

# شناسایی موقعیت و جریان یک قوس الکتریکی خطی با استفاده از مدل فازی عصبی خطی محلی و داده‌های آرایه‌ای از حسگرهای مغناطیسی

جواد شریفی<sup>۱</sup>، استادیار؛ نرگس سراج<sup>۲</sup>، دانشجوی کارشناسی ارشد

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی قم - قم - ایران - jv.sharifi@gmail.com

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه صنعتی قم - قم - ایران - nseraj1992@yahoo.com

**چکیده:** هدف این مقاله شناسایی موقعیت مکانی و مقدار یک جریان الکتریکی با مسیر خطی با استفاده از میدان مغناطیسی اطراف آن، توسط الگوریتم هوشمند فازی-عصبی است. جریان الکتریکی خطی می‌تواند شامل یک سیم رسانای حامل جریان و یا یک قوس پلاسمای خطی غیردایره‌ای باشد. در ابتدا چند روش غیرهوشمند برای شناسایی یک قوس خطی مورد بحث و بررسی قرار گرفت و پس از ناکامی این روش‌ها، الگوریتم شبکه عصبی و نوروفازی اعمال و کارایی هر یک در شناسایی مختصات و مقدار جریان قوس خطی به‌وسیله داده‌های آرایه‌ای از حسگرهای مغناطیسی حول آن توسط شبیه‌سازی مورد بحث قرار می‌گیرد؛ که الگوریتم نوروفازی بر پایه اندازه‌گیری مؤلفه‌های میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی با آرایه حسگری نتیجه موفق‌تری به همراه دارد. چندین شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB برای اثبات این ادعا انجام شده است.

**واژه‌های کلیدی:** قوس الکتریکی خطی، پلاسما، شناسایی تکه‌ای خطی شکل و جریان، الگوریتم فازی عصبی، آرایه حسگر مغناطیسی

## Identification of Position and Magnitude of a Linear Electric Current Using Locally Linear Neuro-Fuzzy Model and Based on Data of a Collection of Magnetic Sensors Array

J. Sharifi<sup>1</sup>, Assistant Professor; N. Seraj<sup>2</sup>, MSc Student

1- Electrical and Computer Engineering Department, Qom University of Technology, Qom, Iran, Email: jv.sharifi@gmail.com

2- Electrical and Computer Engineering Department, Qom University of Technology, Qom, Iran, Email: nseraj1992@yahoo.com

**Abstract:** The aim of this paper is identification of the position and value of linear electric current by using of magnetic field sensing around it by using of neuro-fuzzy intelligent algorithm. A linear current includes a current-carrying wire or a noncircular linear plasma current. At first, we test several classical methods for identification, but as we will see, all of them are unsuccessful. Then performance of the neural network and neuro-fuzzy algorithm is investigated by the data of an array of magnetic sensors which we assume lie in one and then two rings around electric current. The identification result of magnetic sensors arrays neuro-fuzzy modelling is better than classical and neural network methods. We have done several simulation results in MATLAB to see our assertions.

**Key-words:** linear electric arc, plasma, current and shape locally linear identification, neuro-fuzzy algorithm, magnetic sensor array

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۲۱

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۰۳

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۱/۱۵

نام نویسنده مسئول: جواد شریفی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - قم - بلوار شهید خداکرم - دانشگاه صنعتی قم - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

## ۱- مقدمه

امروزه حدود ۸۰ درصد سوخت بشر از سوخت فسیلی تأمین می‌شود که این انرژی‌ها بازگشت ناپذیرند. طبق تخمین‌ها تا سال ۲۰۵۰ تنها ۲۵ درصد این منابع در جهان باقی می‌مانند [۱]. پس باید به فکر منبع انرژی تجدیدپذیر بود، منبعی مثل هم‌جوشی هسته‌ای که این منبع ارزان و دسترس بوده و حتی می‌تواند از آب دریا تأمین شود.

هم‌جوشی هسته‌ای در دمای بالا انجام می‌شود، زیرا نیروی دافعه کولنی پروتون‌های هسته در دمای میلیون درجه‌ای افزایش از بین رفته و هسته‌ها باهم برخورد می‌کنند. اگر دما تا ۱۰ هزار درجه برسد، الکترون از هسته جدا می‌شود و یک گاز یونیزه بنام پلاسما به وجود می‌آید؛ بنابراین الکترون‌ها در آن آزادند [۲]. جریان پلاسما غیرخطی و شبیه به قوس‌های الکتریکی خطی<sup>۱</sup> به هم پیوسته است [۳]

دستیابی به مقدار و مختصات جریان پلاسما، به لحاظ اهمیت کنترل آن برای انجام آزمایش و ارزیابی داده در دستگاه‌های توکامک اهمیتی ویژه دارد.

برای نمونه در مرجع [۴] با نمونه برداری سریع از جریان پلاسما به وسیله حسگرهای CCD پرسرعت و با استفاده از الگوریتم‌های تشخیص لبه، به شناسایی بلادرنگ ساختار پلاسما حاصل از جوش هسته‌ای پرداخته است که البته با توجه به بلادرنگ بودن سیستم، مدعی هستند که می‌توان از آن برای کاربردهای کنترلی ساختار پلاسما استفاده کرد. همچنین در [۵] با استفاده از روش تخمین خطی حداقل مربعات خطا به همراه روش نقطه ثابت و نیز المان محدود برای شناسایی ساختار حالت تعادل پلاسما توکامک با عملکرد بالای حالت ایستاد دست یافته است. از دیگر کاربردهای شناسایی پلاسما، می‌توان به آمادگی ماهواره‌ها و فضاپیماها در مواجهه با جریانات پلاسما موجود در فضا اشاره کرد که منجر به تولید و ارتقای نرم‌افزارهای تخصیص یافته در این زمینه شده است [۶]. همچنین می‌توان به منظور شناسایی ساختار جریان پلاسما از روش‌های تحلیل و شناسایی غیرخطی مانند تحلیل اجزای اصلی (PCA) استفاده کرد [۷]. در این روش با مدل جعبه خاکستری از معادلات مغناطیسی MHD جریان پلاسما استفاده کرده است که در آن به منظور اصلاح جریان پلاسما در توکامک، یک منبع گرما و یک عملگر محرک جریان به آن اضافه شده و در نهایت به شناسایی چگالی جریان با استفاده از نتایج شبیه‌سازی پرداخته شده است. اگرچه استفاده از PCA پیچیدگی غیرخطی در ابعاد ورودی سیستم را کاهش می‌دهد اما چون یک سیگنال اصلی را به چندین سیگنال افزایش می‌دهد، در نتیجه حجم داده‌ها برای شناسایی را افزایش می‌دهد و در نتیجه برای کنترل بلادرنگ پلاسما مناسب نیست.

از دیگر روش‌ها برای شناسایی شکل و موقعیت پلاسما می‌توان به روش فیلتر مقاوم  $H_\infty$  اشاره کرد [۸]. مزیت این روش در استفاده زمان-حقیقی آن به منظور کنترل شکل پلاسما است اما متأسفانه با توجه به

خطی بودن روش برای شناسایی یک ساختار دینامیکی غیرخطی، خطای زیادی دارد.

عده‌ای از محققان نیز از روش‌های خطی نسبتاً ساده‌تر مانند کم‌ترین مربعات و روش مثلث سیمپلکس [۹] برای شناسایی ساختار پلاسما به منظور کنترل استفاده کرده‌اند. در مرجع [۱۰] از روش مدل‌سازی تابع پایه دوخطی و کنترل استاندارد PID استفاده کرده است. از دیگر روش‌های شناسایی و کنترل پلاسما عبارت‌اند از روش برخط کنترل پیش‌بین [۱۱-۱۲]، روش پایدارساز کنترل مقاوم [۱۳] می‌باشد. از ایده‌های بنیادی و مهم در این حوزه می‌توان به شناسایی مؤلفه‌های معادلات MHD<sup>۲</sup> پلاسما با استفاده از محاسبات مغناطیسی جریان اشاره کرد [۱۴، ۱۵]. نیز از فیلترها و رویه‌گرها (همچون  $H_\infty$ ، کالمن، کانی<sup>۳</sup>) برای شناسایی شکل و جریان پلاسما استفاده شده است [۴، ۸، ۱۶].

مطالعات نشان می‌دهد که روش حداقل مربعات برای شناسایی شکل جریان پلاسما با معادلات MHD نیز موفق بوده است [۵، ۹]. با این روش سه مؤلفه اصلی جریان پلاسما که عبارت‌اند از: شعاع جزئی<sup>۴</sup>، کشیدگی و سه پهلویی<sup>۵</sup>، از روی معادلات MHD شناسایی می‌شوند. همان‌طور که گفته شد در تمامی کارهایی که در این زمینه صورت پذیرفته، از معادلات MHD پلاسما برای شناسایی آن استفاده شده و شناسایی قوس الکتریکی خطی و تعمیم آن برای شناسایی تکه‌ای خطی پلاسما که ایده این پژوهش می‌باشد، تا به حال مطرح نشده است. در این پژوهش برای شناسایی جریان و مختصات قوس الکتریکی خطی که سیستمی شامل ۷ مجهول و شدیداً غیرخطی می‌باشد از مدل فازی عصبی خطی محلی<sup>۶</sup> استفاده شده است.

از مدل فازی عصبی با الگوریتم خطی محلی در مواردی همچون پیش‌بینی طوفان‌های خورشیدی [۲۵، ۲۶] و تخمین هم‌جوشی [۲۷] و به‌طور کلی از مدل فازی در شناسایی سیستم‌های غیرخطی [۲۸] و از تلفیق آن با شبکه عصبی برای پیش‌بینی سیستم‌های غیرخطی ترافیک استفاده شده است [۲۹].

در تمامی این موارد روش نوروفازی خطی-محلی منجر به نتایج بسیار دقیقی از شناسایی و تخمین سیستم غیرخطی شده است. در ادامه مقاله دارای ساختار زیر است. در بخش ۲-۱ معادلات بیوساوار میدان مغناطیسی ناشی از یک تکه جریان در مکان یک آرایه دایره‌ای از حسگرها محاسبه شده است. در بخش ۳-۲ شبکه عصبی پرسپترون و در بخش ۳-۳ شبکه فازی-عصبی مورد استفاده در این مقاله شرح داده می‌شود. بخش ۳ مربوط به نتایج استفاده از راه‌های معمول برای حل چند معادله-چند مجهول بوده و در بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی حاصل از شبکه عصبی و الگوریتم فازی عصبی و مزایای الگوریتم دوم برای شناسایی قوس الکتریکی خطی با طرح دو آرایه، مورد بحث قرار می‌گیرد. در پایان در نتیجه‌گیری و کارهای آینده چگونگی تعمیم این ایده برای شناسایی پلاسما غیرخطی مورد تعامل قرار خواهد گرفت.

۲- ریاضیات مسئله

۲-۱- میدان حول یک قوس الکتریکی خطی با استفاده از

بیوساوار

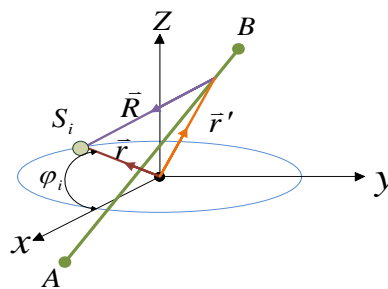
با توجه به قانون بیوساوار داریم:

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left( \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{R^3} \right) \rightarrow B = \oint_C dB \quad (1)$$

طبق شکل ۱ فرضیات زیر را در نظر می‌گیریم:

$r_0$  شعاع دایره حسگری،  $S_i$ : حسگر  $i$  ام،  $n$  تعداد حسگرهای موردنیاز (مجهول)،  $\phi_i = \frac{360i}{n}$ : زاویه محل حسگر با محور  $x$ ،  $x_A$ ،  $y_A$ ،  $z_A$ ،  $y_B$ ،  $z_B$  و  $I$  پارامترهای جریان و مختصات می‌باشد و داریم:

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{r} - \vec{r}' \\ \vec{r} &= r_0 \cos \phi_i \hat{x} + r_0 \sin \phi_i \hat{y} \\ d\vec{l} &= dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z} \\ \vec{r}' &= x' \hat{x} + y' \hat{y} + z' \hat{z} \end{aligned} \quad (4)$$



که در آن

شکل ۱: سیم حامل جریان در حلقه حسگری با تعداد مجهولی حسگر

معادله خط سیم و یا قوس الکتریکی خطی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{x-x_A}{x_B-x_A} &= \frac{y-y_A}{y_B-y_A} = \frac{z-z_A}{z_B-z_A} \Rightarrow \\ x' &= \frac{x_B-x_A}{y_B-y_A} y' - \left( \frac{x_B-x_A}{y_B-y_A} y_A - x_A \right) = m_1 y' - M_1 \\ z' &= \frac{z_B-z_A}{y_B-y_A} y' - \left( \frac{z_B-z_A}{y_B-y_A} y_A - z_A \right) = m_2 y' - M_2 \\ y' &= \frac{1}{m_1} x' - \left( \frac{1}{m_1} x_A - y_A \right) = m_1' x' - M_1' \\ z' &= \frac{z_B-z_A}{x_B-x_A} x' - \left( \frac{z_B-z_A}{x_B-x_A} x_A - z_A \right) = m_3 x' - M_3 \\ x' &= \frac{1}{m_3} z' - \left( \frac{1}{m_3} z_A - x_A \right) = m_3' z' - M_3' \\ y' &= \frac{1}{m_2} z' - \left( \frac{1}{m_2} z_A - y_A \right) = m_2' z' - M_2' \end{aligned} \quad (2)$$

با توجه به فرضیات و معادله (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{aligned} B &= (dx \hat{x} + dy \hat{y} + dz \hat{z}) \times \\ &= \frac{(r_0 \cos \phi_i - x') \hat{x} + (r_0 \sin \phi_i - y') \hat{y} - z' \hat{z}}{[(r_0 \cos \phi_i - x')^2 + (r_0 \sin \phi_i - y')^2 - z'^2]^{\frac{3}{2}}} = \\ &= \left[ \frac{r_0 \sin \phi_i - y'}{A_1} \hat{z} + \frac{z'}{A_1} \hat{y} \right] dx' + \left[ -\frac{r_0 \cos \phi_i - x'}{A_2} \hat{z} - \frac{z'}{A_2} \hat{x} \right] dy' \\ &= \left[ -\frac{r_0 \cos \phi_i - x'}{A_3} \hat{y} - \frac{r_0 \sin \phi_i - y'}{A_3} \hat{x} \right] dz' = \\ &= \left[ \frac{r_0 \sin \phi_i - y'}{A_1} dx' - \frac{r_0 \cos \phi_i - x'}{A_2} dy' \right] \hat{z} + \\ &= \left[ \frac{z'}{A_1} dx' - \frac{r_0 \cos \phi_i - x'}{A_3} dz' \right] \hat{y} + \\ &= \left[ -\frac{z'}{A_2} dy' - \frac{r_0 \sin \phi_i - y'}{A_3} dz' \right] \hat{x} \end{aligned} \quad (3)$$

که هر یک محاسبه می‌گردند و معادلات (۴) تا (۹) را می‌سازند:

$$\begin{aligned} -\frac{(r_0 \sin \phi_i - y')}{A_1} dx' \hat{z} &= \frac{m_1' x' + d_1}{a_1 x'^2 + b_1 x' + c_1} dx' \hat{z} \\ \Rightarrow \int_{x_A}^{x_B} \frac{m_1' x' + d_1}{a_1 x'^2 + b_1 x' + c_1} dx' \hat{z} &= \\ [-2\alpha_1 [(a_1 x_B^2 + b_1 x_B + c_1)^{-\frac{3}{2}} - (a_1 x_A^2 + b_1 x_A + c_1)^{-\frac{3}{2}}] \\ + e_1 a_1^{-\frac{3}{2}} \left[ \frac{x_B + \frac{b_1}{2a_1}}{\left( \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1^2}{4a_1^2} \right) \sqrt{\left( x_A + \frac{b_1}{2a_1} \right)^2 + \left( \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1^2}{4a_1^2} \right)}} \right. \\ \left. - \frac{x_A + \frac{b_1}{2a_1}}{\left( \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1^2}{4a_1^2} \right) \sqrt{\left( x_A + \frac{b_1}{2a_1} \right)^2 + \left( \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1^2}{4a_1^2} \right)}} \right] \hat{z} \end{aligned} \quad (4)$$

$$A_1 = a_1 x'^2 + b_1 x' + c_1, \quad \alpha_1 = \frac{m_1'}{2a_1}, \quad e_1 = \frac{b_1 m_1'}{2a_1} - d_1$$

$$a_1 = 1 + m_1'^2 + m_3'^2, \quad d_1 = -r_0 \sin \phi_i - M_1'$$

$$b_1 = -2r_0 \cos \phi_i - 2m_1' r_0 \sin \phi_i - 2M_1' m_1' - 2M_3' m_3'$$

$$c_1 = r_0^2 + 2M_1' r_0 \sin \phi_i + M_3'^2 + M_1'^2$$

$$\begin{aligned} -\frac{z'}{A_1} dx' \hat{y} &= \frac{m_3 x' + M_3}{a_1 x'^2 + b_1 x' + c_1} dx' \hat{y} \\ \Rightarrow \int_{x_A}^{x_B} \frac{m_3 x' + M_3}{a_1 x'^2 + b_1 x' + c_1} dx' \hat{y} &= \\ [-2\alpha_2 [(a_1 x_B^2 + b_1 x_B + c_1)^{-\frac{3}{2}} - (a_1 x_A^2 + b_1 x_A + c_1)^{-\frac{3}{2}}] \\ + e_2 a_1^{-\frac{3}{2}} \left[ \frac{x_B + \frac{b_1}{2a_1}}{\left( \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1^2}{4a_1^2} \right) \sqrt{\left( x_A + \frac{b_1}{2a_1} \right)^2 + \left( \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1^2}{4a_1^2} \right)}} \right. \\ \left. - \frac{x_A + \frac{b_1}{2a_1}}{\left( \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1^2}{4a_1^2} \right) \sqrt{\left( x_A + \frac{b_1}{2a_1} \right)^2 + \left( \frac{c_1}{a_1} - \frac{b_1^2}{4a_1^2} \right)}} \right] \hat{y} \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن  $\alpha_2 = -\frac{m_3}{2a_1}$ ,  $e_2 = \frac{b_1 m_3}{2a_1} - M_3$  داریم:

که در آن:

$$A_2 = a_3 z'^2 + b_3 z' + c_3, \quad \alpha_5 = \frac{-m_3'}{2a_3}, \quad e_5 = \frac{b_3 m_3'}{2a_3} - d_3$$

$$a_3 = 1 + m_3'^2 + m_2'^2, \quad d_3 = -r_0 \cos \varphi_i - M_3'$$

$$b_3 = -2m_2' r_0 \sin \varphi_i - 2m_3' r_0 \cos \varphi_i - 2M_3' m_3' - 2M_2' m_2'$$

$$c_3 = r_0^2 + 2M_3' r_0 \cos \varphi_i + 2M_2' r_0 \sin \varphi_i + M_2'^2 + M_3'^2$$

و در نهایت:

$$\frac{r_0 \sin \varphi_i - y'}{A_3} dz' \hat{x} \stackrel{Line eq.}{=} \frac{m_2' z' + d_4}{a_3 z'^2 + b_3 z' + c_3} dz' \hat{x}$$

$$\Rightarrow \int_{z_A}^{z_B} \frac{m_2' z' + d_4}{a_3 z'^2 + b_3 z' + c_3} dz' \hat{x} =$$

$$[-2\alpha_6 [(a_3 z_B^2 + b_3 z_B + c_3)^{\frac{3}{2}} - (a_3 z_A^2 + b_3 z_A + c_3)^{\frac{3}{2}}] \dots$$

$$+ e_6 a_3^{-3/2} \left[ \frac{z_B + \frac{b_3}{2a_3}}{\left(\frac{c_3}{a_3} - \frac{b_3^2}{4a_3^2}\right) \sqrt{\left(z_B + \frac{b_3}{2a_3}\right)^2 + \left(\frac{c_3}{a_3} - \frac{b_3^2}{4a_3^2}\right)}} \right. \tag{9}$$

$$\left. - \frac{z_A + \frac{b_3}{2a_3}}{\left(\frac{c_3}{a_3} - \frac{b_3^2}{4a_3^2}\right) \sqrt{\left(z_A + \frac{b_3}{2a_3}\right)^2 + \left(\frac{c_3}{a_3} - \frac{b_3^2}{4a_3^2}\right)}} \right] \hat{y}$$

که در آن داریم:

$$d_4 = r_0 \sin \varphi_i + M_2', \quad \alpha_6 = \frac{-m_2'}{2a_3}, \quad e_6 = \frac{-b_3 m_2'}{2a_3} - d_4$$

بنابراین میدان نهایی حول یک قوس الکتریکی خطی که یک سیم حامل جریان و یا یک پلاسمای غیر دایره‌ای خطی می‌تواند باشد به صورت زیر می‌گردد:

$$B = (Eq7 + Eq9) \hat{x} + (Eq5 + Eq8) \hat{y} + (Eq4 + Eq6) \hat{z} \tag{10}$$

در ادامه این معادله ۷ مجهولی با روش‌های غیرهوشمند مورد آزمون قرار خواهد گرفت و خواهیم دید که پس از ناکامی این روش‌ها (از جمله روش حداقل مربعات خطا) در همگرایی به پاسخ صحیح، الگوریتم هوشمند فازی عصبی برای شناسایی پاسخ‌های صحیح مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

### ۲-۲- روش حداقل مربعات

شناسایی سیستم‌های تک‌ورودی تک‌خروجی خطی عموماً بر اساس روش کلاسیک حداقل مربعات است [۱۷]. این روش برای سیستم‌های دینامیکی چندان مناسب نیست [۱۸]. اگرچه این الگوریتم بیچیدگی ندارد و از این دیدگاه مزیت دارد اما توانایی تخمین سازگار با اختلالات را ندارد [۱۷].

معادله دینامیکی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$y_i(k) + a_{i1} y(k-1) + a_{i2} y(k-2) + \dots \tag{11}$$

$$+ a_{in} y(k-n) = 0$$

$$\frac{-(r_0 \cos \varphi_i - x')}{A_2} dy' \hat{z} \stackrel{Line eq.}{=} \frac{-m_1 y' + d_2}{a_2 y'^2 + b_2 y' + c_2} dy' \hat{z}$$

$$\Rightarrow \int_{y_A}^{y_B} \left( \frac{-m_1 y' + d_2}{a_2 y'^2 + b_2 y' + c_2} \right) dy' \hat{z} =$$

$$[2\alpha_3 [(a_2 y_B^2 + b_2 y_B + c_2)^{\frac{3}{2}} + (a_2 y_A^2 + b_2 y_A + c_2)^{\frac{3}{2}}]$$

$$- e_3 a_2^{-3/2} \left[ \frac{y_B + \frac{b_2}{2a_2}}{\left(\frac{c_2}{a_2} - \frac{b_2^2}{4a_2^2}\right) \sqrt{\left(y_B + \frac{b_2}{2a_2}\right)^2 + \left(\frac{c_2}{a_2} - \frac{b_2^2}{4a_2^2}\right)}} \right. \tag{6}$$

$$\left. + \frac{y_A + \frac{b_2}{2a_2}}{\left(\frac{c_2}{a_2} - \frac{b_2^2}{4a_2^2}\right) \sqrt{\left(y_A + \frac{b_2}{2a_2}\right)^2 + \left(\frac{c_2}{a_2} - \frac{b_2^2}{4a_2^2}\right)}} \right] \hat{z}$$

که در آن

$$A_2 = a_2 y'^2 + b_2 y' + c_2, \quad \alpha_3 = \frac{m_1}{2a_2}, \quad e_1 = \frac{b_2 m_1}{2a_2} - d_2$$

$$a_2 = 1 + m_1^2 + m_2^2, \quad d_2 = -r_0 \cos \varphi_i - M_1$$

$$b_2 = -2m_1 r_0 \cos \varphi_i - 2r_0 \sin \varphi_i - 2M_1 m_1 - 2M_2 m_2$$

$$c_2 = r_0^2 + 2M_1 r_0 \cos \varphi_i + M_2^2 + M_1^2$$

و داریم:

$$\frac{-z'}{A_2} dx' \hat{y} \stackrel{Line eq.}{=} \frac{m_2 y' - M_2}{A_2} dy' \hat{x}$$

$$\Rightarrow \int_{y_A}^{y_B} \frac{m_2 y' - M_2}{A_2} dy' \hat{x} =$$

$$[2\alpha_4 [(a_2 y_B^2 + b_2 y_B + c_2)^{\frac{3}{2}} + (a_2 y_A^2 + b_2 y_A + c_2)^{\frac{3}{2}}]$$

$$- e_4 a_2^{-3/2} \left[ \frac{y_B + \frac{b_2}{2a_2}}{\left(\frac{c_2}{a_2} - \frac{b_2^2}{4a_2^2}\right) \sqrt{\left(y_B + \frac{b_2}{2a_2}\right)^2 + \left(\frac{c_2}{a_2} - \frac{b_2^2}{4a_2^2}\right)}} \right. \tag{7}$$

$$\left. + \frac{y_A + \frac{b_2}{2a_2}}{\left(\frac{c_2}{a_2} - \frac{b_2^2}{4a_2^2}\right) \sqrt{\left(y_A + \frac{b_2}{2a_2}\right)^2 + \left(\frac{c_2}{a_2} - \frac{b_2^2}{4a_2^2}\right)}} \right] \hat{z}$$

در آن  $\alpha_4 = \frac{m_2}{2a_2}$ ,  $e_4 = \frac{b_2 m_2}{2a_2} + M_2$  است. همچنین:

$$\frac{-(r_0 \cos \varphi_i - x')}{A_2} dz' \hat{y} \stackrel{Line eq.}{=} \frac{m_3' z' + d_3}{a_3 z'^2 + b_3 z' + c_3} dz' \hat{y}$$

$$\Rightarrow \int_{z_A}^{z_B} \frac{m_3' z' + d_3}{a_3 z'^2 + b_3 z' + c_3} dz' \hat{y} =$$

$$[-2\alpha_3 [(a_3 z_B^2 + b_3 z_B + c_3)^{\frac{3}{2}} + (a_3 z_A^2 + b_3 z_A + c_3)^{\frac{3}{2}}]$$

$$+ e_5 a_3^{-3/2} \left[ \frac{z_B + \frac{b_3}{2a_3}}{\left(\frac{c_3}{a_3} - \frac{b_3^2}{4a_3^2}\right) \sqrt{\left(z_B + \frac{b_3}{2a_3}\right)^2 + \left(\frac{c_3}{a_3} - \frac{b_3^2}{4a_3^2}\right)}} \right. \tag{8}$$

$$\left. - \frac{z_A + \frac{b_3}{2a_3}}{\left(\frac{c_3}{a_3} - \frac{b_3^2}{4a_3^2}\right) \sqrt{\left(z_A + \frac{b_3}{2a_3}\right)^2 + \left(\frac{c_3}{a_3} - \frac{b_3^2}{4a_3^2}\right)}} \right] \hat{y}$$

مورد استفاده قرار گرفته‌اند و اولین بار در قالب شبکه‌های عصبی در سال ۱۹۸۸ به کار رفته‌اند [۲۳].

مدل‌های فازی عصبی نسبت به مدل‌های عصبی جدیدترند و گسترش یافته‌اند [۲۱، ۲۴]. با این حال رابطه نزدیکی بین ساختار عصبی سیستم استنتاج فازی تاکاگی سوگنو و شبکه‌های عصبی RBF وجود دارد [۲۲]. مدل فازی عصبی خطی محلی نیز توصیفی متفاوت از ساختار ریاضی مشابهی است. در فرم توابع پایه‌ای، رابطه خروجی شبکه RBF نرمالیزه عبارت است از:

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^M \omega_i \Phi_i \left( \left\| \underline{u} - \underline{c}_i \right\|_{\Sigma_i} \right)}{\sum_{i=1}^M \Phi_i \left( \left\| \underline{u} - \underline{c}_i \right\|_{\Sigma_i} \right)} \quad (17)$$

که در آن بردار  $\underline{u}$  بردار  $p$  بعدی ورودی‌ها،  $\Phi_i(\|\underline{u} - \underline{c}_i\|)$  یک تابع شعاعی پایه‌ای با مراکز  $\underline{c}_i$  است و  $\omega_i$ ها وزن لایه خروجی می‌باشند.  $\|\cdot\|$  بیانگر نرم اقلیدسی وزن داده‌شده با ماتریس انحرافات استاندارد  $\Sigma_i$  است. توابع شعاعی پایه‌ای (RBF) با رابطه (۱۸) تعیین می‌شوند:

$$\Phi_i(\cdot) = \exp \left( -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \frac{(u_j - c_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2} \right) \quad (18)$$

که  $j = 1, \dots, p$ . پارامترهای قابل تنظیم این مدل مقادیر مراکز گوسی‌ها ( $c_{ij}$ )، انحرافات استاندارد ( $\sigma_{ij}$ ) و وزن‌های لایه خروجی به نورون خطی هستند ( $\omega_{ij}$ ).

مدل فازی عصبی تاکاگی و سوگنو بر اساس قوانین فازی با معادله (۱۹) ساخته می‌شود:

$$\text{Rule}_i : \text{If } u_1 = A_{i1} \text{ And } \dots \text{ And } u_p = A_{ip} \\ \text{then } \hat{y} = f_i(u_1, u_2, \dots, u_p) \quad (19)$$

که در آن  $i = 1, \dots, M$  و  $M$  تعداد قوانین فازی می‌باشد.  $u_j$  ورودی‌های شبکه هستند. هر  $A_{ij}$  مجموعه فازی از ورودی  $u_j$  در قانون  $i$ ام است و  $f_i(\cdot)$  یک تابع غیر فازی است که به صورت خطی بر حسب ورودی‌ها و نیز خروجی با روابط (۲۰) و (۲۱) نشان داده می‌شود:

$$\hat{y}_i = \omega_{i0} + \omega_{i1} u_1 + \omega_{i2} u_2 + \dots + \omega_{ip} u_p \quad (20)$$

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^M f_i(\underline{u}) \mu_i(\underline{u})}{\sum_{i=1}^M \mu_i(\underline{u})}, \mu_i(\underline{u}) = \prod_{j=1}^p \mu_{ij}(u_j) \quad (21)$$

در این رابطه  $\mu_{ij}(u_j)$  تابع عضویت ورودی  $j$ ام در قانون  $i$ ام و  $\mu_i(\underline{u})$  درجه اعتبار قانون  $i$ ام است.

این سیستم را نیز می‌توان به شکل توابع پایه‌ای نشان داد که شرط نرمالیزه بودن را نیز ارضا می‌کند:

$$\varphi_i(\underline{u}) = \frac{\mu_i(\underline{u})}{\sum_{j=1}^M \mu_j(\underline{u})}, \sum_{j=1}^M \varphi_j(\underline{u}) = 1 \quad (22)$$

که در این معادله،  $k$  بیانگر گام‌های زمانی است؛ و ضرایب  $a_{ij}$  مجهول هستند. ماتریس‌های زیر تعریف می‌شوند:

$$h_i^T = [-y_i(k-1) \quad -y_i(k-2) \quad \dots \quad -y_i(k-n)]; \\ p_i^T = [a_{i1} \quad a_{i2} \quad \dots \quad a_{ip}]; y(k) = h^T p \quad (12)$$

اگر از تابع مشتق ماتریسی گرفته و برابر صفر قرار داده شود، می‌توان گفت تخمین از بردارهای ضرایب باید به صورت زیر باشد [۱۷]:

$$\hat{p} = (hh^T)^{-1} y h^T \quad (13)$$

### ۲-۳- شناسایی با شبکه عصبی پرسپترون چندلایه:

رایج‌ترین شبکه عصبی شبکه عصبی سیگموئیدال<sup>۷</sup> با یک لایه پنهان است که برای یادگیری، از توابع پایه مانند تابع سیگموئید ( $\tanh(\cdot)$ ) استفاده می‌کند [۱۹]. مدل اولیه شبکه عصبی سه لایه با رابطه (۱۴) بیان می‌شود:

$$\hat{y} = W_2 \cdot \tanh(W_1 \cdot \underline{X} + B_1) + B_2 \quad (14)$$

که  $W_1$  ماتریس وزن متصل از لایه ورودی به لایه مخفی،  $B_1$  بردار بایاس متصل به نورون‌های لایه مخفی،  $W_2$  ماتریس وزن متصل از لایه مخفی به لایه خروجی،  $B_2$  بردار بایاس متصل به نورون‌های لایه خروجی می‌باشد. اگر تعداد نورون‌های لایه ورودی برابر  $n$ ، نورون‌های لایه مخفی برابر  $m$  و نورون‌های لایه خروجی برابر  $k$  تا باشد، آنگاه ابعاد ماتریس‌های  $W_1$  و  $W_2$  به ترتیب  $m \times n$  و  $k \times m$  و نیز ابعاد بردارهای بایاس  $B_1$  و  $B_2$  به ترتیب برابر  $m \times 1$  و  $k \times 1$  که بردار متغیرهای ورودی شبکه است،  $n \times 1$  می‌باشد.

حالا باید پارامترهای مذکور را به گونه‌ای بیابیم که خروجی شبکه عصبی فوق یعنی  $\hat{y}$  با بیش‌ترین دقت ممکن به  $y$  نزدیک باشد و یا به عبارت دیگر تابع هزینه موردنظر کمینه شود.

معمولاً تابع هزینه معیار بهینگی مجموع کم‌ترین مربعات خطای<sup>۸</sup> بین مقدار واقعی با مقدار خروجی مدل شده بیان می‌شود و تعریف آن به صورت زیر است:

$$J = MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (15)$$

$N$  تعداد کل داده‌های موردنظر (آموزشی، سنجش و اعتبار) است [۲۰]. برای یادگیری شبکه عصبی MLP یک روش بسیار مناسب که سرعت همگرایی و تضمین همگرایی بالایی دارد روش لوبنبرگ-مارکوارت است که نحوه آموزش آن به صورت زیر است [۲۱]:

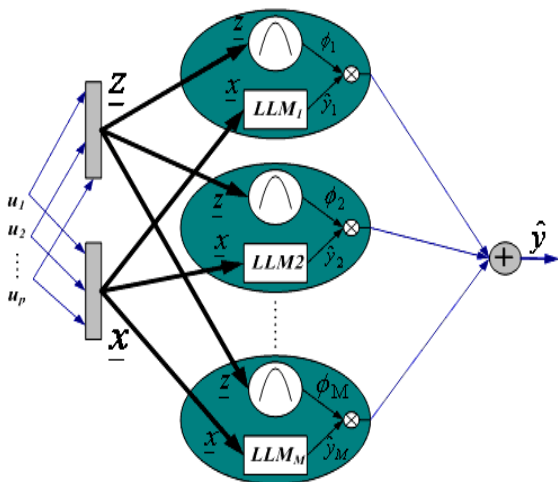
$$\underline{\theta}^{k+1} = \underline{\theta}^k - \alpha (H^k + \beta^k I)^{-1} g^k \quad (16)$$

در این رابطه،  $I$  ماتریس واحد  $S \times S$ ،  $S$  تعداد کل پارامترها و  $\beta$  پارامتر تنظیم<sup>۹</sup> و نیز  $H$  ماتریس هسیان می‌باشد.

### ۲-۴- شناسایی به روش فازی عصبی

توابع شعاعی پایه‌ای از سال‌های دور در نظریه تخمین و ریاضیات

ساختار شبکه نوروفازی خطی محلی طبق شکل ۲ است.



شکل ۲: ساختار شبکه نوروفازی خطی محلی [۲۵]

#### ۲-۴-۱- الگوریتم یادگیری درخت مدل خطی محلی

مدل فازی عصبی خطی محلی از جهت الگوریتم یادگیری بسیار منطقیتر است. نه تنها می توان از روشی مثل OLS<sup>۱۰</sup> در آن استفاده کرد، بلکه به دلیل شفافیت و تعبیر ذهنی مناسب این مدل، می توان از روش های افزایشی و درختی با بار محاسباتی و حجم حافظه بسیار کم تر از OLS سود جست.

روش یادگیری درختی مدل خطی محلی<sup>۱۱</sup> یک روش یادگیری افزایشی است که فضای ورودی را به صورت یک تعامد محوری افراز می کند و به جای بهینه سازی غیرخطی پرهزینه از یک جستجوی ساده و سازنده برای پارامترهای مقدم قوانین فازی استفاده می کند. مدل اولیه به صورت یک تقریب بهینه خطی حداقل مربعات ساخته می شود و نورون ها در صورتی اضافه می شوند که خطا کاهش یابد. الگوریتم مورد استفاده در این پژوهش LOLIMOT است که به صورت زیر می باشد:

۱- بدترین مدل خطی محلی انتخاب می شود: شاخص خطایی مثل MSE برای هر یک از مدل های LLM موجود محاسبه و بدترین LLM که بیشترین MSE را داراست، انتخاب می شود.

#### ۲- راه های مختلف تقسیم مدل های خطی محلی بررسی می شوند:

بدترین LLM برای تقسیم شدن به دو مدل خطی محلی انتخاب و ابرمکعب مربوط به این LLM روی فضای یکی از ورودی ها به دو نیم تقسیم می گردد. بدین منظور تمام p حالت ممکن شکستن این ابرمکعب آزمایش می شوند و در هر مورد عملیات زیر انجام می شود:

- ۱-۲ توابع اعتبار فازی دو مدل جدید محاسبه می شوند.
- ۲-۲ تخمین محلی پارامترهای دو مدل جدید LLM انجام می شود.
- ۳-۲ شاخص خطای کلی مدل فعلی محاسبه می شود.

۳- بهترین شکل تقسیم انتخاب می شود: بهترین حالت از بین p حالت مرحله ۳ که کمترین شاخص خطا را ایجاد کرد، انتخاب می شود. در صورتی که شاخص خطای کل روی داده یادگیری و داده ارزیابی کاهش

این مدل فازی عصبی دو دسته پارامتر قابل تنظیم دارد: پارامترهای مقدم قوانین فازی شامل مراکز و انحراف استاندارد گوسی ها در توابع عضویت ورودی، پارامترهای تالی قوانین.

اساس مدل فازی عصبی خطی محلی بر تقسیم فضای ورودی به زیرفضاهای خطی کوچک با توابع اعتبار فازی مناسب است [۲۴، ۲۱]. مدل کلی به صورت یک شبکه فازی عصبی با یک لایه میانی و یک نورون خطی در خروجی است:

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^M \hat{y}_i \varphi_i(\underline{u}) \quad (23)$$

در این ساختار  $\underline{u} = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_p]^T$  ورودی مدل،  $M$  تعداد نورون ها و  $\omega_{ij}$  پارامترهای مدل خطی محلی نورون  $i$  ام است. توابع اعتبار فازی به صورت گوسی های نرمالیزه در نظر گرفته می شوند که از خواص مهم توابع اعتبار فازی می باشد.

$$\varphi_i(\underline{u}) = \mu_i(\underline{u}) \left( \sum_{j=1}^M \mu_j(\underline{u}) \right)^{-1} \quad (24)$$

$$\mu_i(\underline{u}) = \exp \left( -\frac{1}{2} \left( \frac{(u_1 - c_{i1})^2}{\sigma_{i1}^2} + \dots + \frac{(u_p - c_{ip})^2}{\sigma_{ip}^2} \right) \right) = \exp \left( -\frac{1}{2} \frac{(u_1 - c_{i1})^2}{\sigma_{i1}^2} \right) \times \dots \times \exp \left( -\frac{1}{2} \frac{(u_p - c_{ip})^2}{\sigma_{ip}^2} \right) \quad (25)$$

هر تابع اعتبار گوسی دو مجموعه پارامتر قابل تنظیم دارد: مراکز  $c_{ij}$  ها و انحرافات استاندارد  $\sigma_{ij}$  کلاً  $M.p$  تعداد پارامتر لایه میانی هستند. روش های یادگیری یا بهینه سازی برای تنظیم دو دسته پارامترهای مربوط به مدل خطی محلی ( $\omega_{ij}$  ها) و پارامترهای مربوط به توابع اعتبار ( $c_{ij}$  ها و  $\sigma_{ij}$  ها) به کار می روند. بهینه سازی سراسری پارامترهای خطی به روش حداقل مربعات است؛

بردار تعمیم یافته پارامترها ( $\underline{\omega}$ ) با  $(P+1)$  عنصر و ماتریس رگرسیون  $\underline{X}$  با معادلات (۲۶) و (۲۷) ساخته می شوند:

$$\underline{\omega} = [\omega_{10} \ \dots \ \omega_{1p} \ \dots \ \omega_{M0} \ \dots \ \omega_{Mp}] \quad (26)$$

$$\underline{X} = [\underline{X}_1 \ \underline{X}_2 \ \dots \ \underline{X}_M] \quad (27)$$

$$\underline{X}_i = \begin{bmatrix} \varphi_i(\underline{u}(1)) & \dots & u_p(1)\varphi_i(\underline{u}(1)) \\ \varphi_i(\underline{u}(2)) & \dots & u_p(2)\varphi_i(\underline{u}(2)) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi_i(\underline{u}(N)) & \dots & u_p(N)\varphi_i(\underline{u}(N)) \end{bmatrix} \quad (28)$$

بنابراین تخمین حداقل مربعات و پارامترهای بهینه به دست می آیند:

$$\hat{\underline{y}} = \underline{X} \cdot \hat{\underline{\omega}} \quad ; \quad \hat{\underline{\omega}} = \left( \underline{X}^T \underline{X} \right)^{-1} \underline{X}^T \underline{y} \quad (29)$$

تنظیم پارامترهای توابع اعتبار فازی در بخش بعد مورد بررسی قرار می گیرد.

$$\begin{aligned}
 I_0 &= 1(A), \\
 x_{A0} &= -0.01(m) \\
 x_{B0} &= 0.01(m) \\
 y_{A0} &= -0.015(m) \\
 y_{B0} &= 0.015(m) \\
 z_{A0} &= -0.015(m) \\
 z_{B0} &= 0.015(m)
 \end{aligned}$$

بسط سری تیلور به صورت زیر است:

$$f(x_A, \dots, I) = f(x_{A0}, x_{B0}, y_{A0}, y_{B0}, z_{A0}, z_{B0}, I_0) + \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
 &\left. \frac{\partial f(x_A, \dots, I)}{\partial x_A} \right|_{x_A=x_{A0}} (x_A - x_{A0}) + \left. \frac{\partial f(x_A, \dots, I)}{\partial x_B} \right|_{x_B=x_{B0}} (x_B - x_{B0}) + \\
 &\left. \frac{\partial f(x_A, \dots, I)}{\partial y_A} \right|_{y_A=y_{A0}} (y_A - y_{A0}) + \left. \frac{\partial f(x_A, \dots, I)}{\partial y_B} \right|_{y_B=y_{B0}} (y_B - y_{B0}) + \\
 &\left. \frac{\partial f(x_A, \dots, I)}{\partial z_A} \right|_{z_A=z_{A0}} (z_A - z_{A0}) + \left. \frac{\partial f(x_A, \dots, I)}{\partial z_B} \right|_{z_B=z_{B0}} (z_B - z_{B0}) + \\
 &\left. \frac{\partial f(x_A, \dots, I)}{\partial I} \right|_{I=I_0} (I - I_0)
 \end{aligned}$$

بنابراین معادله زیر، معادله خطی سازی شده میدان با سه سنسور و حول سیم W می باشد:

$$\begin{bmatrix} B_x^{120^\circ} \\ B_y^{120^\circ} \\ B_z^{120^\circ} \\ B_x^0 \\ B_y^0 \\ B_z^0 \\ B_x^{240^\circ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -14.38 & 78.82 & 88.35 & -225.0 \\ -8.302 & -37.51 & -32.01 & -81.98 \\ 19.98 & -543.7 & 227.8 & 716.7 \\ 0 & 0 & 0 & -83.16 \\ 16.63 & 103.7 & 113.4 & 2.732 \\ 21.13 & 2304 & 2262 & 2158 \\ 14.54 & -87.39 & -80.20 & -236.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ x_A \\ x_B \\ y_A \\ y_B \\ z_A \\ z_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4.388 \\ 2.533 \\ 19.23 \\ 0 \\ -5.079 \\ 25.30 \\ -4.468 \end{bmatrix} \times 10^{-7} \quad (31)$$

مقادیر میدان های به دست آمده از خطی سازی برای سیم W با مقادیر واقعی میدان مقایسه گشت که نتایج آن در جدول ۱ و ۲ آمده است. نتایج نشان می دهد روش حداقل مربعات خطا، در این موضوع عملکرد ناامید کننده ای دارد و همان طور که پیش بینی می شد برای یک سیستم دینامیک خوب عمل نمی کند.

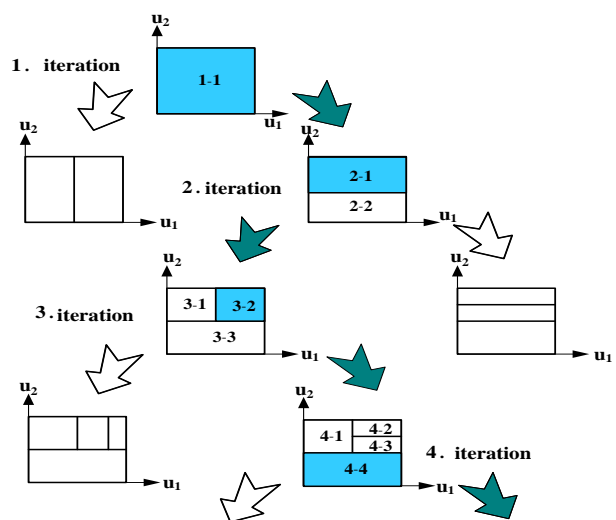
### ۳-۲- حل عددی برای معادلات چند مجهولی

حل با SOLVE در Mathematica و MATLAB به زمانی بیش از ۲۴ ساعت نیاز دارد که موضوع REAL TIME بودن را به کلی به چالش می کشد. حل با Fminsearch، FSolve، نیوتون و سایر روش های عددی

یابد، LLM انتخاب شده در مرحله ۲ در فضای ورودی منتخب در این مرحله به دو مدل جدید تقسیم می شود:  $M = M + 1$ .

### ۴- بررسی شرط خاتمه الگوریتم: اگر شرط خاتمه برقرار باشد،

الگوریتم متوقف و در غیر این صورت از مرحله ۲ تکرار می شود. در هر ناحیه جدید در مدل LoLiMoT، مراکز گوسی در وسط ناحیه جدید و انحراف معیار را برابر  $0.17$  طول ابرمکعب در هر بعد است. چهار تکرار از این الگوریتم در شکل ۳ نشان داده شده است.



شکل ۳: چهار تکرار از الگوریتم درخت خطی محلی برای مسئله ای با فضای ورودی دوبعدی [۲۵] و [۲۶]

الگوریتم یادگیری وقتی متوقف می شود که شاخص خطای متوسط روی این مجموعه داده ها شروع به افزایش کند.

### ۳- روش های معمول برای حل چند معادله - چند مجهول

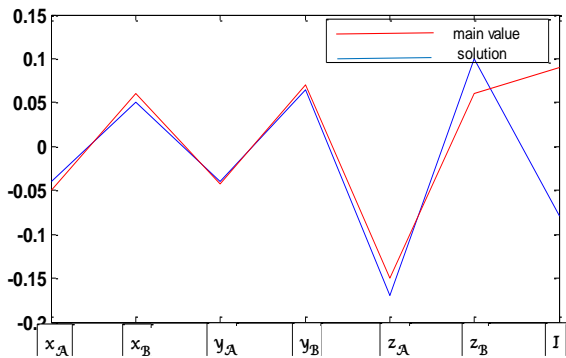
#### ۳-۱- روش حداقل مربعات خطا

برای شناسایی ۷ مجهول جریان و مختصات قوس الکتریکی خطی، در حالت عادی به ۷ معادله نیاز است، این یعنی حداقل ۳ حسگر (زیرا هر حسگر ۳ مؤلفه میدان دارد)؛ بنابراین معادله (۱۰) به وسیله بسط سری تیلور (معادله (۳۰)) خطی سازی شده به ازای ۳ حسگر معادله (۳۱) به دست می آید.

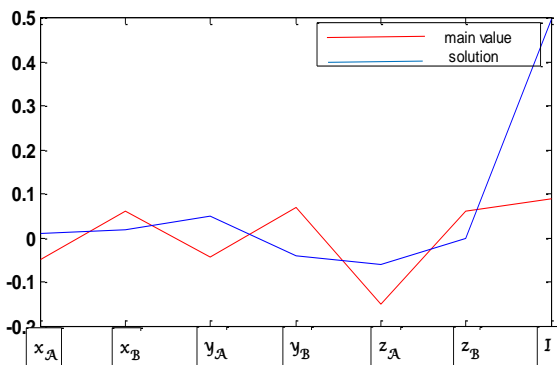
سپس به روش کمترین مربعات خطا (معادله (۱۳)) مقادیر مجهولات محاسبه می شوند.

مقادیر مختصات سیمی را که خطی سازی حول آن انجام گرفت (سیم W) به صورت زیر در نظر می گیریم:

داده شود که بتوان توسط آن زوایا به تعمیمی از تمام جهت گیری های یک سیم دست یافت تا آموزش به درستی صورت پذیرد.



شکل ۴: مقایسه مقادیر اصلی و مقادیر حاصل از Fsolve با حدس اولیه هوشمندانه



شکل ۵: مقایسه مقادیر اصلی و مقادیر حاصل از Fsolve با حدس اولیه تصادفی

نگاشت زوایای جهت گیری سیمها روی صفحه  $xy$  است (  $\tan((y_A - y_B)/(x_A - x_B))$  ) و  $z_A$  و  $z_B$  طول سیم را مشخص می کنند.

به این منظور زوایای تند و زوایای باز به این شکل تولید می شود؛ زوایای تند، زوایای خیلی تند، زوایای باز، زوایای خیلی باز:

۱- **زوایای خیلی تند:** زوایای کمتر از ۴۵ درجه تا همسایگی بسیار نزدیکی از ۰ درجه.

۲- **زوایای تند:** زوایای بیشتر از ۴۵ درجه تا همسایگی بسیار نزدیکی از ۹۰ درجه.

۳- **زوایای باز:** زوایا از همسایگی بسیار نزدیکی از ۹۰ درجه تا ۱۳۵ درجه.

۴- **زوایای خیلی باز:** زوایای بیشتر از ۱۳۵ درجه تا همسایگی بسیار نزدیکی از ۱۸۰ درجه.

به این ترتیب داده ها با انتساب مختصات مختلف به  $x_A, x_B, y_A, y_B, z_A, z_B$  به گونه ای تولید شدند که ۴ کلاس زاویه ای معرفی شده را ایجاد کنند و پوشش صحیحی از فضا را ارائه دهند.

که نیاز به وارد کردن حدس اولیه دارد، در صورت هوشمندانه نبودن حدس اولیه، پاسخ غیر صحیح حاصل شده و معادلات به مقادیر نادرستی همگرا می شود. (حدس هوشمندانه یعنی مقادیر حدس اولیه در همسایگی بسیار نزدیکی از مقدار واقعی باشد که عملاً غیرممکن است). به عنوان مثال پاسخ حاصل از Fsolve برای حدس اولیه هوشمندانه و غیرهوشمندانه در نمودار ۴ و ۵ آمده است.

شکل ۵ بیانگر این موضوع است که با حدس اولیه غیرهوشمندانه این روش (و امثال این روش که به حدس اولیه نیاز دارند) نه تنها به مقادیر صحیحی همگرا نمی شود بلکه حتی مقادیر مثبت و منفی هم به درستی تشخیص داده نمی شوند.

شکل ۴ نشان می دهد با حدس اولیه هوشمندانه نیز تضمینی برای درست بودن جواب وجود ندارد (مقدار جریان در شکل ۴) و بنابراین با روش هایی که نیاز به این گزینه داشته باشند نمی توان از معادله بیوساوار قوس الکتریکی خطی به جریان و مختصات آن (همسایگی نزدیکی از آن ها) دست یافت.

جدول ۱: مقایسه مقادیر اصلی و خطی سازی شده جریان و مختصات

مختصات و جریان	سیم W	پاسخ LSE
$x_A (m)$	-۰.۰۵	۲۰۲.۷
$x_B (m)$	۰.۰۶	۴.۳۵
$y_A (m)$	-۰.۰۴۲	-۳.۷۹
$y_B (m)$	۰.۰۷	۵.۷۹
$z_A (m)$	-۰.۱۵	-۴.۹۶
$z_B (m)$	۰.۰۶	۱۰۲.۲
$I (A)$	۲	-۹۵.۷۱

جدول ۲: مقایسه مقادیر اصلی و خطی سازی شده میدان

میدان	محل زاویه حسگر (درجه)	میدان پس از خطی سازی ( $\times 10^{-6}$ )	میدان واقعی ( $\times 10^{-6}$ )
$B_x$	۰	-۰.۳۰۷۶	-۱.۴۷۲۸
$B_y$	۰	۳.۳۴۱۳	۲.۷۶۸۵
$B_z$	۰	۲۰.۵۸	۳.۲۹۴۳
$B_x$	۱۲۰	-۳.۴۰۲۳	-۳.۷۴۹۱
$B_y$	۱۲۰	-۱.۹۱۹۸	-۲.۳۶۴۱
$B_z$	۱۲۰	۱۵.۹۹	۴.۹۹۳۲
$B_x$	۲۴۰	۱.۹۱۰۸	۰.۷۹۰۶

#### ۴- شناسایی با روش های هوشمند عصبی و فازی-عصبی

##### ۴-۱- یادگیری و سنجش

برای تولید داده های آموزشی در ۸ ربع دستگاه مختصات، می بایست سیمها با جهت گیری ها و زوایای مختلف، به طوری به سیستم آموزش



### ۳-۴- شناسایی با شبکه عصبی

نتایج حاصل از شناسایی مختصات و جریان قوس الکتریکی خطی با استفاده از شبکه عصبی تعریف شده در بخش ۲-۳ و ۷ نورون و یک لایه مخفی با آرایه اول، در شکل ۹ نشان داده شده است.

شکل ۹ نشان می‌دهد تقریب این شبکه برای ۵ مؤلفه تقریبی نسبی است ولی برای مؤلفه  $z_B$  و  $I$  کاملاً ضعیف عمل کرده است.

با توجه به این نتایج از آرایه اول و به منظور بهبود یادگیری شبکه عصبی، آرایه دوم امتحان می‌شود (شکل ۱۰). آنچه مشاهده می‌شود، این است که برخی مؤلفه‌ها در آرایه دوم بهبود یافته‌اند، مانند مؤلفه‌های اول، دوم و هفتم؛ اما مؤلفه ششم کماکان به همان صورت باقی مانده است.

### ۴-۴- شناسایی با شبکه فازی عصبی

نتایج حاصل از شناسایی مختصات و تکه جریان الکتریکی خطی با استفاده از شبکه فازی-عصبی تعریف شده در بخش ۲-۴ و با ۷ مدل خطی محلی با آرایه اول، در شکل ۱۱ و با آرایه دوم در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

با مقایسه بین آرایه اول و دوم، مشاهده می‌شود که تقریب آرایه اول (شکل ۱۱) تا حدود زیادی به تخمین شبکه عصبی بدون اعمال قوانین فازی نزدیک است.

اگرچه تخمین نسبی برخی پارامترها کمی بهبود یافته اما این شبکه همچنان در شناسایی برخی پارامترها همچون  $z_B$  و  $I$  تقریب خوبی را ارائه نمی‌دهد.

با توجه به شکل ۱۲ شناسایی پارامترها بهبود یافته و تخمین پارامترها به مقادیر واقعی نزدیک‌تر شده و  $z_B$  و  $I$  نسبت به سه حالت قبل بهبود محسوسی داشته‌اند (به خصوص  $I$  که به خوبی شناسایی شده است).

برای بهبود کامل این موضوع می‌توان آرایه‌های حسگری دیگر طراحی کرد و یا تعداد داده‌های آموزشی را تا حدود ۱۰۰۰۰ با طول‌های متفاوت (خصوصاً در مورد  $z_B$ ) رساند تا داده‌های آموزشی با داده‌های واقعی (سنجش)، همپوشانی دقیق‌تری داشته باشند. در این صورت با توجه به نتایج شکل ۱۲ با ۹۰۰ داده آموزشی، می‌توان به پاسخ بسیار نزدیک‌تری امیدوار بود.

کیفیت تخمین هر دو روش نوروفازی خطی محلی برحسب تعداد مدل‌های خطی محلی و نیز شبکه عصبی MLP برحسب تعداد نورون‌های لایه مخفی، در شکل ۸ نشان داده شده است.

نتایج این شکل نشان می‌دهد که میانگین مربعات خطا در روش شناسایی با روش نوروفازی خطی محلی و ساختار آرایه اول حدود پنج برابر و با آرایه دوم حدود ده برابر کم‌تر از روش شبکه MLP است.

بنابراین نتیجه می‌گیریم با اعمال الگوریتم فازی عصبی خطی محلی و آرایه‌های حسگری دوم، می‌توان به پایین‌تر مقدار خطا رسید و در نتیجه به تخمین بسیار دقیق‌تر دست یافت.

همچنین حالت‌های مختلف برای علامت  $x_A$ ،  $x_B$ ،  $y_A$ ،  $y_B$ ،  $z_A$  و  $z_B$  لحاظ شد.

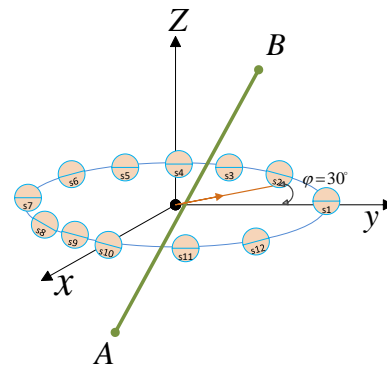
### ۲-۴- دو آرایه حسگری برای یادگیری نوروفازی خطی-محلی

داده‌های آموزشی، شامل ۹۰۰ قوس الکتریکی خطی با جهت‌گیری‌ها، شیب‌ها، زوایا، جابجایی فضایی و طول‌های مختلف به شبکه فازی عصبی آموزش داده شدند به طوری که هر ۸ ربع فضایی را تحت پوشش قراردادند و ۶۶ سیم به عنوان سنجش عملکرد شبکه به آن داده شد.

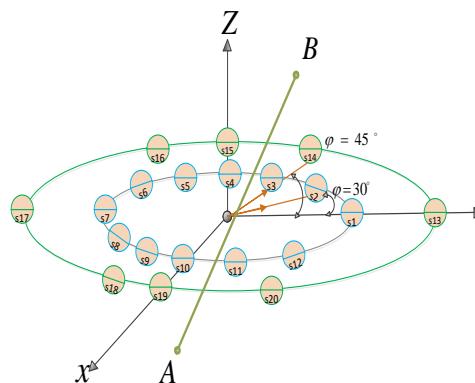
ورودی‌های شبکه داده‌های حسگری یعنی میدان‌های مغناطیسی هستند که به ازای هر حسگر شامل ۳ مؤلفه  $B_x$ ،  $B_y$  و  $B_z$  می‌باشند. خروجی‌های شبکه، شامل ۶ مؤلفه مختصات قوس الکتریکی و جریان قوس الکتریکی است که در مجموع دارای ۷ خروجی می‌باشد. دو آرایه برای شناسایی مطرح شد:

**آرایه اول:** شناسایی با ۱۲ حسگر مغناطیسی حول دایره فرضی به شعاع ۱۵ سانتی‌متر. (شکل ۶)

**آرایه دوم:** شناسایی با آرایه‌ای از حسگرها، شامل ۱۲ حسگر حول دایره فرضی به شعاع ۱۵ سانتی‌متر (تقسیم‌بندی فضا به صورت ۳۰ درجه‌ای) و ۸ حسگر حول دایره فرضی به شعاع ۲۰ سانتی‌متر (تقسیم‌بندی فضا به صورت ۴۵ درجه‌ای). (شکل ۷)



شکل ۶: طرح اول برای شناسایی با ۱۲ حسگر



شکل ۷: طرح دوم برای شناسایی با ۲۰ حسگر

این پژوهش در حقیقت نشان داد که با تعداد کم حسگر می‌توان به عملکرد الگوریتم فازی عصبی در شناسایی مختصات و جریان الکتریکی خطی امیدوار بود.

در حقیقت این مقاله یک گام اولیه و پایه، برای یافتن شکل و جریان پلاسمای غیرخطی با ایده نوین شناسایی مقدار و شکل جریان آن به صورت شناسایی تکه‌ای خطی را بنا می‌نهد که گامی نو و اقتصادی برای این مهم می‌باشد. چراکه در این روش تعداد حسگرهای مورد نیاز به تعداد کمینه‌ای از آن نزدیک می‌شود و هرچه تعداد حسگر کم‌تر باشد زمان تعامل حسگری و در نتیجه زمان شناسایی کاهش می‌یابد.

مزیت روش نوروفازی خطی محلی نسبت به روش‌های موجود عبارت است از:

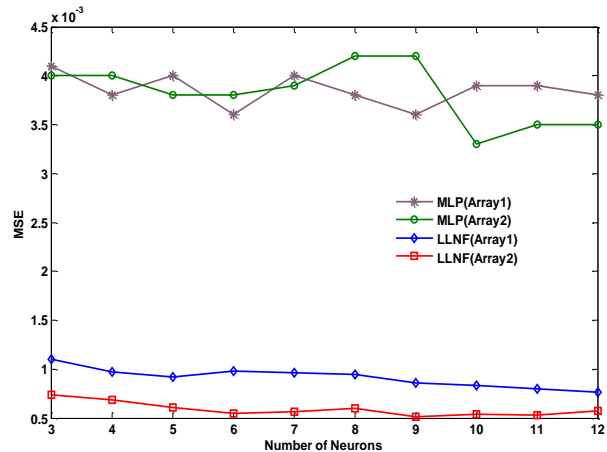
(الف) - خطای شناسایی موقعیت و جریان پلاسمای با این روش نسبتاً به روش‌های موجود مانند کم‌ترین مربعات و روش شبکه عصبی چندلایه به شدت کاهش یافت.

(ب) - چون این روش فضای ورودی را افزایش کرده و در هر ناحیه تنها از یک خط با تقریب کم‌ترین مربعات استفاده می‌کند، در نتیجه شامل چندین خط حداقل مربعات است و در نتیجه نسبت به روش‌های غیرخطی موجود مانند شبکه عصبی، روش المان محدود و روش حل MHD پیچیدگی محاسباتی بسیار کمی دارد.

(پ) - روش‌های تخمین خطی مانند کم‌ترین مربعات و فیلتر  $H_\infty$  و غیره توانایی شناسایی این سیستم را تنها با خطای زیاد دارند چون این سیستم غیرخطی است. در حالیکه روش نوروفازی خطی-محلی چون یک روش تخمین غیرخطی است همان‌طور که نشان دادیم برای شناسایی این سیستم غیرخطی بسیار توانمند بود.

(ت) - پیاده‌سازی عملی این روش نسبت به روش‌های غیرخطی موجود بسیار ساده‌تر است.

بنابراین تعمیم این موضوع برای شناسایی جریان و شکل پلاسمای غیرخطی برای کارهای آینده پیشنهاد داده می‌شود. به این صورت که پلاسمای غیرخطی به صورت مجموعه‌ای از جریان‌های الکتریکی تکه‌ای خطی به هم پیوسته در نظر گرفته شده و شناسایی شود. یعنی با استفاده از این روش هوشمند شناسایی موقعیت و اندازه جریان ساختارهای چندتکه خطی جریان را مورد تحلیل قرار می‌دهیم. همچنین ساختار شبکه‌های حسگری پیچیده‌تر و نیز چینش حجمی حسگرها را مورد بررسی قرار خواهیم داد.



شکل ۸: میانگین مربعات خطا بر حسب تعداد نورون‌ها

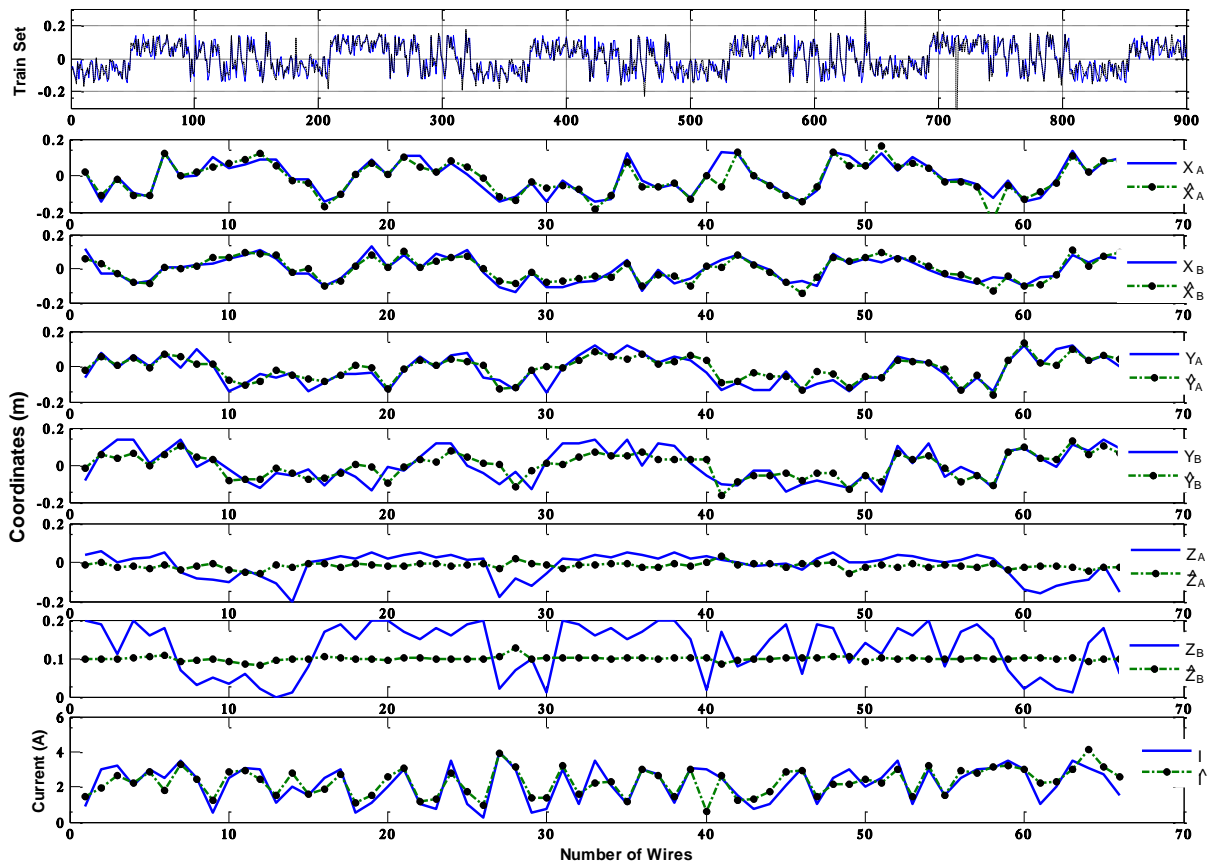
## ۵- نتیجه‌گیری و کارهای آینده

برای شناسایی ۷ مجهول جریان و مختصات جریان الکتریکی خطی، در حالت عادی به ۷ معادله نیاز است، این یعنی حداقل ۳ حسگر (زیرا هر حسگر ۳ مؤلفه میدان دارد).

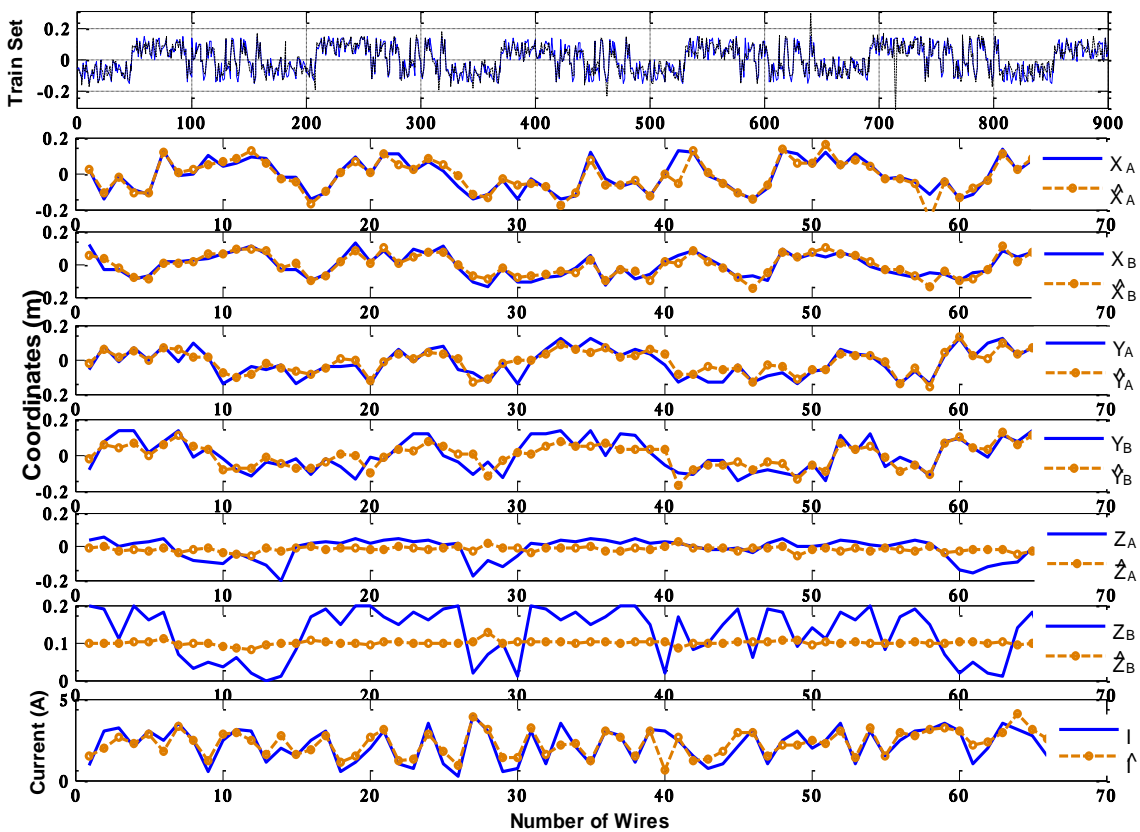
در صورتی که این مسئله به روش عددی حل می‌شد ۳ حسگر کافی بود. به این منظور روش‌های عددی اولبر، نیوتون و نیز روش‌های حل عددی چندمعادله-چندمجهول در MATLAB شامل Solve، Fminsearch، Fzero، FSolve و ... و همچنین در Mathematica شامل NSolve و Solve روی این معادله سنجش شدند؛ که کلیه این روش‌ها یا قادر به همگرایی به جواب صحیح نبودند و یا زمان حل معادله توسط این روش‌ها بسیار طولانی بود.

همچنین روش‌های تخمین کلاسیک همچون روش حداقل مربعات خطا نیز در حل این معادله ناتوان بودند؛ این مسائل باعث شد به تخمین و شناسایی هوشمند بپردازیم.

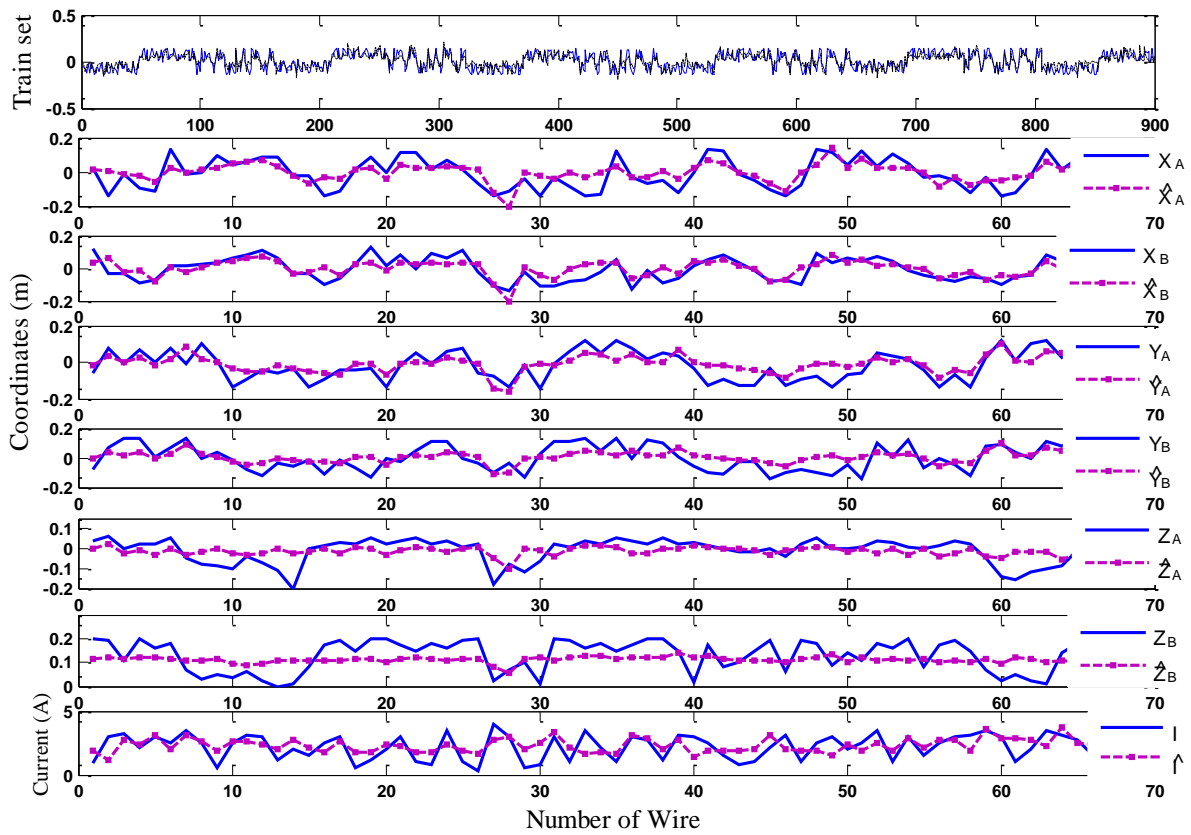
در تخمین و شناسایی در مورد این مسئله، هرچه تعداد حسگرها بیشتر باشد، داده‌ها بیشتر شده و دقت تخمین بیشتر می‌شود. در نتیجه دو آرایه مطرح شد؛ در آرایه اول تعداد حسگرها ۴ برابر حد کمینه در نظر گرفته شد و در آرایه دوم یک مجموعه با ۲۰ حسگر در زاویه‌های مختلف و به صورت یک آرایه برای شناسایی قرار داده شد، این دو آرایه به وسیله شبکه عصبی و شبکه نوروفازی سنجش شدند که نتایج نشان داد الگوریتم فازی عصبی و آرایه دوم عملکرد بسیار موفق‌تری داشته است.



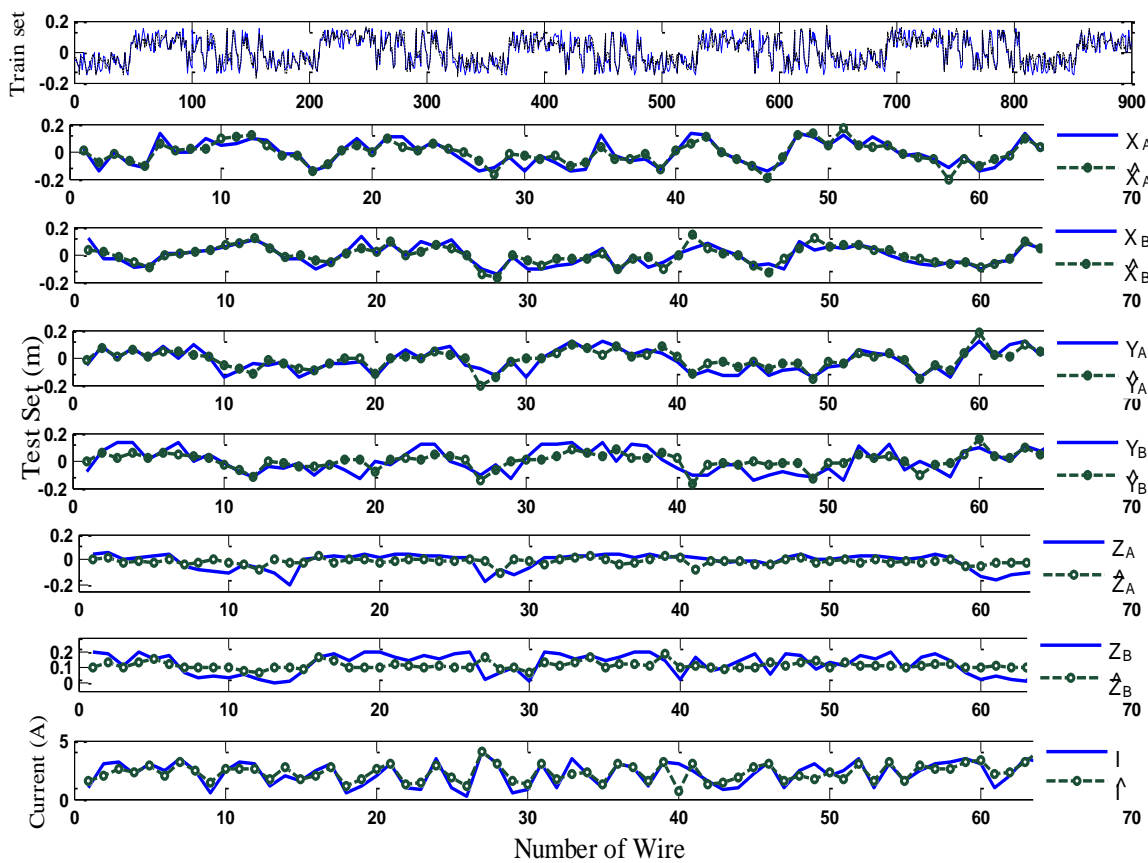
شکل ۹: نتایج شناسایی مختصات و جریان قوس الکتریکی خطی با شبکه عصبی MLP (آرایه اول)



شکل ۱۰: شناسایی مختصات و اندازه جریان قوس الکتریکی خطی با شبکه عصبی MLP (آرایه دوم)



شکل ۱۱: شناسایی مختصات و اندازه جریان قوس الکتریکی خطی با شبکه فازی عصبی خطی محلی (آرایه اول)



شکل ۱۲: شناسایی مختصات و اندازه جریان قوس الکتریکی خطی با شبکه فازی عصبی خطی محلی (آرایه دوم)

## مراجع

- [14] G. Ambrosino, G. Celentano, F. Garofalo and L. Glielmo, "On-line plasma shape identification via magnetic measurements," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 2, pp. 1601 - 1604, 1992.
- [15] K. Kurihara, "Tokamak plasma shape identification on the basis of boundary integral equations," *Nuclear Fusion*, vol. 33, no. 3, 1993.
- [16] T. C. Blanken., F. Felici, M. R. Baar and W. Heemels, "Modeling, observer design and robust control of the particle density profile in tokamak plasmas," in *54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, osaka, 2015.
- [17] R. Isermann and M. Munchhof, "Identification of Dynamic Systems", Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [18] P. L. Li Fu, "The Research Survey of System Identification Method", *Fifth International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*, china, pp. 397-401, 2013.
- [19] L. Ljung, "Identification of Nonlinear Systems," in *9th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, ICARCV, Singapore, 2006.
- [20] M. A. Shahin, J. B. Mark and M. R. Holger, "Artificial Neural Network-Based Settelement Prediction Formula For Shallow Foundations on Granular Soils," *Australian Geomechanics*, pp. 45-52, 2002.
- [21] O. Nelles, "Nonlinear system identification," in Springer Verlag, Berlin, 2001.
- [22] H. M. Kim and J. M. Mendel, "Fuzzy basis functions: comparisons with other basis functions," *IEEE Tran. On Fuzzy Systems*, vol. 3, pp. 158-168, 1995.
- [23] D. S. Broomhead and D. Lowe, "Multivariable functional interpolation and adaptive networks," *Complex Systems*, vol. 2, pp. 321-355, 1988.
- [24] O. Nelles, "Nonlinear System Identification with Local Linear Neuro-Fuzzy Models," in PhD Thesis, Aachen, Germany, TU Darmstadt, Shaker Verlag, 1999.
- [25] J. Sharifi, B. N. Araabi and C. Lucas, "Multi-Step prediction of Dst index using Singular Spectrum Analysis and Locally Linear Neurofuzzy Modeling," *Earth Planets Space, Earth Planets Space*, vol. 58, p. 331-341, 2006.
- [26] J. Sharifi, C. Lucas and B. N. Araabi, "Locally Linear Neurofuzzy Modeling and Prediction of Geomagnetic Storms based on Solar Wind Conditions," *Space Weather*, vol. 4, no.6, pp.1-12, 2006.
- [27] J. Rezaie, B. N. Araabi, B. Moshiri and A. Rafati, "A Modified LOLIMOT Algorithm for Nonlinear Estimation Fusion," in *IEEE International Conference on Information Reuse and Integration*, IRI, 2007.
- [۲۸] فرناز صباحی و محمدرضا اکبرزاده توتونچی، "شناسایی سیستم‌های غیرخطی بر اساس منطق فازی توسعه یافته"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۴، شماره ۱، صفحات ۲۳-۳۲، سال ۱۳۹۲
- [۲۹] سیده‌ادی حسینی، بابک نجار اعرابی، بهزاد مشیری، اشکان رحیمی کیان، "الگوریتم ترکیب فازی مدل‌های پیشبین جریان ترافیک در حضور داده‌های اغتشاشی"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحات ۱۲۱-۱۳۲، سال ۱۳۹۵
- [1] European Fusion Development Agreement (EFDA), Website Available: <http://www.efda.org>
- [2] M. Ariola and A. Pironti, *Magnetic Control of Tokamak Plasmas*, London, Springer, 2008.
- [3] E. Tam, I. Levchenko, J. Li, A. Shashurin, A. B. Murphy, M. Keidar and K. Ostrikov, "Graphene and Carbon Nanotubes From Arc Plasmas: Experiment and Plasma Modeling," *IEEE Transactions on Plasma Science*, vol. 39, no. 11, pp. 2798 - 2799, 2011.
- [4] F. Xue, X. Zhang, J. Luo and L. Yu, "Plasma Shape Identification and Fitting on the Basis of Image Processing on Tokamak," *Journal of Fusion Energy*, vol. 34, pp. 1348-1355, 2015.
- [5] D. Mazon, J. Blum, C. Boulbe and e. al, "Real-time identification of the current density profile in the JET Tokamak: method and validation," in *Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference*, Shanghai, P.R. China, 16-18 December, pp. 285-290, 2009.
- [6] B. Thiébault and et.al, "SPIS 5.1: An Innovative Approach for Spacecraft Plasma Modeling," *IEEE Transaction on Plasma Sciences Society*, vol. 43, no. 9, pp. 2782 - 2788, 2015.
- [7] G. De. Tommasi, T. Tala, M. Ariola, F. Crisanti and A. Piront, "Identification of a dynamic model of plasma current density profiles," in *32nd EPS Conference on Plasma Phys*, ECA, Tarragona, vol. 29C, 27 June-1 July, 2005.
- [8] P. A and A. F, "On-line plasma shape identification for use in control systems," in *Proceedings of the 4th IEEE Conference on Control Applications*, Albany, NY, pp. 665-666, 1995.
- [9] M. Hasegawa, K. Nakamura, K. Tokunaga, K. Tokunaga and e. al, "A Plasma Shape Identification with Magnetic Analysis for the Real-time Control on QUEST," *IEEE Transactions on Fundamentals and Materials*, vol. 132, no. 7, pp. 477-484, 2012.
- [10] H. Jhang, C. Kessel, N. Pomphrey and J.-Y. Kim, "Simulation studies of plasma shape identification and control in Korea Superconducting Tokamak Advanced Research," *Fusion Engineering and Design*, elsevier, vol. 54, pp. 117-134, 2001.
- [11] S. Gerškšič, B. Pregelj, M. Perne, M. Knap, G. D. Tommasi, M. Ariola and A. Pironti, "Plasma current and shape control for ITER using fast online MPC," *IEEE-NPSS Real Time Conference (RT)*, Padova, Italy, pp. 1-2, 2016.
- [12] L. Xiaolong, K. Nakamura, T. Yoshisue and e. al, "Hinf Loop Shaping Control for Plasma Vertical Position Instability on QUEST," *Plasma Science and Technology*, vol. 15, no. 3, 2013.
- [13] S. Gerškšič and G. D. Tommasi, "ITER plasma current and shape control using MPC," in *IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, Buenos Aires, Argentina, pp. 599-604, 2016.

## زیر نویس‌ها

<sup>4</sup> Minor radius<sup>5</sup> Elongation and Triangularity<sup>6</sup> Locally Linear Neurofuzzy (LLNF)<sup>7</sup> Sigmoidal<sup>8</sup> Mean Square Error (MSE)<sup>9</sup> Regularization<sup>10</sup> Orthogonal Least Square (OLS)<sup>11</sup> Locally Linear Model Tree (LOLIMOT)<sup>12</sup> Principal Component Analysis (PCA)<sup>1</sup> Plasma Arc<sup>2</sup> Magneto-Hydrodynamics<sup>3</sup> Canny