارامترها، ابتدا به طور دلخواه مقادیری برای پارامترهای k_1, k_2, α, L برای کنترل کننده که با رابطه (۲) مشخص شده است، انتخاب می‌گردد. به گونه‌ای که نامساوی‌های (۱۱) و (۱۲) برقرار گردد. بر اساس مقادیر پارامترها و نامساوی‌های (۱۱) و (۱۲)، $c_1, c_2, \bar{\gamma}, \bar{\gamma}, \beta$ هم تعیین می‌گردند. بهره‌های کنترل کننده (۲) با توجه به نامساوی‌ها (۱۱) و (۱۲) به صورت $k_1=18, k_2=6, \alpha=1$ با $L=15$ انتخاب شده است.

نمودار حالت‌های سیستم (۵) بر حسب زمان در شکل ۱ تا ۳ نشان داده شده است. توجه شود متغیر حالت سوم، متغیر کمکی تعریف شده برای سیستم (۱) طبق رابطه (۳) است. همان‌طور که در شکل ۱ قابل مشاهده است، حالت‌های سیستم x_1 و x_2 و متغیر کمکی



شکل ۶: نمودار ورودی کنترل مطابق با رابطه (۲)



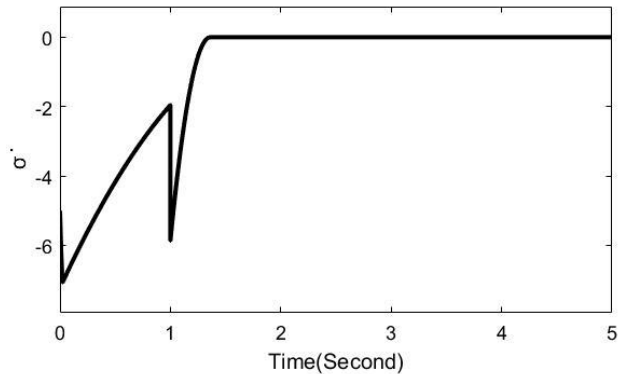
شکل ۷: نمودار خطای تخمین پارامتر نامعلوم مطابق با رابطه (۱۶)

چترینگ موجود در سه متغیر حالت سیستم (۵) در شکل ۸ نشان داده شده است. این شکل نشان دهنده آن است که خطای حالت‌های سیستم بسیار ناچیز است و روش پیشنهادی دارای نوساناتی قابل چشم‌پوشی است.

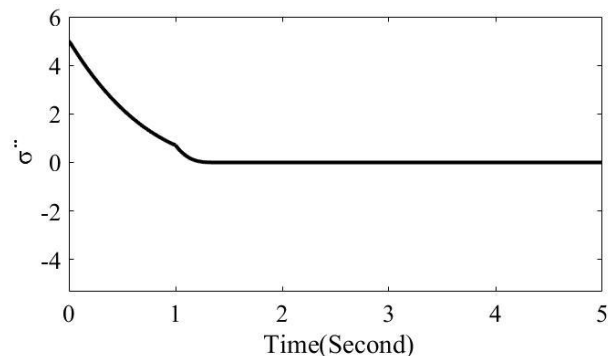
در ادامه، نتایج شبیه‌سازی سیستم (۱) بر اساس روش کنترل مد لغزشی متداول [۲۹] آورده می‌شود. در کنترل مد لغزشی اعوجاجات سیستم (۱) که به صورت $\mu(t) = 3 + 0.2\cos(2t) + 2\sin(5t)$ برای سیستم (۵) در نظر گرفته شده است، به صورت اغتشاش برای سیستم (۱) در نظر گرفته می‌شود و بنابراین نیازی به متغیر کمکی برای اغتشاشات وجود ندارد و به همین دلیل فقط دو متغیر حالت در سیستم وجود خواهد داشت.

نتایج شبیه‌سازی مربوط ورودی سیگنال کنترل در شکل ۹ و نمودار متغیر حالت‌های سیستم در شکل ۱۰ آورده شده است همان‌طور که نتایج شبیه‌سازی شکل‌های ۹ و ۱۰ نشان می‌دهد، خطا در روش کنترل مد لغزشی از روش پیشنهادی بیشتر است و چترینگ هم در کنترل مد لغزشی دامنه بزرگی در متغیرهای حالت و ورودی کنترل دارد.

البته $\sigma^{(3)}$ به دلیل ناپیوستگی در \dot{x} ناپیوسته است و در واقع یک مد لغزشی مرتبه سوم برای سیستم (۱) با وجود اعوجاج وجود خواهد شد. با توجه به نتایج شبیه‌سازی $\dot{\sigma}$, $\ddot{\sigma}$ همگرایی به صفر برای این دو متغیر بیانگر مد لغزشی مرتبه سوم است. نتایج شبیه‌سازی برای سطوح لغزش مرتبه دوم و سوم در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده است.



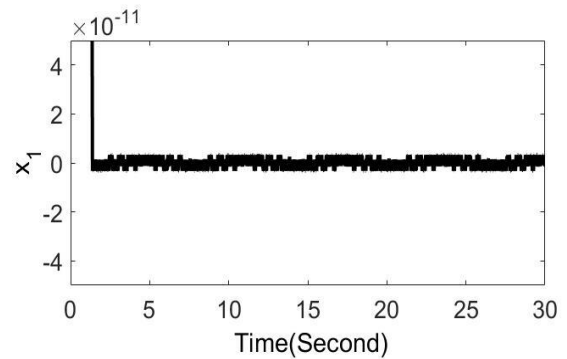
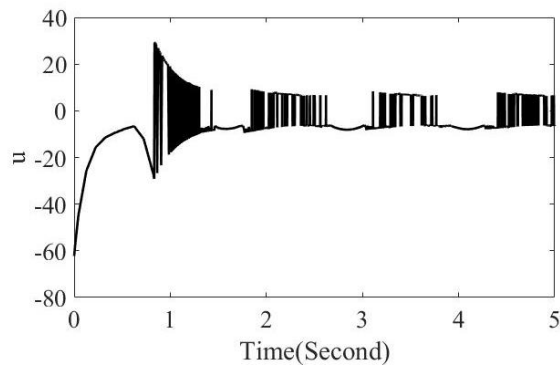
شکل ۴: نمودار همگرایی سطح لغزش مرتبه دوم ($\dot{\sigma}$)



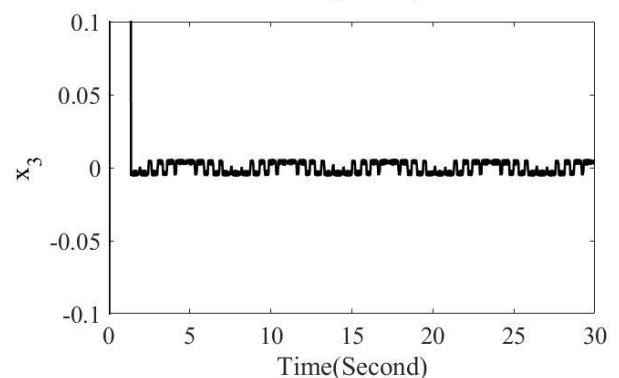
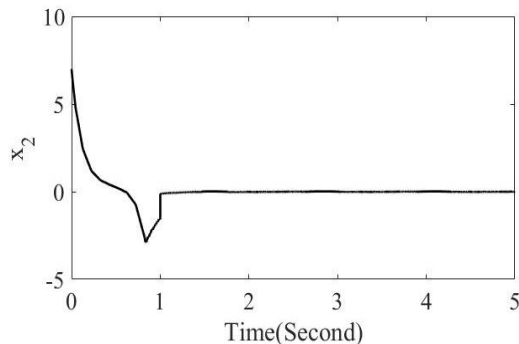
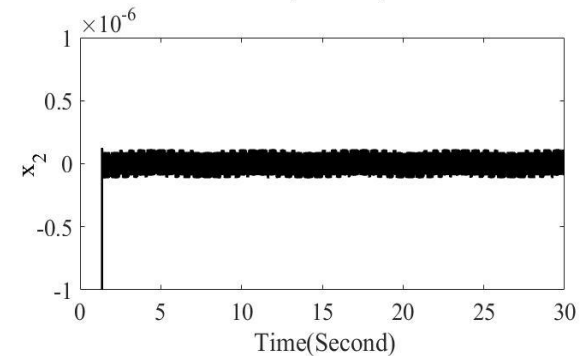
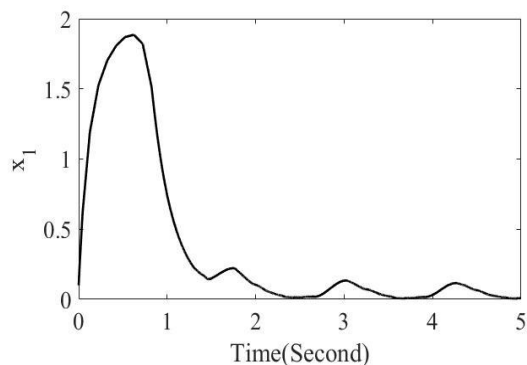
شکل ۵: نمودار همگرایی سطح لغزش مرتبه سوم ($\ddot{\sigma}$)

شکل ۶ سیگنال کنترل مطابق با رابطه (۲) را برای سیستم (۵) نشان می‌دهد. با توجه به شکل واضح است که کنترل کننده قادر به جبران اعوجاجات موجود در سیستم است.

شکل ۷ خطای تخمین پارامتر نامعلوم و همگرایی خطا به صفر را نشان می‌دهد. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی شکل‌های ۱ تا ۷، واضح است که حالت‌های سیستم در زمان محدود به صفر همگرا شده است و چترینگ موجود در روش‌های لغزشی به طرز قابل قبولی کاهش یافته است. وجود نوسانات قابل چشم‌پوشی باعث می‌گردد که وقتی سیستم (۱) به عنوان مدل یک سیستم واقعی در نظر گرفته می‌شود، مشکلی از لحاظ اعمال ورودی کنترل و اندازه‌گیری سایر سیگنال‌ها برای سیستم وجود نداشته باشد.



شکل ۹: نمودار ورودی کنترل بر اساس روش کنترل مد لغزشی متداول



شکل ۸: دامنه نوسانات متغیرهای حالت x_1 ، x_2 و x_3

شکل ۱۰: نمودار حالت‌های x_1 ، x_2 بر اساس روش کنترل مد لغزشی

مراجع

- [1] P. Skruch, "Feedback stabilization of a class of nonlinear second-order systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 59, no. 4, pp. 681-693, 2010.
- [2] M. P. Aghababa, "Fractional modeling and control of a complex nonlinear energy supply-demand system," *Complexity*, vol. 20, no. 6, pp. 74-86, 2015.
- [3] M. Yue and X. Wei, "Dynamic balance and motion control for wheeled inverted pendulum vehicle via hierarchical sliding mode approach," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 228, no. 6, pp. 351-358, 2014.
- [4] S. Mobayen and V. J. Majd, "Robust tracking control method based on composite nonlinear feedback technique for linear systems with time-varying uncertain parameters and disturbances," *Nonlinear Dynamics*, vol. 70, no. 1, pp. 171-180, 2012.

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، روش کنترل مد لغزشی ترمینال پیوسته تطبیقی جهت پایدارسازی دسته‌ای از سیستم‌های دارای اعوجاج و نامعلومی به کار برده شده است و نحوه انتخاب مقادیر بهره‌های کنترل کننده و شرایط لازم برای پایداری سیستم شرح داده شده است. همچنین به کمک قانون تطبیق، تخمین پارامتر نامعلوم سیستم به دست آمد و اثبات پایداری با پیشنهاد تابع لیاپانوفی همگن و مشتق پذیر انجام گرفت. با توجه به پیوسته بودن قانون کنترل، اعوجاج جبران شده است که این امر در عمل مانع از خسارت به عملگرهای سیستم می‌شود. شبیه‌سازی‌ها انجام شده همگرایی حالات سیستم به صفر را نشان می‌دهند.

سپاس‌گزاری

نویسندگان مقاله مراتب قدرانی خود را از حمایت دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل از طریق اعتبار پژوهشی شماره BNUT/۳۷۰۲۴۴/۹۹ اعلام می‌دارند.

- [16] G. Bartolini, A. Ferrara and E. Usani, "Chattering avoidance by second-order sliding mode control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 43, no. 2, pp. 241-246, 1998.
- [17] L. Fridman, *Sliding Mode Enforcement after 1990: Main Results and Some Open Problems*, Springer Berlin Heidelberg, 2011.
- [18] A. Levant, "Principles of 2-sliding mode design," *Automatica*, vol. 43, no. 4, pp. 576-586, 2007.
- [19] A. Polyakov and A. Poznyak, "Unified Lyapunov function for a finite-time stability analysis of relay second-order sliding mode control systems," *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, vol. 29, no. 4, pp. 529-550, 2012.
- [20] T. Sanchez and J. A. Moreno, "Lyapunov functions for twisting and terminal controllers," In: *Proceedings of the 13th International Workshop on Variable Structure Systems Nantes*, pp. 1-6, 2014.
- [21] M. Sarailoo, Z. Rahmnaei, B. Rezaei, "Fuzzy Sliding Mode Control for Hyper Chaotic Chen System," *Advances in Electrical and Computer Engineering*, vol. 12, pp. 85-90, 2012.
- [22] A. Levant, "Quasi-continuous high-order sliding-mode controllers," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 50, no. 11, pp. 1812-1816, 2005.
- [23] M. V. Basin and P. C. R. Ramirez, "A supertwisting algorithm for systems of dimension more than one," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, no. 11, pp. 6472-6480, 2014.
- [24] C. Edwards and Y. B. Shtessel, "Continuous higher order sliding mode control based on adaptive disturbance compensation," In *Variable Structure Systems (VSS), 13th International Workshop on*, pp. 1-5, 2014.
- [25] A. Levant, "Homogeneity approach to high-order sliding mode design," *Automatica*, vol. 41, no. 5, pp. 823-830, 2005.
- [26] S.P. Bhat, D. S. Bernstein, *Inequalities*, London: Cambridge University Press, 1951.
- [27] E. J. McShane and T. A. Botts, *Real Analysis*, vanNostrand. Princeton, NJ, 1959.
- [28] S. P. Bhat and D. S. Bernstein, "Geometric homogeneity with applications to finite-time stability," *Mathematics of Control, Signals, and Systems (MCSS)*, vol. 17, no. 2, pp. 101-127, 2005.
- [29] Y. John, Y. G. Weibing and J. C. Hung, "Variable Structure Control: A Survey," *IEEE Transaction on industrial electronics*, vol.50, no. 1, pp.2-22, 2003
- [5] D. Efimov, A. Polyakov, L. Fridman, W. Perruquetti and J. P. Richard, "Delayed sliding mode control," *Automatica*, vol. 64, no. 1, pp. 37-43, 2016.
- [6] D. Rosas, J. Alvarez and E. Alvarez, "Robust synchronization of arrays of uncertain nonlinear second-order dynamical systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 67, no. 4, pp. 2735-2746, 2012.
- [۷] علیرضا مدیر روستا و مهدی خدابنده، «طراحی یک روش کنترل مد لغزشی انتگرالی تطبیقی برای پایداریسازی زمان محدود و مقاوم پرنده چهارمخه» *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحه ۳۲۱-۳۳۲، بهار ۱۳۹۵.
- [8] S. Mobayen, "Design of LMI-based global sliding mode controller for uncertain nonlinear systems with application to Genesio's chaotic system," *Complexity*, vol. 21, no. 1, pp. 94-98, 2015.
- [9] S. Mobayen, "Design of a robust tracker and disturbance attenuator for uncertain systems with time delays," *Complexity*, vol. 21, no. 1, pp. 340-348, 2015.
- [10] S. Mobayen, "Finite-time robust-tracking and model-following controller for uncertain dynamical systems," *Journal of Vibration and Control*, vol. 22, no. 4, pp. 1117-1127, 2016.
- [۱۱] یاشار شببویی، امیر ریخته‌گری غیائی و سهراب خان‌محمدی، «طراحی کنترل کننده تحمل‌پذیر خطای مد لغزشی ترمینال غیرتکین برای سیستم‌های غیرخطی بر مبنای فیلتر کالمن توسعه‌یافته تطبیقی» *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۴، صفحه ۱۷۳-۱۸۳، زمستان ۱۳۹۵.
- [12] L. Wang, Y. Sheng and X. Liu, "A novel adaptive high-order sliding mode control based on integral sliding mode," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 12, no. 3, pp. 459-472, 2014.
- [13] S. Mobayen, V. J. Majd and M. Sojoodi, "An LMI-based composite nonlinear feedback terminal sliding-mode controller design for disturbed MIMO systems," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 85, no. 1, pp. 1-10, 2012.
- [14] S. Mobayen, "An LMI-based robust controller design using global nonlinear sliding surfaces and application to chaotic systems," *Nonlinear Dynamics*, vol. 79, no. 2, pp. 1075-1084, 2015.
- [15] S. Kamal, J. A. Moreno, A. Chalanga, B. Bandyopadhyay and L. M. Fridman, "Continuous terminal sliding-mode controller," *Automatica*, vol. 69, no. 1, pp. 308-314, 2016.

زیر نویس‌ها

⁴ Arbitrary Order

⁵ Nested Sliding Mode

⁶ Continuous Terminal Sliding Mode

¹ Sliding Mode Control

² High Order Sliding Mode

³ Super Twisting Algorithm