

کنترل غیرمتمرکز H_∞ تحمل‌پذیر عیب بر اساس مشاهده‌گر برای سیستم‌های غیرخطی به هم متصل شامل تأخیر زمانی

مریم کازرونی^۱، دانشجوی دکتری؛ علیرضا خیاطیان^۲، دانشیار؛ سیدعلی اکبر صفوی^۳، استاد

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - kazeroonimaryam@yahoo.com

۲- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - khayatia@shirazu.ac.ir

۳- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - safavi@shirazu.ac.ir

چکیده: در این مقاله، یک روش کنترل غیرمتمرکز H_∞ تحمل‌پذیر عیب برای سیستم‌های غیرخطی به هم متصل با تأخیرهای متغیر با زمان در عبارت‌های اتصالات بر اساس مشاهده‌گر ارائه شده است. عبارت‌های اتصالات شامل تأخیرهای متغیر با زمان، در هر دو معادله حالت و خروجی در نظر گرفته شده است. عیب‌هایی که در این مقاله مورد مطالعه قرار می‌گیرد، عیب عملکرد می‌باشد که به دو صورت از دست دادن اثربخشی و قفل در محل، مدل شده‌اند. بر اساس تخمین اندازه عیب، کنترل‌کننده غیرمتمرکز تحمل‌پذیر عیب فعال مبتنی بر مشاهده‌گر در هر زیرسیستم طراحی شده که پایداری سیستم حلقه بسته را به صورت نامساوی ماتریسی خطی از طریق رویکرد لیاپانوف-کراسوفسکی تضمین می‌کند. کنترل‌کننده پیشنهادی برای یک سیستم شامل دو ماشین که متشکل از اتصالات بسیار غیرخطی است، شبیه‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی صحت و کارایی روش پیشنهادی را تصدیق می‌کند.

واژه‌های کلیدی: تأخیرهای متغیر با زمان، سیستم‌های غیرخطی به هم متصل، کنترل غیرمتمرکز H_∞ تحمل‌پذیر عیب، لیاپانوف-کراسوفسکی، نامساوی ماتریسی خطی.

Observer Based Decentralized H_∞ Fault Tolerant Control of Interconnected Nonlinear Uncertain Time Delay Systems

M. Kazerooni¹, PhD Student; A. R. Khayatian², Associate Professor; S. A. A. Safavi³, Professor

1- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Shiraz, Shiraz, Iran, Email: kazeroonimaryam@yahoo.com

2- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Shiraz, Shiraz, Iran, Email: khayatia@shirazu.ac.ir

3- Faculty of Electrical and Computer Engineering, University of Shiraz, Shiraz, Iran, Email: safavi@shirazu.ac.ir

Abstract: In this paper, the uncertain H_∞ fault tolerant control approach is investigated for interconnected nonlinear systems with time-varying delays in interconnections based on observers. The time varying delay interactions are considered in both the state and the observation output. Faults invoked in this paper are actuator ones which are modeled as both the loss of effectiveness and lock in place. The considered actuator failure can cover most failures that may occur in actuators of the systems. On the basis of fault estimation information, an observer-based memoryless fault-tolerant controller is designed to guarantee the stability of the closed-loop time delay system in terms of linear matrix inequalities (LMIs) via the Lyapunov-Krasovskii approach. Two machine subsystems are considered as numerical examples which consisted of highly nonlinear interconnections. These subsystems are employed to verify the validity and the effectiveness of the obtained results in the case of actuator failures.

Keywords: Time-varying delays, interconnected nonlinear systems, uncertain H_∞ fault tolerant control, Lyapunov-Krasovskii, linear matrix inequalities.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۴/۱۰/۰۱

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۴/۱۲/۲۴، ۱۳۹۵/۰۱/۲۴، ۱۳۹۵/۰۴/۰۷، ۱۳۹۵/۰۵/۱۶ و ۱۳۹۵/۰۶/۰۴

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۸/۱۵

نام نویسنده مسئول: علیرضا خیاطیان

نشانی نویسنده مسئول: شیراز - بلوار جمهوری - دانشگاه شیراز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر.

۱- مقدمه

از آنجاکه غالباً تأخیر زمانی در بسیاری از فرآیندهای صنعتی وجود دارد، کنترل سیستم‌های شامل تأخیر زمانی از اهمیت زیادی برخوردار می‌باشد [۱-۳]. در دنیای واقعی بسیاری از سیستم‌های عملی از زیرسیستم‌های به هم متصل تشکیل شده و کنترل سیستم‌های به هم متصل می‌تواند به دلیل عدم قطعیت و تأخیر زمانی بسیار دشوار باشد [۴-۶].

علاوه بر این، با توجه به محدود بودن دسترسی به اطلاعات حالات سیستم، کنترل سیستم‌های به هم متصل، با استفاده از روش‌های فیدبک حالت غیرمترکز به سادگی امکان‌پذیر نیست. در نتیجه، تخمین حالات سیستم‌های به هم متصل از روی اندازه‌گیری‌های خروجی توجه زیادی را در سال‌های اخیر به خود جلب کرده است. طراحی مشاهده‌گر حالت برای سیستم‌های به هم متصل که در آن عبارت اتصالات در طراحی مشاهده‌گر استفاده شده را در چندین مقاله از جمله مرجع [۷] می‌توان یافت. از سوی دیگر، مشاهده‌گر و طراحی کنترل فیدبک مبتنی بر مشاهده‌گر برای سیستم‌های به هم متصل که تنها به ورودی و خروجی زیرسیستم‌های محلی بستگی دارند نیز در مرجع [۸] ارائه شده است. در مراجع فوق‌الذکر تأخیر زمانی وجود ندارد.

از طرف دیگر، تأخیر زمانی می‌تواند مشکلاتی از جمله ناپایداری سیستم را موجب شود. از این رو، تحقیقات گسترده‌ای به منظور بررسی مشکلات ناشی از تأخیر در سیستم‌ها انجام شده است. تحلیل پایداری سیستم‌های شامل تأخیر زمانی را می‌توان به دو روش انجام داد. روش‌های وابسته و روش‌های مستقل از تأخیر زمانی. در سال‌های اخیر، روش‌های وابسته به تأخیر که کمتر محافظه‌کارانه هستند جذابیت بیشتری برای خوانندگان دارند [۹].

مسئله مهم دیگر عملکرد عملگرهاست، عیب در عملگرهای سیستم می‌تواند عملکرد سیستم کنترل را تنزل بخشد و حتی سیستم حلقه‌بسته را ناپایدار کند. در نتیجه، به منظور بهبود قابلیت اطمینان سیستم، طراحی کنترل تحمل‌پذیر عیب به طوری که عملکرد سیستم در یک محدوده قابل قبول حفظ شود حتی زمانی که برخی عملگرها دچار عیب می‌شوند، بسیار مهم می‌باشد. روش کنترل تحمل‌پذیر عیب فعال می‌تواند به طور خودکار تأثیر عیب‌های به وجود آمده را جبران و عملکرد کلی سیستم را در حضور عیب‌های فرآیند حفظ کند. با توجه به مباحث فوق، در این تحقیق به بحث و بررسی در زمینه کنترل غیرمترکز تحمل‌پذیر عیب H_{∞} بر اساس مشاهده‌گر برای سیستم‌های غیرخطی به هم متصل شامل تأخیر زمانی پرداخته می‌شود. در ادامه، مهم‌ترین مقالات مرتبط با موضوع بررسی شده است. روش کنترل H_{∞} برای سیستم‌های غیرخطی ابعاد وسیع با تأخیر متغیر با زمان بازه‌ای که در عبارت اتصالات وجود دارد در مرجع [۱۰] بررسی شده است. تأخیر زمانی می‌تواند هر تابع پیوسته‌ای باشد که در هر دو معادله حالت و خروجی وجود دارد. با کمک یک تابع لیاپانوف-

کراسوفسکی، شرط کافی جدیدی وابسته به تأخیر برای وجود کنترل H_{∞} غیرمترکز از طریق نامساوی ماتریسی خطی به دست آمده است. در این مقاله فرض شده است که حالت‌های سیستم برای طراحی کنترل‌کننده در دسترس می‌باشند که این فرض، کاربرد این روش را محدود می‌نماید و هیچ عیبی در توصیف سیستم در نظر گرفته نشده است.

در [۱۱]، یک مشاهده‌گر و کنترل‌کننده برای خانواده‌ای از سیستم‌های غیرخطی به هم متصل طراحی شده است. در مقاله مذکور، ماتریس بهره مشاهده‌گر و ماتریس بهره کنترل‌کننده از طریق رویکرد نامساوی ماتریسی خطی به طور همزمان به دست می‌آیند. علاوه بر این، پایداری سیستم حلقه بسته با وجود اغتشاشات خارجی از طریق شاخص عملکرد H_{∞} به دست می‌آید. هیچ‌گونه عیب و تأخیر زمانی در معادله سیستم وجود ندارد و عبارت اتصالات تنها در معادله حالت سیستم ظاهر می‌شود.

کنترل ساختار متغیر فیدبک خروجی ایستا برای خانواده‌ای از سیستم‌های به هم متصل با چندین تأخیر متغیر با زمان در مرجع [۱۲] ارائه شده است. پایداری سیستم حلقه‌بسته بر اساس روش لیاپانوف رازومیخین بررسی شده است. تأخیر، معلوم فرض شده و عبارت اتصالات نامعلوم توسط خانواده‌ای از توابع خروجی و خروجی‌های با تأخیر محدود شده است. علاوه بر این، این مقاله عدم قطعیت غیرخطی را به صورت تطبیق شده در نظر می‌گیرد که کاربردهای این روش را محدود می‌کند.

در [۱۳]، پایداری خانواده‌ای از سیستم‌های متغیر با زمان ابعاد وسیع با حضور حالات تأخیر یافته در عبارت اتصالات بررسی شده است. علاوه بر این، فرض بر این است که مرزهای بالایی عدم قطعیت در عبارت اتصالات نامعلوم می‌باشند. در نهایت محدود بودن یکنواخت سیستم حلقه‌بسته بر اساس تئوری لیاپانوف-کراسوفسکی تضمین می‌شود.

یک طرح کنترل تطبیقی تحمل‌پذیر عیب فازی برای خانواده‌ای از سیستم‌های غیرخطی در ابعاد وسیع در فرم بازخورد اکید در مرجع [۱۴] بررسی شده است. عیب در نظر گرفته شده در این مقاله، عیب عملگر می‌باشد که به دو صورت از دست دادن اثربخشی و قفل در محل مدل شده است. در مقاله مذکور فرض شده است که اندازه عیب عملگر معلوم و هیچ عیب و عبارت اتصالاتی در معادله خروجی وجود ندارد.

با توجه به مطالب ذکر شده، در این مقاله کنترل تحمل‌پذیر عیب H_{∞} برای خانواده‌ای از سیستم‌های غیرخطی به هم متصل با تأخیر متغیر با زمان بر اساس مشاهده‌گر طراحی شده است. کنترل پیشنهادی تضمین می‌کند که شاخص عملکرد H_{∞} اثرات اغتشاش خارجی بر روی کل سیستم را به حداقل می‌رساند. علاوه بر این، برای بازیابی عملکرد سیستم، ورودی‌های کنترل هر زیرسیستم تأثیرات عیب عملگر را جبران می‌کنند. همچنین روش کنترل ارائه شده به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی به صورت نامساوی ماتریسی خطی بیان

۲-۱- مدل عیب

در این مقاله، عیب تحت بررسی عیب عملگر است. فرض کنید $u_i^f(t)$ نشان دهنده عملگر دچار عیب نام است. مدل عیب عملگر به شرح زیر در نظر گرفته شده است که به طور کامل از مرجع [۱۴] برگرفته شده است:

مدل عیب قفل شونده عملگر به صورت رابطه زیر در نظر گرفته می شود:

$$u_{i,j}^f = \bar{u}_{i,j}, t > t_{i,j} \quad (5)$$

$$j \in \{j_{i,1}, j_{i,2}, \dots, j_{i,p_i}\} \subset \{1, 2, \dots, m_i\}$$

به طوری که $\bar{u}_{i,j}$ مقداری است که در آن عملگر نام در زیر سیستم نام قفل شده است. $t_{i,j}$ زمانی که در آن عیب قفل در محل رخ می دهد. هنگامی که اثر بخشی کنترل از دست برود، مدل از دست دادن اثربخشی کنترل سیستم به صورت زیر مدل می شود:

$$u_{i,k}^f = \varphi_{i,k} u_{i,k}, t > t_{i,k} \quad (6)$$

$$k \in \{j_{i,1}, j_{i,2}, \dots, j_{i,p_i}\} \subset \{1, 2, \dots, m_i\}$$

به طوری که $u_{i,k}$ ، k امین ورودی کنترل زیر سیستم نام می باشد و $t_{i,k}$ زمانی است که در آن عیب از دست دادن اثربخشی صورت می گیرد. $\varphi_{i,k} \in [\varphi_{i,k}, 1]$ مقدار از دست دادن اثربخشی عملگر مربوطه است، $0 < \varphi_{i,k} \leq 1$ حد پایین $\varphi_{i,k}$ هنگامی $\varphi_{i,k} = 1$ بدان معنی است که در زیر سیستم نام عیبی رخ نداده است. علامت - بدین معنی است که دو عیب در نظر گرفته شده در عملگرها به طور همزمان صورت نمی گیرد.

با در نظر گرفتن معادله (۵) و (۶)، ورودی کنترل با در نظر گرفتن دو نوع عیب قفل در محل و از دست رفتن اثربخشی می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$u_{i,j}^f = (1 - \sigma_{i,j}) \varphi_{i,j} u_{i,j} + \sigma_{i,j} \bar{u}_{i,j}, \quad (7)$$

$$i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, m_i$$

که در آن $\sigma_{i,j}$ عامل قفل شدن است که به شرح زیر تعریف می شود:

$$\sigma_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{اگر عملگر نام در زیر سیستم نام قفل شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

اطلاعات بیشتر در زمینه مدل سازی عیب عملگر را در مراجع [۱۴-۱۷] می توان یافت.

هنگامی که عیبی رخ بدهد، مدل هر یک از زیر سیستمها به صورت زیر نوشته می شود:

می شود و همچنین در یک مرحله به طور همزمان ماتریس بهره کنترل کننده و مشاهده گر محاسبه می شوند.

این مقاله به شرح زیر ادامه می یابد. در بخش ۲، بیان مسئله ارائه شده است. در بخش ۳، رویکرد طراحی کنترل تحمل پذیر عیب H_∞ برای خانواده ای از سیستم های غیر خطی بهم متصل با تأخیر متغیر با زمان بر اساس مشاهده گر ارائه می گردد. صحت روش پیشنهادی در بخش ۴ بیان شده است. در نهایت، نتیجه گیری در بخش ۵ آورده شده است.

۲- بیان مسئله

خانواده ای از سیستم های غیر خطی بهم متصل با تأخیر متغیر با زمان متشکل از N زیر سیستم که زیر سیستم نام با معادلات زیر توصیف می شود را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= A_i x_i(t) + B_i u_i(t) + D_i w_i(t) \\ &\quad + f_i(t, x_i(t), u_i(t), w_i(t), \{x_j(t - h_{ij}(t))\}_{j=1, j \neq i}^N) \\ &\quad + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} x_j(t - h_{ij}(t)) \\ y_i(t) &= C_i x_i(t) + F_i u_i(t) \\ &\quad + g_i(t, x_i(t), u_i(t), \{x_j(t - h_{ij}(t))\}_{j=1, j \neq i}^N) \\ &\quad + \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} x_j(t - h_{ij}(t)) \\ x_i(t) &= \rho_i(t) \quad \forall t \in [-h, 0] \end{aligned} \quad (1)$$

به طوری که $x_i(t) \in R^{n_i}$ بردار حالت، $y_i(t) \in R^{q_i}$ بردار خروجی، $u_i(t) = [u_{i,1}, \dots, u_{i,m_i}] \in R^{m_i}$ ، ورودی کنترل است، $w_i(t) \in L_2([0, \infty))$ اغتشاش خارجی، $A_i, B_i, C_i, D_i, F_i, G_{ij}, A_{ij}$ ماتریس های سیستم با ابعاد مناسب هستند، تأخیر زمانی معلوم و شرایط $0 \leq h_{ij}(t) \leq \bar{h}_{ij}, \dot{h}_{ij}(t) \leq \tau_{ij} < 1$ را برآورده می سازند، به طوری که \bar{h}_{ij} و τ_{ij} ثوابت مثبت می باشند، شرط اولیه زیر سیستمها و توابع غیر خطی $f_i(\cdot), g_i(\cdot)$ شرایط زیر را برآورده می کنند [۱۰]:

$$\exists a_i, b_i, d_i, a_{ij} > 0 : \|f_i(\cdot)\| \leq a_i \|x_i(t)\| + b_i \|u_i(t)\| + d_i \|w_i(t)\| + \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij} \|x_j(t - h_{ij})\| \quad (2)$$

$$\exists c_i, \lambda_i, g_{ij} > 0 : \|g_i(\cdot)\|^2 \leq c_i \|x_i(t)\|^2 + \lambda_i \|u_i(t)\|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^N g_{ij} \|x_j(t - h_{ij})\|^2 \quad (3)$$

لم ۱ [۱۰]: فرض کنید که X و Y بردارها و یا ماتریسها با ابعاد مناسب هستند، آن وقت همواره می توان ثابت $\alpha > 0$ به گونه ای انتخاب کرد، نامساوی زیر همیشه برقرار باشد:

$$X^T Y + Y^T X \leq \alpha X^T X + \alpha^{-1} Y^T Y \quad (4)$$

$$u_i(t) = \hat{\varphi}_i^{-1} u_i^N - \hat{u}_i \quad (11)$$

در این صورت معادلات سیستم حلقه‌بسته با مشاهده‌گر به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & A_i x_i(t) \\ & + B_i [(I - \sigma_i I) (\varphi_i - \hat{\varphi}_i) (-K_i \hat{x}_i + r_i(t)) + \sigma_i (\bar{u}_i - \hat{u}_i)] \\ & + D_i w_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} x_j(t - h_{ij}) \\ & + f_i(t, x_i(t), u_i^f(t), w_i(t), \{x_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i(t) = & A_i \hat{x}_i(t) + B_i [(-K_i \hat{x}_i + r_i(t))] \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} \hat{x}_j(t - h_{ij}(t)) + L_i (y_i(t) - \hat{y}_i(t)) \end{aligned}$$

فرض کنید خطای تخمین $(e_i = x_i(t) - \hat{x}_i(t))$ و خطای پارامتر $(\tilde{\varphi}_i = \hat{\varphi}_i - \varphi_i)$ ، $(\tilde{u}_i = \hat{u}_i - u_i)$ باشد. در این صورت دینامیک خطای تخمین به صورت معادله (۱۳) بیان می‌شود.

$$\begin{aligned} \dot{e}_i = & (A_i - L_i C_i) e_i + D_i w_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} e_j(t - h_{ij}) \\ & + f_i(t, x_i(t), u_i^f(t), w_i(t), \{x_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \\ & + L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} e_j(t - h_{ij}) \\ & + L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N g_i(t, x_i(t), u_i^f(t), \{x_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \\ & + (I - \sigma_i) [B_i + L_i F_i] \tilde{\varphi}_i u_i + \sigma_i [B_i + L_i F_i] \tilde{u}_i \end{aligned} \quad (13)$$

مسئله اصلی این است که ماتریس بهره کنترل K_i و مشاهده‌گر L_i را به گونه‌ای به دست آوریم که سیستم حلقه‌بسته (۱۲) پایدار باشد و به شاخص عملکرد H_∞ برای غلبه بر عدم قطعیت موجود در سیستم دست یابیم.

برای رسیدن به این هدف، معیار H_∞ به شرح زیر انتخاب می‌گردد:

$$\sum_{i=1}^N \int_0^\infty e_i^T \Psi_i e_i dt + \sum_{i=1}^N \int_0^\infty \hat{x}_i^T \bar{\Psi}_i \hat{x}_i dt \leq \gamma_i \int_0^\infty w_i^T w_i dt \quad (14)$$

به طوری که γ_i یک ثابت مثبت است و Ψ_i و $\bar{\Psi}_i$ ماتریس‌های مثبت معین متقارن هستند. علاوه، فرض بر این است که

$$\|u_i(t)\|^2 \leq u_{m_i} \quad (15)$$

به طوری که u_{m_i} یک ثابت مثبت است. این فرض در ادامه با برقراری قضیه ۱ و با توجه به محدود بودن تخمین حالات صادق می‌باشد.

قضیه ۱. اگر ماتریس‌های مثبت معین و متقارن $P_i, \bar{P}_i, Q_i, \bar{Q}_i, \Psi_i, \bar{\Psi}_i$ و ماتریس‌های N_i, M_i, Φ_i و ثوابت مثبت γ_i وجود داشته باشند به طوری که نامساوی ماتریسی (۱۶) و معادلات تساوی (۱۷) و (۱۸) برقرار باشند.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) = & A_i x_i(t) + B_i [(I - \sigma_i I) \varphi_i u_i + \sigma_i \bar{u}_i] \\ & + D_i w_i(t) + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} x_j(t - h_{ij}) \\ & + f_i(t, x_i(t), u_i^f(t), w_i(t), \{x_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} y_i(t) = & C_i x_i(t) + F_i [(I - \sigma_i I) \varphi_i u_i + \sigma_i \bar{u}_i] \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} x_j(t - h_{ij}) \\ & + g_i(t, x_i(t), u_i^f(t), \{x_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \end{aligned}$$

به طوری که $\sigma_i = \text{diag}[\sigma_{i,1}, \sigma_{i,2}, \dots, \sigma_{i,m_i}]$

$$u_i = [u_{i,1}, u_{i,2}, \dots, u_{i,m_i}], \varphi_i = \text{diag}[\varphi_{i,1}, \varphi_{i,2}, \dots, \varphi_{i,m_i}]$$

$$\bar{u}_i = [\bar{u}_{i,1}, \bar{u}_{i,2}, \dots, \bar{u}_{i,m_i}] \text{ و } I \text{ ماتریس واحد با ابعاد مناسب است.}$$

با توجه به مسئله تعریف شده فوق‌الذکر، هدف از این تحقیق ارائه یک کنترل غیرمترکز تحمل‌پذیر عیب فعال برای سیستم (۱) با عیب عملکرد می‌باشد، به طوری که تمام سیگنال‌های سیستم حلقه‌بسته محدود باقی بماند. در ادامه به نحوه طراحی کنترل‌کننده پیشنهادی پرداخته می‌گردد.

۳- طراحی کنترل تحمل‌پذیر عیب مبتنی بر مشاهده‌گر

در این بخش، طرح کنترل تحمل‌پذیر عیب فعال H_∞ بر اساس مشاهده‌گر بررسی شده است. در شرایط عادی، فرض می‌گردد که کنترل نامی مبتنی بر مشاهده‌گر برای هر زیرسیستم قبل از وقوع عیب به صورت زیر طراحی شده است:

$$u_i^N(t) = -K_i \hat{x}_i + r_i(t) \quad (9)$$

به طوری که K_i ماتریس بهره فیدبک و $r_i(t)$ ورودی مرجع، \hat{x}_i تخمین حالات سیستم است که بر اساس مشاهده‌گر زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i(t) = & A_i \hat{x}_i(t) + B_i [(I - \sigma_i I) \hat{\varphi}_i u_i + \sigma_i \hat{u}_i] \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} \hat{x}_j(t - h_{ij}(t)) + L_i (y_i(t) - \hat{y}_i(t)) \\ \hat{y}_i(t) = & C_i \hat{x}_i(t) + F_i [(I - \sigma_i I) \hat{\varphi}_i u_i + \sigma_i \hat{u}_i] \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} \hat{x}_j(t - h_{ij}(t)) \end{aligned} \quad (10)$$

در رابطه (۱۰)، $\hat{\varphi}_i, \hat{u}_i$ تخمین پارامترهای عیب φ_i, \bar{u}_i می‌باشد و ماتریس بهره مشاهده‌گر L_i در ادامه تعیین می‌شود. برای طراحی یک کنترل‌کننده قابل اعتماد برای جبران اثر عیب در هر زیرسیستم، کنترل تحمل‌پذیر عیب فعال مبتنی بر مشاهده‌گر زیر بر اساس تخمین پارامترهای عیب به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\Pi_i = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & P_i & N_i & 2P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} + 2N_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} & 2M_i C_i & 0 & 0 & 2P_i D_i \\ * & -I & 0 & 0 & 2M_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\sum_{j=1, j \neq i}^N (1-\tau_{ij})\bar{P}_i & 2M_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \varphi_{33} & M_i & 2Q_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} & 0 \\ * & * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \varphi_{44} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & (d_i^2 - \gamma_i)I \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

به طوری که $\dot{V}_i \leq 2\dot{e}_i^T P_i e_i + 2\dot{\hat{x}}_i^T Q_i \hat{x}_i + N e_i^T \bar{P}_i e_i$

$$\begin{aligned} & - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1-\tau_{ij}) e_i^T (t-h_{ij}) \bar{P}_i e_i (t-h_{ij}) + N \dot{\hat{x}}_i^T \bar{Q}_i \hat{x}_i \\ & - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1-\tau_{ij}) \dot{\hat{x}}_i^T (t-h_{ij}) \bar{Q}_i \hat{x}_i (t-h_{ij}) \\ & + 2\text{trace}(\tilde{\varphi}_i^T \Gamma_i \tilde{\varphi}_i) + 2\tilde{u}_i^T \Upsilon_i \tilde{u}_i \end{aligned} \quad (22)$$

با استفاده از معادله مشاهده گر (۱۰) و معادله (۱۱) و جایگزین کردن معادله (۱۳)، می توان مشتق تابع لیاپانوف-کراسوفسکی را به صورت معادله (۲۳) به دست آورد.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i & \leq e_i^T ((A_i - L_i C_i)^T P_i + P_i (A_i - L_i C_i)) e_i \\ & + 2e_i^T P_i D_i w_i(t) + 2e_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} e_j(t-h_{ij}) \\ & + 2e_i^T P_i (B_i + L_i F_i) \tilde{\varphi}_i u_i^N(t) + 2e_i^T P_i (B_i + L_i F_i) \tilde{u}_i \\ & + 2e_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N f_i(t, x_i(t), u_i^f(t), w_i(t), \{x_j(t-h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \\ & + 2e_i^T P_i L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} e_j(t-h_{ij}) \\ & + 2e_i^T P_i L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N g_i(t, x_i(t), u_i^f(t), \{x_j(t-h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \\ & + \dot{\hat{x}}_i^T ((A_i - B_i K_i)^T Q_i + Q_i (A_i - B_i K_i)) \hat{x}_i \\ & + 2\dot{\hat{x}}_i^T Q_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} \hat{x}_j(t-h_{ij}) \\ & + 2\dot{\hat{x}}_i^T Q_i L_i C_i e_i + 2\dot{\hat{x}}_i^T Q_i L_i F_i \tilde{\varphi}_i u_i^N(t) + 2\dot{\hat{x}}_i^T Q_i L_i F_i \tilde{u}_i \\ & + 2\dot{\hat{x}}_i^T Q_i L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N g_i(t, x_i(t), u_i^f(t), \{x_j(t-h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) + \\ & 2\dot{\hat{x}}_i^T Q_i L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} e_j(t-h_{ij}) + N e_i^T \bar{P}_i e_i \\ & - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1-\tau_{ij}) e_i^T (t-h_{ij}) \bar{P}_i e_i (t-h_{ij}) + N \dot{\hat{x}}_i^T \bar{Q}_i \hat{x}_i \\ & - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1-\tau_{ij}) \dot{\hat{x}}_i^T (t-h_{ij}) \bar{Q}_i \hat{x}_i (t-h_{ij}) \\ & + 2\text{trace}(\tilde{\varphi}_i^T \Gamma_i \tilde{\varphi}_i) + 2\tilde{u}_i^T \Upsilon_i \tilde{u}_i \end{aligned} \quad (23)$$

با استفاده از معادله (۲) و (۳) و لم ۱، عبارت های $2e_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N f_i(t, x_i(t), u_i^f(t), w_i(t), \{x_j(t-h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N)$

$$\begin{aligned} \varphi_{11} & = A_i^T P_i + P_i A_i - N_i C_i - C_i^T N_i^T \\ & + N \bar{P}_i + (a_i^2 + c_i)I + \Psi_i + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} I \\ \varphi_{33} & = N \bar{Q}_i + c_i I + A_i^T Q_i - \Phi_i^T + Q_i A_i - \Phi_i + \bar{\Psi}_i \\ \varphi_{44} & = - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1-\tau_{ij}) \bar{Q}_i + \sum_{j \neq i, j=1}^N a_{ij}^2 I + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} I \\ Q_i P_i^{-1} & = M_i N_i^{-1} \end{aligned} \quad (17)$$

$$P_i B_i + N_i F_i = 0 \quad (18)$$

آنگاه در صورتی که قوانین وفقی برای به روزرسانی پارامترهای خطا به صورت زیر انتخاب شوند:

$$\dot{\tilde{\varphi}}_i = -\Gamma_i^{-1} (\hat{x}_i^T M_i F_i u_i(t)) \quad (19)$$

$$\dot{\tilde{u}}_i = -\Upsilon_i^{-1} (\hat{x}_i^T M_i F_i) \quad (20)$$

به طوری که Γ_i و Υ_i ماتریس های مثبت معین مناسب باشند، می توان نتیجه گرفت که تخمین خطاها (e_i)، حالات و خطاهای پارامتر عیب ($\tilde{\varphi}_i$)، (\tilde{u}_i) محدود خواهند بود و در نتیجه سیستم حلقه بسته نیز پایدار می ماند.

در اینجا * نشان دهنده عناصر متقارن در یک ماتریس متقارن است.

اثبات. تابع لیاپانوف-کراسوفسکی به صورت زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} V_i & = e_i^T P_i e_i + \hat{x}_i^T Q_i \hat{x}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N \int_{t-h_{ij}}^t e_i^T \bar{P}_i e_i d\tau \\ & + \sum_{j=1, j \neq i}^N \int_{t-h_{ij}}^t \hat{x}_i^T \bar{Q}_i \hat{x}_i d\tau + \text{trace}(\tilde{\varphi}_i^T \Gamma_i \tilde{\varphi}_i) + \tilde{u}_i^T \Upsilon_i \tilde{u}_i \end{aligned} \quad (21)$$

و مشتق تابع لیاپانوف-کراسوفسکی مذکور می تواند به صورت زیر فرموله شود:

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & e_i^T ((A_i - L_i C_i)^T P_i + P_i (A_i - L_i C_i)) e_i \\ & + 2e_i^T P_i D_i w_i(t) + 2e_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} e_j(t - h_{ij}) \\ & + 2e_i^T P_i L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} e_j(t - h_{ij}) + e_i^T P_i P_i e_i \\ & + a_i^2 \|e_i(t)\|^2 + a_i^2 \|\hat{x}_i(t)\|^2 + b_i^2 u_{m_i}^2 \\ & + d_i^2 \|w_i(t)\|^2 + \sum_{j \neq i, j=1}^N a_{ij}^2 \|e_j(t - h_{ij})\|^2 \\ & + \sum_{j \neq i, j=1}^N a_{ij}^2 \|\hat{x}_j(t - h_{ij})\|^2 + e_i^T (P_i L_i)^T (P_i L_i) e_i \\ & + c_i \|e_i(t)\|^2 + c_i \|\hat{x}_i(t)\|^2 + \lambda_i u_{m_i}^2 \\ & + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} \|\hat{x}_j(t - h_{ij})\|^2 + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} \|e_j(t - h_{ij})\|^2 \\ & + \hat{x}_i^T ((A_i - B_i K_i)^T Q_i + Q_i (A_i - B_i K_i)) \hat{x}_i \\ & + 2\hat{x}_i^T Q_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} \hat{x}_j(t - h_{ij}) \\ & + 2\hat{x}_i^T Q_i L_i C_i e_i + 2\hat{x}_i^T Q_i L_i F_i \tilde{\varphi}_i u_i + 2\hat{x}_i^T Q_i L_i F_i \tilde{u}_i \\ & + \hat{x}_i^T (Q_i L_i)^T (Q_i L_i) \hat{x}_i + 2\hat{x}_i^T Q_i L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} e_j(t - h_{ij}) \\ & + N e_i^T \bar{P}_i e_i - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1 - \tau_{ij}) e_i^T (t - h_{ij}) \bar{P}_i e_i(t - h_{ij}) \\ & + N \hat{x}_i^T \bar{Q}_i \hat{x}_i - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1 - \tau_{ij}) \hat{x}_i^T (t - h_{ij}) \bar{Q}_i \hat{x}_i(t - h_{ij}) \end{aligned} \quad (27)$$

با در نظر گرفتن $\dot{\hat{\varphi}}_i = -\Gamma_i^{-1} (\hat{x}_i^T M_i F_i u_i^N(t))$ و $\dot{\tilde{u}}_i = -\Upsilon_i^{-1} (\hat{x}_i^T M_i F_i)$ و

$$\dot{V}_i \leq \zeta_i^T \Lambda_i \zeta_i + (b_i^2 + 2\lambda_i) u_{m_i}^2 \quad (28)$$

به طوری که

$$\zeta_i = \begin{bmatrix} e_i & \{e_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N & \hat{x}_i & \{\hat{x}_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N & w_i(t) \end{bmatrix}^T$$

$$\Lambda_i = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & 2P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} + 2N_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} & 2M_i C_i & 0 & 0 \\ * & - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1 - \tau_{ij}) \bar{P} & 2M_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} & 0 & 0 \\ * & \varphi_{33} & 2Q_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \varphi_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{11} = & A_i^T P_i + P_i A_i - N_i C_i - C_i^T N_i^T \\ & + P_i P_i + N_i^T N_i + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} I + N \bar{P}_i \\ & + (a_i^2 + c_i) I \\ \varphi_{33} = & M_i^T M_i + N \bar{Q}_i + c_i I + A_i^T Q_i - \Phi_i^T + Q_i A_i - \Phi_i \\ \varphi_{44} = & - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1 - \tau_{ij}) \bar{Q}_i + \sum_{j \neq i, j=1}^N a_{ij}^2 I + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} I \end{aligned}$$

به صورت زیر ساده شوند:

$$2e_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N g_i(t, x_i(t), u_i^f(t), \{x_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \leq$$

$$\begin{aligned} & 2e_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N f_i(t, x_i(t), u_i^f(t), w_i(t), \{x_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \leq \\ & (e_i^T P_i P_i e_i + a_i^2 \|e_i(t)\|^2 + a_i^2 \|\hat{x}_i(t)\|^2 + b_i^2 u_{m_i}^2 + d_i^2 \|w_i(t)\|^2) \\ & + \sum_{j \neq i, j=1}^N a_{ij}^2 \|e_j(t - h_{ij})\|^2 + \sum_{j \neq i, j=1}^N a_{ij}^2 \|\hat{x}_j(t - h_{ij})\|^2) \quad (24) \\ & 2e_i^T P_i L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N g_i(t, x_i(t), u_i^f(t), \{x_j(t - h_{ij})\}_{j=1, j \neq i}^N) \leq \\ & e_i^T (P_i L_i)^T (P_i L_i) e_i + c_i \|e_i(t)\|^2 + c_i \|\hat{x}_i(t)\|^2 \\ & + \lambda_i u_{m_i}^2 + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} \|\hat{x}_j(t - h_{ij})\|^2 + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} \|e_j(t - h_{ij})\|^2 \quad (25) \end{aligned}$$

با توجه به معادلات (۲۴) و (۲۵)، می توان مشتق V_i را به صورت معادله (۲۶) بیان نمود.

$$\begin{aligned} \dot{V}_i \leq & e_i^T ((A_i - L_i C_i)^T P_i + P_i (A_i - L_i C_i)) e_i \\ & + 2e_i^T P_i D_i w_i(t) + 2e_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} e_j(t - h_{ij}) \\ & + 2e_i^T P_i (B_i + L_i F_i) \tilde{\varphi}_i u_i^N(t) + 2e_i^T P_i (B_i + L_i F_i) \tilde{u}_i \\ & + 2e_i^T P_i L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} e_j(t - h_{ij}) + e_i^T P_i P_i e_i \\ & + a_i^2 \|e_i(t)\|^2 + a_i^2 \|\hat{x}_i(t)\|^2 + b_i^2 u_{m_i}^2 + d_i^2 \|w_i(t)\|^2 \\ & + \sum_{j \neq i, j=1}^N a_{ij}^2 \|e_j(t - h_{ij})\|^2 + \sum_{j \neq i, j=1}^N a_{ij}^2 \|\hat{x}_j(t - h_{ij})\|^2 \\ & + e_i^T (P_i L_i)^T (P_i L_i) e_i + c_i \|e_i(t)\|^2 + c_i \|\hat{x}_i(t)\|^2 \\ & + \lambda_i u_{m_i}^2 + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} \|\hat{x}_j(t - h_{ij})\|^2 \\ & + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} \|e_j(t - h_{ij})\|^2 + \hat{x}_i^T ((A_i - B_i K_i)^T Q_i \\ & + Q_i (A_i - B_i K_i)) \hat{x}_i + 2\hat{x}_i^T Q_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} \hat{x}_j(t - h_{ij}) \\ & + 2\hat{x}_i^T Q_i L_i C_i e_i + 2\hat{x}_i^T Q_i L_i F_i \tilde{\varphi}_i u_i^N \\ & + 2\hat{x}_i^T Q_i L_i F_i \tilde{u}_i + \hat{x}_i^T (Q_i L_i)^T (Q_i L_i) \hat{x}_i \\ & + 2\hat{x}_i^T Q_i L_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} e_j(t - h_{ij}) \quad (26) \\ & + N e_i^T \bar{P}_i e_i - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1 - \tau_{ij}) e_i^T (t - h_{ij}) \bar{P}_i e_i(t - h_{ij}) \\ & + N \hat{x}_i^T \bar{Q}_i \hat{x}_i - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1 - \tau_{ij}) \hat{x}_i^T (t - h_{ij}) \bar{Q}_i \hat{x}_i(t - h_{ij}) \end{aligned}$$

فرض می کنیم که تساوی $P_i(B_i + L_i F_i) = 0$ برقرار باشد در این صورت معادله (۲۶) به معادله (۲۷) ساده می شود.

از معادله (۱۴) می توان نتیجه گرفت:

$$e_i^T \Psi_i e_i + \hat{x}_i^T \bar{\Psi}_i \hat{x}_i - \gamma_i w_i^T w_i + \dot{V}_i \leq \zeta_i^T \bar{\Lambda}_i \zeta_i + (b_i^2 + 2\lambda_i) u_{m_i}^2 \quad (29)$$

در نتیجه معادله (۱۳) تضمین می شود و اثبات کامل می گردد.
توجه ۱. بر اساس لم مکمل شور و فرض کردن این که $Q_i L_i = M_i$ ، $P_i L_i = N_i$ ، $Q_i B_i K_i = \Phi_i$ ، معادله (۳۰) می تواند به صورت نامساوی ماتریسی خطی نوشته شود. علاوه بر این، برای مقابله با مشکل به دست آوردن بردار L_i ، رابطه تساوی (۱۷) باید برقرار باشد. همان طور که در توجه ۱ اشاره شد بعد از حل نامساوی ماتریسی خطی، بهره مشاهده گر از رابطه $L_i = P_i^{-1} N_i$ و بهره کنترل از رابطه $K_i = (Q_i B_i)^{-1} \Phi_i$ به دست می آیند.

به طوری که

$$\bar{\Lambda}_i = \begin{bmatrix} \bar{\varphi}_{11} & \bar{\varphi}_{12} & 2M_i C_i & 0 & 2P_i D_i \\ * & \bar{\varphi}_{22} & 2M_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} & 0 & 0 \\ * & * & \bar{\varphi}_{33} & 2Q_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} & 0 \\ * & * & * & \varphi_{44} & 0 \\ * & * & * & * & (d_i^2 - \gamma_i) I \end{bmatrix} < 0 \quad (30)$$

و

۴- نتایج شبیه سازی

در این بخش، یک مثال عددی برای نشان دادن صحت روش کنترل پیشنهادی مبتنی بر مشاهده گر ارائه شده است. مثال شبیه سازی متشکل از دو زیرسیستم به شرح زیر است [۱۰]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= A_1 x_1(t) + B_1 u_1(t) + D_1 w_1(t) + A_{12} x_1(t - h_{12}(t)) + f_1(\cdot) \\ y_1(t) &= C_1 x_1(t) + F_1 u_1(t) + G_{12} x_1(t - h_{12}(t)) + g_1(\cdot) \\ x_1(t) &= \rho_1(t) \quad \forall t \in [-2.1, 0] \\ \dot{x}_2(t) &= A_2 x_2(t) + B_2 u_2(t) + D_2 w_2(t) + A_{21} x_2(t - h_{21}(t)) + f_2(\cdot) \\ y_2(t) &= C_2 x_2(t) + F_2 u_2(t) + G_{21} x_2(t - h_{21}(t)) + g_2(\cdot) \\ x_2(t) &= \rho_2(t) \quad \forall t \in [-2.1, 0] \end{aligned} \quad (32)$$

به طوری که $x_1 = (x_{11}, x_{12})$ ، $x_2 = (x_{21}, x_{22})$ به ترتیب زاویه مطلق روتور و سرعت زاویه ای روتور در هر زیرسیستم می باشند و A_i ، B_i ، D_i به ترتیب ماتریس سیستم نام کنترل و عدم قطعیت هستند. $f_i(\cdot)$ و $g_i(\cdot)$ عدم قطعیت زیرسیستم نام و A_{ij} مازول انتقال ادمیتانس، y_i خروجی مشاهده شده است. تأخیر متغیر با زمان $h_{ij}(t)$ بین دو دستگاه در زیرسیستم ها و سایر پارامترهای سیستم به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} h_{12}(t) &= 0.3 + 0.3 \sin(3t) \\ h_{21}(t) &= 0.4 + 0.2 \sin(3t) \\ A_1 &= \begin{bmatrix} -1 & 0.5 \\ 1 & -1.5 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} -0.01 & 0.02 \\ 0.025 & -0.04 \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} -0.02 & 0.01 \\ 0.02 & -0.03 \end{bmatrix} \\ C_1 = G_{12} = C_2 = G_{21} &= \begin{bmatrix} 0.06 & -0.06 \\ -0.08 & 0.08 \end{bmatrix}, \\ F_1 = F_2 &= \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.6 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0.5 & -1 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} -0.03 & 0.03 \\ 0.01 & -0.05 \end{bmatrix} \\ B_2 &= \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, D_2 = \begin{bmatrix} -0.03 & 0.01 \\ 0.02 & -0.01 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (33)$$

توابع غیرخطی ظاهر شده در سیستم به صورت زیر می باشند:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi}_{11} &= A_i^T P_i + P_i A_i - N_i C_i - C_i^T N_i^T + P_i P_i \\ &+ N_i^T N_i + \sum_{j \neq i, j=1}^N g_{ij} I + N \bar{P}_i + (a_i^2 + c_i) I + \Psi_i \\ \bar{\varphi}_{12} &= 2P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} + 2N_i \sum_{j=1, j \neq i}^N G_{ij} \\ \bar{\varphi}_{22} &= - \sum_{j=1, j \neq i}^N (1 - \tau_{ij}) \bar{P}_i \\ \bar{\varphi}_{33} &= M_i^T M_i + N Q_i + 2c_i I \\ &+ A_i^T Q_i - \Phi_i^T + Q_i A_i - \Phi_i + \bar{\Psi}_i \end{aligned}$$

با توجه به معادله (۲۸)، مشتق زمانی تابع لیاپانوف-کراسوفسکی کل سیستم در رابطه زیر صدق می کند:

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^N \dot{V}_i \leq \sum_{i=1}^N (\zeta_i^T \bar{\Lambda}_i \zeta_i + (b_i^2 + 2\lambda_i) u_{m_i}^2)$$

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^N -\varepsilon_i \|\zeta_i\|^2 + (b_i^2 + 2\lambda_i) u_{m_i}^2$$

ویژه ماتریس $\bar{\Lambda}_i$ است. حال اگر $\|\zeta_i\|^2 > (b_i^2 + 2\lambda_i) u_{m_i}^2$ برای $i = 1, 2, \dots, N$ آنگاه $\dot{V} < 0$ خواهد بود که می توان گفت ζ_i همگرا به یک مجموعه کوچک با توجه به نظریه پایداری لیاپانوف است. بنابراین، خطای تخمین و حالت به طور یکنواخت محدود می باشند. علاوه بر این، لازم به ذکر است که با انتخاب مناسب پارامترهای طراحی، ثابت $(b_i^2 + 2\lambda_i) u_{m_i}^2$ می تواند به اندازه کافی کوچک شود. با انتگرال گیری از هر دو طرف معادله (۳۰) خواهیم داشت:

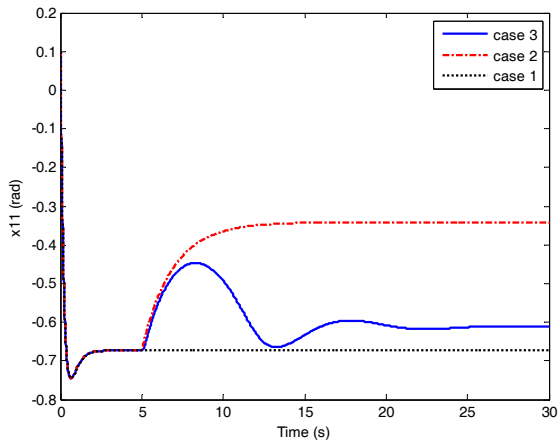
$$\int_0^\infty (e_i^T \Psi_i e_i + \hat{x}_i^T \bar{\Psi}_i \hat{x}_i - \gamma_i^2 \Delta_i^T \Delta_i) dt + V_i(\cdot)|_{t=\infty} - V_i(\cdot)|_{t=0} < \int_0^\infty (\zeta_i^T \bar{\Lambda}_i \zeta_i + (b_i^2 + 2\lambda_i) u_{m_i}^2) dt \quad (31)$$

با در نظر گرفتن این که $V_i > 0$ برای تمام زمان ها به جز $t = 0$ خواهیم داشت:

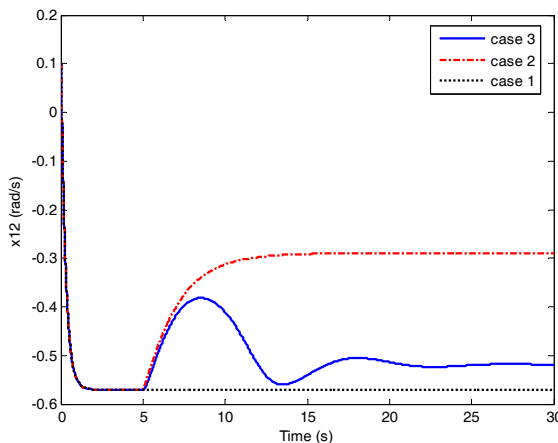
$$\int_0^\infty e_i^T \Psi_i e_i + \hat{x}_i^T \bar{\Psi}_i \hat{x}_i dt \leq \int_0^\infty \gamma_i \Delta_i^T \Delta_i dt$$

تخمین زده شده است که تقریباً به مقادیر $\hat{\varphi}_1 = -0.05$ و $\hat{\varphi}_2 = -0.075$ به ترتیب برای زیرسیستم اول و دوم میل می‌کنند.

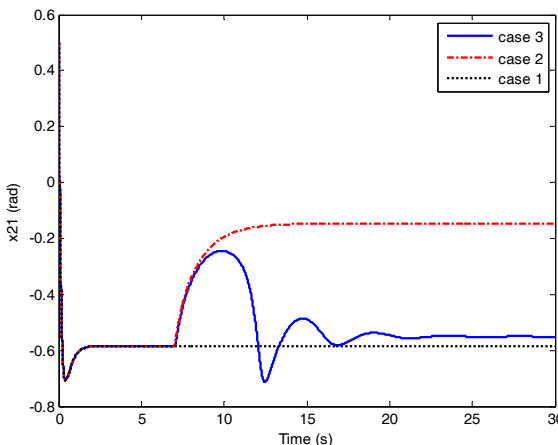
از نتایج شبیه‌سازی می‌توان نتیجه گرفت که کنترل‌کننده پیشنهادی می‌تواند حالات سیستم را در حضور عیب تا حد مطلوبی به مقادیر سیستم در حالت بدون عیب نزدیک کند که کارایی کنترل‌کننده پیشنهادی را نشان می‌دهد.



شکل ۲: حالت اول زیرسیستم اول - از دست دادن اثر بخشی



شکل ۳: حالت دوم زیرسیستم اول - از دست دادن اثربخشی



شکل ۴: حالت اول زیرسیستم دوم - از دست دادن اثر بخشی

$$f_1(\cdot) = 0.01 \frac{\sqrt{x_{11}(t)^2 + x_{21}(t-h_{12}(t))^2}}{\sqrt{x_{12}(t)^2 + x_{22}(t-h_{12}(t))^2}},$$

$$g_1(\cdot) = 0.1 \frac{\sqrt{x_{11}(t)^2 + x_{21}(t-h_{12}(t))^2}}{\sqrt{x_{12}(t)^2 + x_{22}(t-h_{12}(t))^2}},$$

$$f_2(\cdot) = 0.01 \frac{\sqrt{x_{21}(t)^2 + x_{11}(t-h_{21}(t))^2}}{\sqrt{x_{22}(t)^2 + x_{12}(t-h_{21}(t))^2}},$$

$$g_2(\cdot) = 0.1 \frac{\sqrt{x_{21}(t)^2 + x_{11}(t-h_{21}(t))^2}}{\sqrt{x_{22}(t)^2 + x_{12}(t-h_{21}(t))^2}} \quad (34)$$

به طوری که ثابت‌های زیر در شرایط معادله (۲) و (۳) صادق می‌باشند:

$$a_1 = b_1 = c_1 = d_1 = \lambda_1 = 0.01$$

$$a_2 = b_2 = c_2 = d_2 = \lambda_2 = 0.01$$

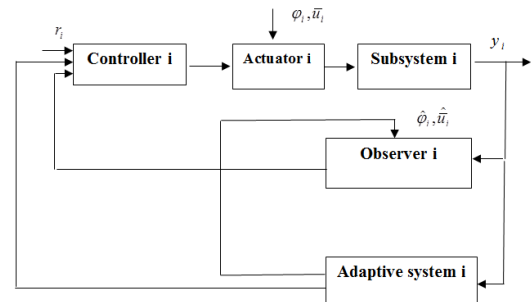
$$a_{12} = a_{21} = g_{12} = g_{21} = 0.01$$

(۳۵)

شرایط اولیه و عدم قطعیت زیر سیستم‌ها به شرح زیر می‌باشند:

$$\rho_1(t) = \rho_2(t) = [0, 0]^T, w_1 = w_2 = [0.1, 0.1]^T \quad (36)$$

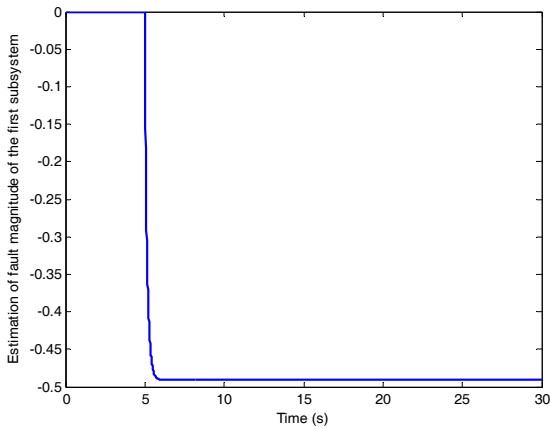
بلوک دیاگرام سیستم در شکل ۱ نشان داده شده است.



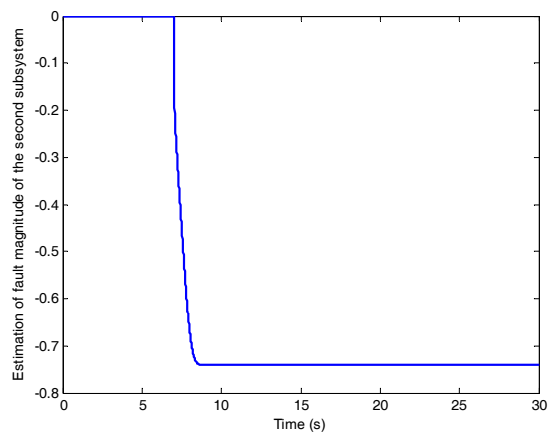
شکل ۱: بلوک دیاگرام سیستم

در این شبیه‌سازی دو سناریوی مختلف در نظر گرفته شده است. برای شبیه‌سازی عیب عملکرد در هر زیرسیستم در سناریو ۱، فرض بر این است که تنها عیب از دست دادن اثربخشی وجود دارد. از این رو در زیرسیستم ۱، $\varphi_1 = -0.05$ ، در ثانیه پنجم و در زیرسیستم ۲، در ثانیه هفتم، $\varphi_2 = -0.075$ انتخاب شده‌اند.

به‌علاوه ورودی مرجع در سناریوی اول ثابت و به فرم $r_1 = r_2 = 2$ انتخاب شده است. سه حالت مختلف در نتایج شبیه‌سازی وجود دارد. حالت اول، سیستم بدون عیب که با نقطه‌چین در شکل‌ها نشان داده شده است، حالت دوم کنترل تحمل‌پذیر عیب پیشنهادی که با خط فاصله در شکل‌ها نشان داده شده است و حالت سوم کنترل نرمال با وجود عیب در سیستم که با خط‌نقطه در شکل‌ها نشان داده شده است، در نظر گرفته شده است. حالات سیستم از زیرسیستم اول و دوم به ترتیب در شکل‌های ۲ تا ۵ نشان داده شده است. ورودی کنترل زیرسیستم اول و دوم در شکل‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است. پارامترهای عیب هر زیرسیستم با دقت مناسب در شکل‌های ۸ و ۹

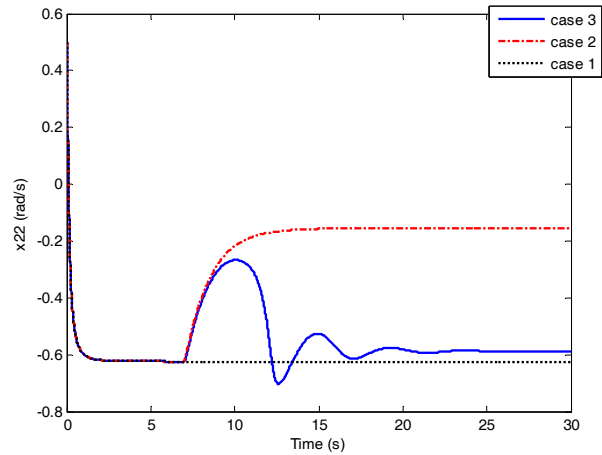


شکل ۸: تخمین پارامتر خطای اثر بخشی $\hat{\varphi}_1$ زیرسیستم اول

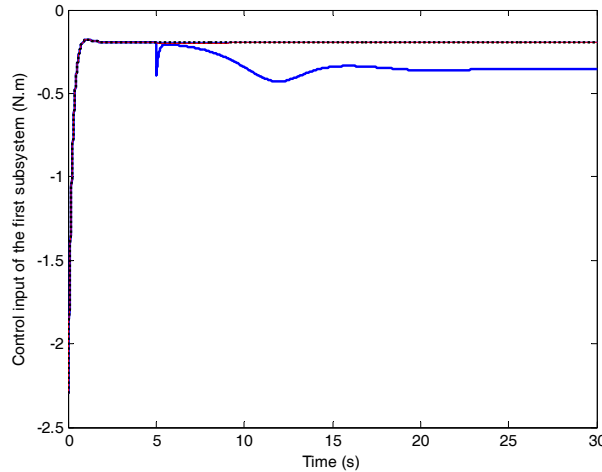


شکل ۹: تخمین پارامتر خطای اثر بخشی $\hat{\varphi}_2$ زیرسیستم دوم

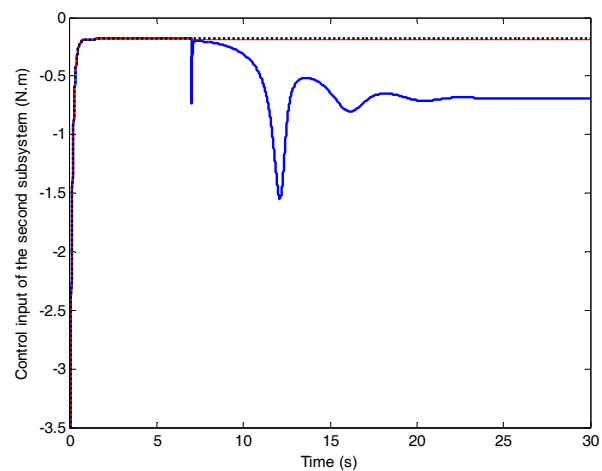
در سناریو ۲، عیب قفل شدن در محل عملگرها شبیه سازی شده و در $\bar{u}_1 = 0/8$ ، در ثانیه پنجم به زیرسیستم ۱ و مقدار $\bar{u}_2 = 1/2$ در ثانیه هفتم به زیرسیستم ۲ اعمال می شود. به علاوه ورودی مرجع در سناریوی دوم به فرم $r_1 = r_2 = \sin(t)$ انتخاب شده است. حالات زیرسیستم اول و دوم در سناریوی دوم به ترتیب در شکل ۱۰ تا ۱۳ نشان داده شده است. همان گونه که از نتایج شبیه سازی مشخص است به محض وقوع عیب در سیستم، حالات سیستم بدون در نظر گرفتن کنترل کننده تحمل پذیر عیب از مقادیر حالات سیستم در حالت نرمال منحرف شده، در صورتی که با در نظر گرفتن کنترل کننده تحمل پذیر عیب می توان حالات سیستم را به مقادیر بدون عیب نزدیک کرد. ورودی کنترل زیرسیستم اول و دوم در شکل های ۱۴ و ۱۵ در حالت عیب قفل در محل نشان داده است. تخمین پارامترهای عیب هر زیرسیستم با دقت مناسب در شکل های ۱۶ و ۱۷ تخمین زده شده است. از نتایج شبیه سازی می توان نتیجه گرفت که حالات سیستم در حضور عیب قفل شونده در محل می توانند با خطای کمی مقدار مطلوب را دنبال کنند.



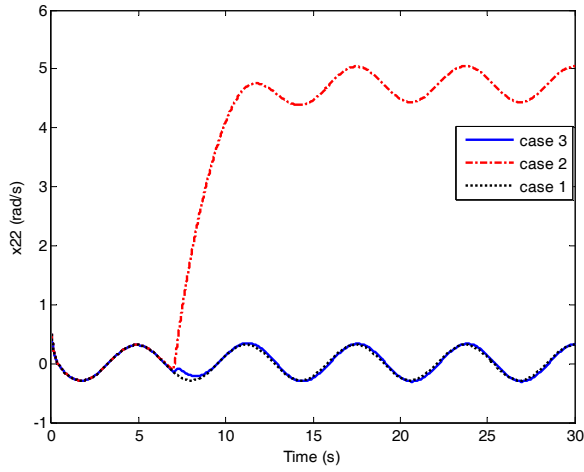
شکل ۵: حالت دوم زیرسیستم دوم - از دست دادن اثر بخشی



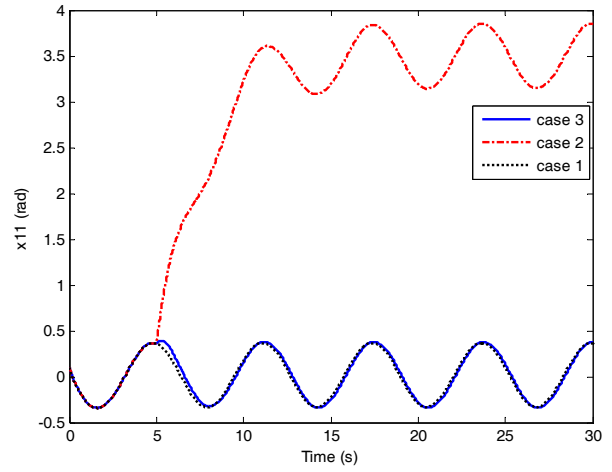
شکل ۶: ورودی کنترل زیرسیستم اول - از دست دادن اثر بخشی



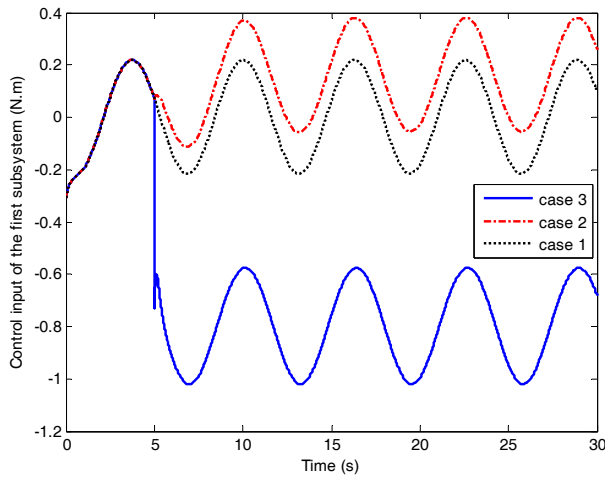
شکل ۷: ورودی کنترل زیرسیستم دوم - از دست دادن اثر بخشی



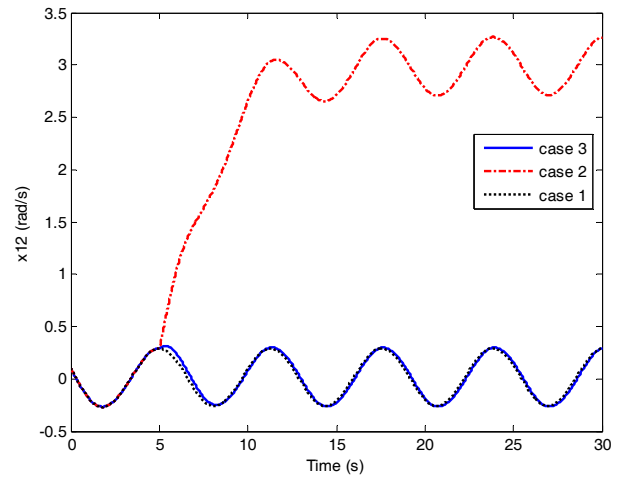
شکل ۱۳: حالت دوم زیرسیستم دوم - قفل در محل



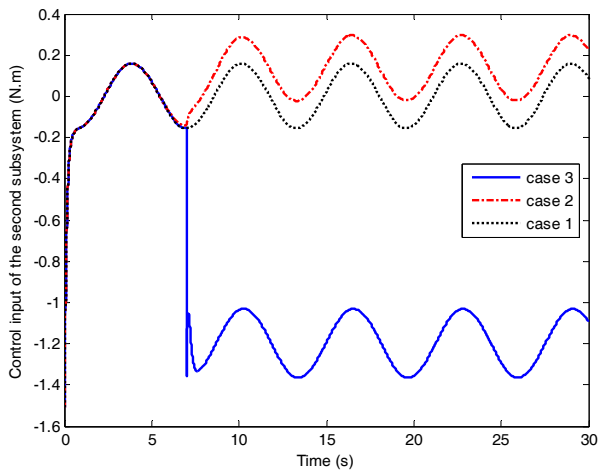
شکل ۱۰: حالت اول زیر سیستم اول - قفل در محل



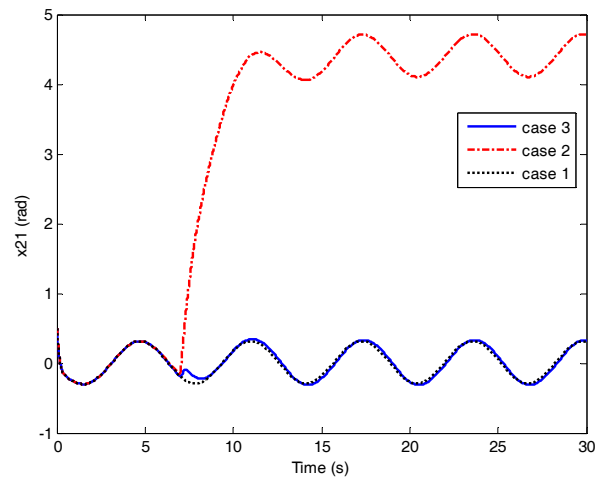
شکل ۱۴: ورودی کنترل زیرسیستم اول - قفل در محل



شکل ۱۱: حالت دوم زیرسیستم اول - قفل در محل

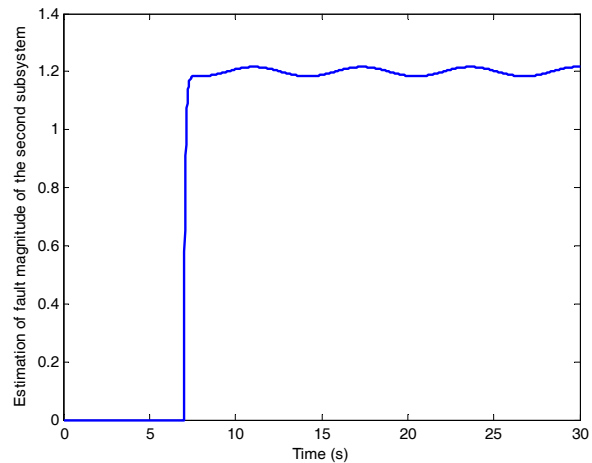


شکل ۱۵: ورودی کنترل زیرسیستم دوم - قفل در محل

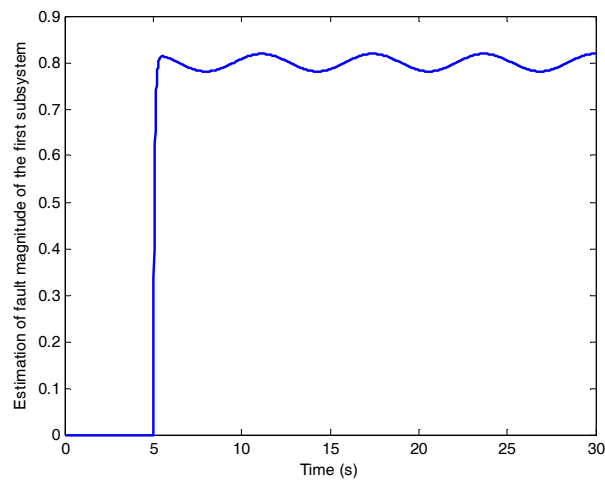


شکل ۱۲: حالت اول زیرسیستم دوم - قفل در محل

- [2] S. J. Yoo, "Decentralized adaptive control of a class of interconnected non-linear systems with unknown time delays and dead-zone inputs," *IET Control Theory Appl.*, vol. 4, no.11, pp. 2639-2650, 2010.
- [3] K. Gu, V. L. Kharitonov and J. Chen, *Stability of Time Delay Systems*, Birkhauser, Boston, 2003.
- [4] B. Labibi, H. J. Marquez and T. Chen, "Decentralized robust output feedback control for control affine nonlinear interconnected systems," *Journal of Process Control*, vol. 19, no.5, pp. 865-878, 2009.
- [5] O. M. Kown and J. H. Park, "Decentralized guaranteed cost control for uncertain large-scale systems using delayed feedback: LMI optimization approach," *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 129, no. 3, pp. 391-414, 2006.
- [6] U. A. Ugrinovskii, I. R. Petersen and A.V. Savkin, "Decentralized state-feedback stabilization and robust control of uncertain large-scale systems with integrally constrained interconnections," *Systems and Control Letters*, vol. 40, no. 2, pp. 107-119, 2000.
- [7] X. G. Yan, J. Lam, H. S. Li and I. M. Chen, "Decentralized control of nonlinear large-scale systems using dynamic output feedback," *J. Optim. Theory Appl.*, vol. 104, no. 2, pp. 459-475, 2000.
- [8] A. S. Tlili and N. B. Braiek, "Systematic linear matrix inequality conditions to design a robust decentralized observer-based optimal control for interconnected systems," *IET Control Theory Appl.*, vol. 6, no. 18, pp. 2737-2747, 2012.
- [9] M. Wu, Y. He, J. H. She and G. P. Liu, "Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems," *Automatica*, vol. 40, no. 8, pp. 1435-1439, 2004.
- [10] N. T. Thanh and V. N. Phat, "Decentralized H_∞ control for large-scale interconnected nonlinear time-delay systems via LMI approach," *Journal of Process Control*, vol. 22, no. 7, pp. 1325-1339, 2012.
- [11] A. S. Tlili and N. B. Braie, " H_∞ optimization-based decentralized control of linear interconnected systems with nonlinear interconnections," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 6, pp. 3286-3304, 2014.
- [12] X. G. Yan and S. K. Spurgeon, "Decentralized variable structure control for time delay interconnected systems," *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol. 440, pp. 55-74, 2013.
- [13] A. S. Tlili, N. B. Braie, "Decentralized Observer based Guaranteed Cost Control for Nonlinear Interconnected Systems," *International Journal of Control and Automation*, vol. 2, no. 2, pp. 29-44, June 2009.
- [14] M. Hashemi, J. Ghaisari, J. Askari, "Adaptive control for a class of MIMO nonlinear time delay systems against time varying actuator failures," *ISA Transactions*, vol. 57, pp. 23-42, 2015.
- [15] M. Hashemi, J. Askari, J. Ghaisari, M. Kamali, "Adaptive compensation for actuator failure in a class of non-linear time-delay systems," *IET Control Theory & Applications*, vol. 9, no. 5, pp. 710-722, 2014.
- [16] X. Tang, G. Tao and S. M. Joshi, "Adaptive actuator failure compensation for parametric strict feedback systems and an aircraft application," *Automatica*, vol. 39, no. 11, pp. 1975 - 1982, 2003.
- [17] M. Corless and J. Tu, "State and input estimation for a class of uncertain systems," *Automatica*, vol. 34, no. 6, pp. 757-764, 1998.
- [18] K. Zhang, B. Jiang and V. Cocquempot, "Adaptive observer-based fast fault estimation," *Int. J. Control Autom. Syst.*, vol. 6, no.3, pp. 320-326, 2008.



شکل ۱۶: تخمین پارامتر خطای قفل شدن \hat{u}_1 زیرسیستم اول



شکل ۱۷: تخمین پارامتر خطای قفل شدن \hat{u}_2 زیرسیستم دوم

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، یک روش کنترل تحمل پذیر عیب H_∞ برای سیستم‌های غیرخطی با تأخیرهای متغیر با زمان در عبارتهای اتصالات بر اساس مشاهده گر ارائه گردید. توابع تأخیر زمانی غیرخطی در هر دو معادله حالت و خروجی در نظر گرفته شد و بر اساس تخمین عیب محرک، کنترل تحمل پذیر عیب فعال برای هر زیرسیستم طراحی گردید. کنترل کننده تحمل پذیر عیب مبتنی بر مشاهده گر پیشنهادی، پایداری سیستم حلقه بسته شامل تأخیر زمانی از طریق تابع لیاپانوف-کراسوفسکی و رویکرد نامساوی ماتریسی خطی را تضمین می نماید. نتایج شبیه سازی شده عملکرد قابل قبول و مناسب کنترل تحمل پذیر عیب H_∞ مبتنی بر مشاهده گر را تصدیق می کند.

مراجع

- [1] K. Zhang, B. Jiang, and V. Cocquempot, "Fast adaptive fault estimation and accommodation for nonlinear time-varying delay systems," *Asian Journal of Control*, vol. 11, no. 6, pp. 643- 652, 2009.