

طراحی یک رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی برای دسته وسیعی از سیستم‌های غیرخطی در حضور دینامیک‌های مدل‌نشده

محمد مهدی عارفی^۱، استادیار

۱- دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - دانشگاه شیراز - شیراز - ایران - arefi@shirazu.ac.ir

چکیده: در این مقاله یک رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی برای دسته‌ای از سیستم‌های نامعین غیرخطی در حضور دینامیک‌های مدل‌نشده ارائه می‌گردد. روش بیان‌شده به‌گونه‌ای است که در حضور انواع نامعینی‌ها شامل پارامترهای نامعلوم، غیرخطی‌های نامعین، اغتشاش و دینامیک‌های مدل‌نشده، حالت‌های سیستم با دقت بسیار بالایی تخمین زده می‌شود. همچنین این روش قابلیت اعمال به سیستم‌های چندرودی - چندخروجی را نیز دارد. در رؤیت‌گر بیان‌شده تنها یک پارامتر تطبیق وجود دارد و نشان داده می‌شود که خطای تخمین حالت‌ها کران‌دار یکنواخت بوده و می‌توان آن را به اندازه دلخواه کوچک نمود. روش بیان‌شده به‌گونه‌ای است که برخلاف روش‌های قبلی نه به حل نامساوی‌های ماتریسی خطی نیاز دارد و نه لازم است که پارامترهای نامعلوم تخمین زده شود. شبیه‌سازی روش بیان‌شده بر روی یک سیستم نمونه نشان می‌دهد که نرم خطای تخمین کاملاً محدود بوده و حالت‌های سیستم نامعین به‌خوبی تخمین زده می‌شود.

واژه‌های کلیدی: سیستم‌های نامعین غیرخطی، رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی، دینامیک‌های مدل‌نشده.

Adaptive Robust Observer Design for a Class of Nonlinear Systems with Unmodeled Dynamics

M. M. Arefi¹, Assistant Professor

1- Faculty of Electrical and Computer Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran, Email: arefi@shirazu.ac.ir

Abstract: In this paper an adaptive robust observer is designed for a class of uncertain nonlinear systems in presence of unmodeled dynamics. The proposed method is such that in presence of different kinds of uncertainties i.e. unknown parameters, uncertain nonlinearities, disturbance and unmodeled dynamics, the states of the system are approximated with high precision. In addition this method is designed so that one can apply to MIMO systems. Moreover, the proposed method requires only one adaptation parameters that make it easy to implement. It is also shown that the approximation error is uniformly bounded and it can be made small by designing appropriate parameters. Furthermore, the presented method neither requires the solution of Linear Matrix Inequalities (LMIs) nor to estimate unknown parameters. Simulation results on a sample system show that the norm of approximation error is bounded and the states of uncertain systems are efficiently approximated.

Keywords: Uncertain nonlinear systems, adaptive robust observer, unmodeled dynamics.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۴/۰۶/۱۹

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۲۲

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۰۶/۲۹

نام نویسنده مسئول: محمد مهدی عارفی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - شیراز - دانشگاه شیراز - دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر - گروه مهندسی قدرت و کنترل.

۱- مقدمه

سیستم‌ها متمرکز شده است. به‌عنوان مثال در مرجع [۹] یک رؤیت‌گر تطبیقی برای سیستم‌های خطی متغیر با زمان چندورودی - چندخروجی ارائه شده است. همچنین نشان داده شده است که روش مذکور برای سیستم‌های غیرخطی همگرا-حالت نیز معتبر می‌باشد. در مرجع [۱۰]، یک رؤیت‌گر تطبیقی مقاوم برای سیستم‌های نامعین با اغتشاشات کران‌دار و بر اساس خاصیت تقریب عمومی شبکه‌های عصبی مبتنی بر تابع پایه شعاعی و همچنین استفاده از تکنیک کران تطبیقی، معرفی شده است. محدودیت روش بیان شده این است که توابع غیرخطی ناشناخته باید کران‌دار یکنواخت پیوسته و به‌صورت محلی لپ‌شیتز باشند.

بنابراین در حالت کلی دو مشکل مهم در رابطه با رؤیت‌گرهای موجود وجود دارد. اول این که، این رؤیت‌گرها قابل اعمال به دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی می‌باشند که پارامترهای ناشناخته به‌صورت خطی در دینامیک‌ها ظاهر شوند. همچنین برای تخمین دقیق پارامترهای ناشناخته، ورودی‌های سیستم می‌بایست شرایط تحریک غنی را برآورده سازند که تحقق این شرط در بسیاری از کاربردها ممکن نیست. دوم این که، در صورتی که در سیستم دینامیک‌های مدل‌نشده وجود داشته باشد، رؤیت‌گرهای موجود قادر به تخمین حالت‌های سیستم نیستند. در سال‌های اخیر از ترکیب رؤیت‌گرهای مناسب با کنترل‌کننده‌های مقاوم در کنترل فیدبک خروجی سیستم‌های غیرخطی با دینامیک‌های مدل‌نشده استفاده شده است [۱۱-۱۴]. باید توجه نمود که اثر دینامیک‌های مدل‌نشده در این مراجع با استفاده از کنترل‌کننده از بین رفته است و رؤیت‌گرهای طراحی‌شده تأثیری در خنثی نمودن اثر دینامیک‌های مدل‌نشده ندارند.

با توجه به این که در اکثر سیستم‌ها به‌دست آوردن یک مدل دقیق مشکل است، دینامیک‌های غیرخطی در اغلب رؤیت‌گرها و کنترل‌کننده‌ها وجود دارد. در مرجع [۱۵] نشان داده شده است که الگوریتم‌های تطبیقی بدون در نظر گرفتن دینامیک‌های مدل‌نشده ممکن است که باعث ناپایداری سیستم‌های کنترلی گردند. همچنین نشان داده شده که حتی دینامیک‌های مدل‌نشده پایدار ممکن است که ناحیه پایداری را به‌صورت قابل توجهی کاهش دهند یا باعث شوند که سیستم کنترلی، ناپایدار گردد [۱۶]. با توجه به این که طراحی رؤیت‌گر مشابه طراحی کنترل‌کننده می‌باشد، واضح است که دینامیک‌های مدل‌نشده اثرات جدی بر روی پایداری و عملکرد رؤیت‌گرها خواهند داشت [۱۱]. بنابراین به‌منظور جلوگیری از واگرایی تخمین‌گر و دستیابی به تخمین‌های دقیق، مطلوب است که اثرات دینامیک‌های مدل‌نشده را به‌صورت مستقل حذف نمود. بنابراین، در بسیاری از کاربردها مانند ناوبری اینرسی، آشکارسازی عیب و تعقیب هدف، طراحی رؤیت‌گری که اثرات دینامیک‌های مدل‌نشده را به‌صورت مستقل حذف می‌نماید؛ ضروری و بسیار مطلوب به‌نظر می‌رسد. در مرجع [۱۷]، یک رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی برای دسته وسیعی از سیستم‌های غیرخطی ارائه شده است. این مقاله مشکلات موجود در

تخمین حالت‌های یک سیستم نامعین غیرخطی مسئله‌ای است که در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب نموده است. برای جبران اثر این نامعینی‌ها از روش‌های مقاوم و تطبیقی می‌توان استفاده نمود. مزیت استفاده از رؤیت‌گرهای مقاوم، ثابت بودن ساختار آن‌ها می‌باشد اما محافظه‌کاری طراحی رؤیت‌گر تا حد زیادی بالا می‌رود. روش تطبیقی به‌عنوان یک جایگزین مناسب برای غلبه بر مشکل ذکرشده می‌باشد و در همین راستا استفاده از رؤیت‌گرهای تطبیقی برای این نوع سیستم‌ها امری متداول به‌نظر می‌رسد. به‌عنوان مثال در سال ۱۹۹۸ یک رؤیت‌گر تطبیقی که نسبت به حالات نامعین و پارامترها خطی می‌باشد برای سیستم‌های غیرخطی تک‌ورودی - تک‌خروجی که قابل تبدیل به شکل استاندارد رؤیت‌پذیر می‌باشند؛ طراحی شده است [۱]. هرچند در سال‌های اخیر رؤیت‌گرهای مختلفی برای دسته‌های خاصی از سیستم‌های نامعین طراحی شده است، اما طراحی یک رؤیت‌گر برای دسته وسیعی از سیستم‌ها ضروری می‌باشد. به‌عنوان مثال در مرجع [۲] یک رؤیت‌گر برای سیستم‌های غیرخطی یک‌ورودی - چندخروجی طراحی شده است. در این مرجع علاوه بر محدودیت تعداد ورودی، دو شرط محدودکننده دیگر نیز وجود دارد. اول این که نامعینی‌ها به‌صورت خطی در پارامتر هستند و ثانیاً سیستم اصلی را باید توسط یک تبدیل مختصات فضای حالت، به‌شکل استاندارد درآورد که ممکن است در بسیاری از سیستم‌ها این شرایط برقرار نباشد. همچنین در مراجع مختلف دیگر رؤیت‌گرهای مناسب به‌گونه‌ای طراحی شده‌اند که تضمین می‌شود خطای تخمین حالات به‌سمت صفر میل می‌کند [۳-۵]. محدودیت بسیار مهمی که در این مراجع وجود دارد این است که ورودی‌های سیستم باید شرط تحریک غنی را برآورده نمایند که در بسیاری از موارد مانند طراحی کنترل‌کننده که خود تابعی از حالت‌های سیستم است؛ امکان‌پذیر نمی‌باشد [۶]. رؤیت‌گرهای معرفی‌شده در بالا با وجود محدودیت‌های بیان‌شده، در صورتی عملکرد مناسبی دارند که در سیستم هیچ‌گونه اغتشاشی نباشد. در مرجع [۷] نشان داده شده است که در رؤیت‌گرهای تطبیقی بیان‌شده حتی اغتشاش کران‌دار نیز باعث می‌شوند که تخمین پارامترها به‌سمت بی‌نهایت میل کند. برای غلبه بر این مشکل و در همین مرجع، برای تخمین پارامترهای سیستم، یک عملگر تصویر معرفی شده است. در مرجع [۸]، یک رؤیت‌گر مقاوم با استفاده از ایده کمینه‌سازی نرم H_{∞} بین اغتشاشات و خطاهای تخمین ارائه شده است. در این مرجع شرط پایداری به یک نامساوی ماتریسی خطی تبدیل می‌شود و بهره رؤیت‌گر به‌صورت بهینه انتخاب می‌شود. بسیاری از سیستم‌ها چندورودی - چندخروجی می‌باشند، لذا طراحی رؤیت‌گر برای این سیستم‌ها یک مسئله چالش‌برانگیز می‌باشد. در سال‌های اخیر مطالعات در زمینه طراحی رؤیت‌گر بر روی این نوع

مرجع [۱۷]، در این مقاله، رابطه (۲) از مرجع [۱۷] که در ارتباط با دینامیک‌های مدل نشده می‌باشد و همچنین فرض ۲ و رابطه (۵) از مرجع [۱۷] مورد نیاز نمی‌باشد. ضمناً در مرجع [۱۷] فرض شده است که $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}, \mathbf{u})$ و $\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{u})$ توابع معلوم می‌باشند. این مقاله به صورت زیر سازمان‌دهی شده است:

بعد از این مقدمه و در بخش دوم، فرمول‌بندی مسئله، ارائه می‌گردد. در ادامه و در بخش سوم، روش طراحی رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی مورد نظر به همراه اثبات پایداری خطای تخمین ارائه خواهد شد. در بخش چهارم شبیه‌سازی روش ارائه شده بر روی یک سیستم نمونه ارائه می‌گردد. در بخش پنجم به نتیجه‌گیری خواهیم پرداخت. فهرست مراجع نیز پایان‌بخش این مقاله خواهد بود.

۲- بیان مسئله

سیستم غیرخطی چنددرودی - چندخروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{d}) + \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{u}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن، $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$ بردار حالت‌های سیستم، $\mathbf{u} \in \mathcal{R}^m$ ورودی کنترلی، $\mathbf{y} \in \mathcal{R}^p$ خروجی قابل اندازه‌گیری، $\boldsymbol{\omega} \in \mathcal{R}^r$ دینامیک‌های مدل نشده، $\boldsymbol{\theta} \in \mathcal{R}^q$ بردار پارامترهای ناشناخته، $\mathbf{d} \in \mathcal{R}^k$ اغتشاش متغیر با زمان ناشناخته، $\mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{u}) \in \mathcal{R}^n$ تابع غیرخطی معلوم، $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{d}) \in \mathcal{R}^n$ تابع غیرخطی نامعلوم و \mathbf{A} ، \mathbf{B} و \mathbf{C} ماتریس‌های ثابت معلوم با اندازه مناسب می‌باشند.

هدف ما این است که برای سیستم (۱) رؤیت‌گری طراحی کنیم که حالت‌های سیستم را در حضور پارامترهای متغیر با زمان، اغتشاشات، غیرخطی‌های نامعین و دینامیک‌های مدل نشده تخمین بزند. برای دستیابی به چنین رؤیت‌گری به فرضیات زیر نیاز داریم:

فرض ۱. برای تابع غیرخطی نامعلوم \mathbf{f} یک ثابت مثبت β وجود دارد به قسمی که

$$\|\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{d})\| \leq \beta < \infty \quad (2)$$

تبصره ۱. باید دقت نمود که فرض ۱ مطلوب بوده و چندان محدودکننده نمی‌باشد. همچنین می‌توان تصور نمود که β به اندازه کافی بزرگ بوده تا فرض ۱ همواره برقرار گردد.

تبصره ۲. شرط بیان شده برای تابع نامعین تنها در صورتی مشکلاتی را ایجاد می‌کند که در لحظات اول یا هنگام تغییرات بسیار زیاد باعث بزرگ شدن کران بالای آن یعنی β گردد. در این صورت با توجه به این که سیگنال کنترلی وابسته به حالت‌های سیستم می‌باشد، این سیگنال در لحظات اول بسیار زیاد می‌باشد تا در نهایت، خطا محدود گردد. با این حال، این مسئله برای سیستم‌هایی که مطمئن باشیم نامعینی دارای کران بالا می‌باشد؛ بسیار مناسب است. به عنوان مثال، در سیستم‌های آشوبناک حالت‌های سیستم، کران دار می‌باشند.

فرض ۲. جفت (\mathbf{A}, \mathbf{C}) آشکارپذیر می‌باشد.

رؤیت‌گرهای بیان شده را مرتفع نموده و لازم نیست توابع غیرخطی نامعلوم لزوماً شرط لیب‌شیتز را برآورده کنند یا کران بالای آن محدود به جمله‌های تزییق خروجی باشند. همچنین برخلاف کارهای انجام شده در [۷، ۸]، لازم نیست که جمله‌های نامعلوم تنها تابعی از خروجی باشند. با این حال یک فرض جامع‌تر بر روی کران بالای این توابع گذاشته شده که حالت‌های قبل را به خوبی پوشش می‌دهد، اما متأسفانه خود محدودیتی بزرگ می‌باشد و نیازمند شناخت کران بالای نامعینی به صورت یک سری از توابع و ضرایب است که پیدا کردن و وجود آن‌ها چندان ساده نمی‌باشد. همچنین در صورتی که سیگنال خروجی کران دار نباشد، برای از بین بردن اثر دینامیک‌های مدل نشده نیاز به تولید یک سیگنال دینامیکی اضافی می‌باشد.

در مرجع [۱۸] نیز رؤیت‌گر مقاوم معرفی شده است که برای تخمین حالت‌های سیستم‌های چنددرودی - چندخروجی کاربرد دارد و دینامیک‌های مدل نشده، پارامترهای ناشناخته و اغتشاش خارجی را پوشش می‌دهد. ضمناً در این مرجع یک نسخه تطبیقی که مشابه روش ارائه شده در [۱۷] می‌باشد و یک روش غیرتطبیقی ارائه شده است. با این حال، همچنان فرضیاتی بر روی نامعینی‌ها بایستی در نظر گرفته شود.

راه حل دیگری که برای مقابله با نامعینی‌ها می‌توان در نظر گرفت استفاده از ابزارهای تخمین نامعینی‌های سیستم می‌باشد. به صورت خاص شبکه‌های عصبی و منطق فازی، دو روش مرسوم برای تخمین توابع نامعین می‌باشند [۲۱-۱۹]. به عنوان مثال در [۱۹] یک رؤیت‌گر تطبیقی مبتنی بر شبکه عصبی برای بازوهای رباتیکی ارائه شده است. همچنین در [۲۰]، یک رؤیت‌گر فازی برای دسته‌ای از سیستم‌های نامعین غیرخطی ارائه شده است. رؤیت‌گر ارائه شده به گونه‌ای است که قابلیت تبدیل به رؤیت‌گر بهره بالا و رؤیت‌گر مود لغزشی را دارا می‌باشد.

نکته دیگری که باید مد نظر قرار گیرد، آن است که معمولاً استفاده از رؤیت‌گر به تنهایی کاربرد ندارد و بایستی از ترکیب رؤیت‌گر و کنترل‌کننده به صورت همزمان استفاده نمود. به عنوان مثال در [۲۲]، یک رؤیت‌گر مقاوم و کنترل‌کننده مبتنی بر فیدبک خروجی برای سیستم‌های چندعاملی تأخیردار در حضور اغتشاش و نامعینی طراحی شده است.

در این مقاله، یک رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی برای دسته نسبتاً وسیعی از سیستم‌های غیرخطی معرفی می‌گردد که نامعینی‌های مختلف مانند دینامیک‌های مدل نشده، اغتشاش و پارامترهای ناشناخته را در بر می‌گیرد. همچنین در روش بیان شده لزوماً پارامترهای ناشناخته خطی در پارامتر نیستند و نیازی هم به تخمین آن‌ها نمی‌باشد. به علاوه، روش ارائه شده به گونه‌ای است که نیازی به حل نامعادلات ماتریسی خطی نمی‌باشد. همچنین، در این روش تنها اطلاع از کران دار بودن نامعینی‌ها کفایت می‌کند و محدودیت‌های [۱۷] را تا حد زیادی برطرف می‌کند. بنابراین در حالت کلی می‌توان گفت که در مقایسه با

۳- طراحی رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی

می‌شود که ماتریس‌های مثبت معین \mathbf{Q} و \mathbf{P} وجود دارند که رابطه (۶) همواره برقرار گردد.

قضیه. اگر فرضیات ۳-۱ برقرار باشند، رؤیت‌گر داده‌شده در (۳)-(۴) تضمین می‌کند که خطای تخمین به‌صورت یکنواخت کران‌دار می‌باشد. به‌علاوه، می‌توان با انتخاب مناسب پارامترهای ε ، γ و σ خطای تخمین را به‌صورت دلخواه کوچک نمود.

اثبات. تابع کاندیدد لیاپانوف را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$V = \frac{1}{2} [\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\beta}^2] \quad (7)$$

که در این تابع $\tilde{\beta} = \hat{\beta} - \beta \in \mathcal{R}$ و $\gamma > 0$ بهره تطبیق در رابطه (۴) می‌باشد. مشتق اول رابطه (۷) با استفاده از رابطه (۶) و فرض ۳ به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{f} - \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \frac{\bar{\mathbf{e}} \hat{\beta}^2}{\|\mathbf{e}\| \hat{\beta} + \varepsilon} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\beta} \dot{\hat{\beta}} \quad (8)$$

با توجه به این که $-\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{e}\|^2$ ، همچنین با استفاده از فرض ۱ و رابطه (۶) می‌توان نامساوی زیر را برای رابطه (۸) نوشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{e}\|^2 - \mathbf{e}^T \mathbf{C}^T \mathbf{f} - \mathbf{e}^T \mathbf{C}^T \frac{\bar{\mathbf{e}} \hat{\beta}^2}{\|\mathbf{e}\| \hat{\beta} + \varepsilon} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\beta} \dot{\hat{\beta}} \quad (9)$$

با استفاده از فرض ۱ و رابطه $\bar{\mathbf{e}} = \mathbf{C} \mathbf{e}$ ، رابطه (۹) را می‌توان به‌صورت نامساوی زیر نوشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{e}\|^2 + \|\bar{\mathbf{e}}\| \beta - \frac{\|\bar{\mathbf{e}}\|^2 \hat{\beta}^2}{\|\bar{\mathbf{e}}\| \hat{\beta} + \varepsilon} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\beta} \dot{\hat{\beta}} \quad (10)$$

همچنین نامساوی زیر برای سومین جمله سمت راست نامساوی (۱۰) برقرار است [۲۸-۲۵]:

$$-\frac{\|\bar{\mathbf{e}}\|^2 \hat{\beta}^2}{\|\bar{\mathbf{e}}\| \hat{\beta} + \varepsilon} = \|\bar{\mathbf{e}}\| \hat{\beta} \left(-1 + \frac{\varepsilon}{\|\bar{\mathbf{e}}\| \hat{\beta} + \varepsilon} \right) \leq \|\bar{\mathbf{e}}\| \hat{\beta} \left(-1 + \frac{\varepsilon}{\|\bar{\mathbf{e}}\| \hat{\beta}} \right) \quad (11)$$

با جایگذاری نامساوی (۱۱) در (۱۰) داریم:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{e}\|^2 + \|\bar{\mathbf{e}}\| \beta - \|\bar{\mathbf{e}}\| \hat{\beta} + \varepsilon + \frac{1}{\gamma} \tilde{\beta} \dot{\hat{\beta}} \quad (12)$$

برای یک سیستم غیرخطی با پارامترهای معلوم، میرایی غیرخطی، یک ابزار مؤثر و کارا برای پایداری سازی سیستم‌ها می‌باشد [۲۳]. اما برای پایداری سازی سیستم‌های غیرخطی با اغتشاشات نامعلوم، غیرخطی‌های نامعین و دینامیک‌های مدل‌نشده، احتیاج است که از روش میرایی تطبیقی استفاده کنیم به این معنی که بهره جمله‌های میراکننده به‌صورت تطبیقی و برخط انتخاب شود [۱۴]. بنابراین، این مقاله یک رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی را ارائه می‌کند که شامل جمله‌های میراکننده غیرخطی تطبیقی می‌باشد و در اثبات قضیه پیش رو خواهد آمد. این رؤیت‌گر، اثرات نامعینی‌هایی که توسط پارامترهای ناشناخته، غیرخطی‌های نامعین، اغتشاشات و دینامیک‌های مدل‌نشده به‌وجود می‌آید را از بین می‌برد. دینامیک رؤیت‌گر ارائه‌شده در این مقاله به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{L} (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y}) + \mathbf{g}(\mathbf{y}, \mathbf{u}) - \mathbf{B} \frac{(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y}) \hat{\beta}^2}{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y}\| \hat{\beta} + \varepsilon} \quad (3)$$

که در این رابطه $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}$ و $\varepsilon > 0$ ثابت طراحی می‌باشد. همچنین $\hat{\beta}$ تخمین پارامتر β یعنی کران بالای تابع نامعین \mathbf{f} می‌باشد که به‌صورت قانون تطبیق زیر قابل به‌روزرش شدن می‌باشد:

$$\dot{\hat{\beta}} = \gamma \left\| \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y} \right\| - \gamma \sigma \hat{\beta} \quad (4)$$

که در این رابطه نیز $\gamma > 0$ و $\sigma > 0$ ثابت‌های طراحی می‌باشند. با توجه به فرض ۲، چون جفت (\mathbf{A}, \mathbf{C}) آشکارپذیر می‌باشد، لذا ماتریس بهره \mathbf{L} در رابطه (۳) را می‌توان به‌گونه‌ای به‌دست آورد که ماتریس $\mathbf{A}_m = \mathbf{A} - \mathbf{L} \mathbf{C}$ هرویتز قطعی باشد.

حال خطای تخمین حالت‌ها $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$ را در نظر بگیرید. استفاده از روابط (۱) و (۳) داریم:

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_m \mathbf{e} - \mathbf{B} \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \omega, \theta, \mathbf{d}) - \mathbf{B} \frac{\bar{\mathbf{e}} \hat{\beta}^2}{\|\bar{\mathbf{e}}\| \hat{\beta} + \varepsilon} \quad (5)$$

که در این رابطه $\bar{\mathbf{e}} = \mathbf{C} \mathbf{e} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y}$ می‌باشد.

فرض ۳. ماتریس‌های مثبت معین \mathbf{Q} و \mathbf{P} وجود دارند به‌گونه‌ای که:

$$\mathbf{A}_m^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_m + \mathbf{Q} = 0 \quad \mathbf{P} \mathbf{B} = \mathbf{C}^T \quad (6)$$

تبصره ۳. در صورتی که سه‌تایی $(\mathbf{A}_m, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ ، مطلقاً مثبت حقیقی^۲ باشد، آن‌گاه با استفاده از لم کالمن-یاکوبوویچ-پوپوف [۲۴] تضمین

رابطه (۱۷) بیان می کند که تابع V نهایتاً توسط پارامترهای V کران دار خواهد شد. بنابراین سیگنال های تابع V

یعنی $\tilde{\beta}$ و $\mathbf{e}(t)$ کران دار یکنواخت خواهند بود. به علاوه رابطه (۱۴) بیان می کند هنگامی که $\|\mathbf{e}(t)\|^2 \geq 2\varepsilon + \sigma\beta^2$ باشد، $\dot{V} \leq 0$ و بیانگر این است که $\mathbf{e}(t)$ در زمان محدود به یک مجموعه فشرده Ω_e همگرا می شود.

$$\Omega_e = \left\{ \mathbf{e}(t) \mid \|\mathbf{e}(t)\| \leq \sqrt{\frac{2\varepsilon + \sigma\beta^2}{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}} \right\} \quad (19)$$

بنابراین یک زمان ثابت T وجود دارد به قسمی که همه خطاها به Ω_e همگرا شده و برای $t > T$ در Ω_e باقی می ماند.

تبصره ۴. می توان مشاهده نمود که پارامترهای طراحی ε ، γ و σ خطای تخمین را تعیین می کند. بنابراین تا جایی که سیستم مورد نظر به ما اجازه می دهد، ثوابت را به گونه ای طراحی می کنیم که خطای تخمین به اندازه کافی کوچک باشد.

۴- نتایج شبیه سازی

سیستم زیر که به صورت غیر خطی پارامتریزه شده است را در نظر بگیرید [۱۷]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \theta_1 x_1^2 x_2 / (\theta_2 + \theta_3 \exp(\theta_4 x_2)) + \theta_5 \omega \sin(\theta_5 \omega) + d \quad (20) \\ y &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

که θ_i ، $i=1, \dots, 6$ پارامترهای نامعلوم، d اغتشاش و ω دینامیک های مدل نشده می باشد که به صورت زیر توصیف می شود:

$$\dot{\omega} = -\omega + y^2 + 0.5 \quad (21)$$

برای حذف اثر دینامیک های مدل نشده و تابع نامعلوم \mathbf{f} بردار، ماتریس بهره \mathbf{L} به گونه ای انتخاب می شود که قطب های ماتریس \mathbf{A}_m در -1 و -2 واقع شود. بنابراین $\mathbf{L} = [1 \ 2]^T$ به دست می آید. با انتخاب ماتریس بهره به دست آمده می توان نشان داد که سه تایی $(\mathbf{A}_m, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ SPR می باشد. در این صورت به راحتی می توان نشان داد که رابطه (۶) به ازای ماتریس های $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 14 & 5 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ برقرار است.

در شبیه سازی مورد نظر پارامترهای سیستم را به صورت $\theta_1 = -2$ ، $d = \sin(t)$ و $\theta_2 = 1$ ، $\theta_3 = 0.5$ ، $\theta_4 = 1$ ، $\theta_5 = -2$ ، $\theta_6 = 1$ انتخاب می کنیم. همچنین با انتخاب $\mathbf{x}(0) = [1 \ -1]^T$ ، $\gamma = 0.5$ ، $\varepsilon = 0.01$ ، $\hat{\beta}(0) = 0.1$ ، $\omega(0) = 0$ ، $\hat{\mathbf{x}}(0) = [0 \ 0]^T$

در نهایت، با جایگذاری قانون تطبیق (۴) در نامساوی (۱۲) به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{e}\|^2 + \varepsilon - \sigma \tilde{\beta} \hat{\beta} \\ &\leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{e}\|^2 + \varepsilon - \sigma \tilde{\beta}^2 + \sigma |\tilde{\beta}| \beta \end{aligned} \quad (13)$$

با استفاده از رابطه $-a^2 + ab = -\frac{a^2}{2} - \frac{1}{2}(a-b)^2 + \frac{b^2}{2} \leq -\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2}$ برای هر مقدار a و b می توان نوشت:

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{e}\|^2 + \varepsilon - \frac{\sigma \tilde{\beta}^2}{2} + \sigma \frac{\beta^2}{2} \quad (14)$$

با استفاده از تابع لیپانوف (۷)، نامساوی (۱۴) و این که $\lambda_{\min}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{e}\|^2 \leq \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{Q}) \|\mathbf{e}\|^2$ می باشد، داریم:

$$\dot{V} \leq -cV + \varepsilon + \sigma \frac{\beta^2}{2} \quad (15)$$

که در این رابطه:

$$c = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(\mathbf{Q})}{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}, \sigma \gamma \right\} \quad (16)$$

با حل نامساوی (۱۵) داریم:

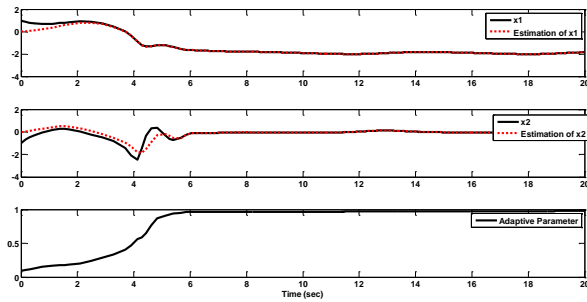
$$0 \leq V(t) \leq \frac{\varepsilon + \sigma \frac{\beta^2}{2}}{c} + \left(V(t_0) - \frac{\varepsilon + \sigma \frac{\beta^2}{2}}{c} \right) e^{-ct} \quad (17)$$

$$0 \leq V(t) = \max \left\{ V(t_0), \frac{\varepsilon + \sigma \frac{\beta^2}{2}}{c} \right\}, \quad \forall t \geq 0$$

بنابراین با استفاده از تعریف V در (۷)، بردار خطای تخمین $\mathbf{e}(t)$ به صورت زیر کران دار است:

$$\|\mathbf{e}(t)\| \leq \sqrt{\frac{\max \left\{ V(t_0), \left(\varepsilon + \sigma \frac{\beta^2}{2} \right) / c \right\}}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}} \quad (18)$$

همگرا شده و پارامتر تطبیق همچنان کران‌دار باقی می‌ماند. شکل ۳ نتایج شبیه‌سازی را برای این مثال نشان می‌دهد.



شکل ۳: نتایج شبیه‌سازی با استفاده از رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی بیان شده برای سیستم (۲۲)

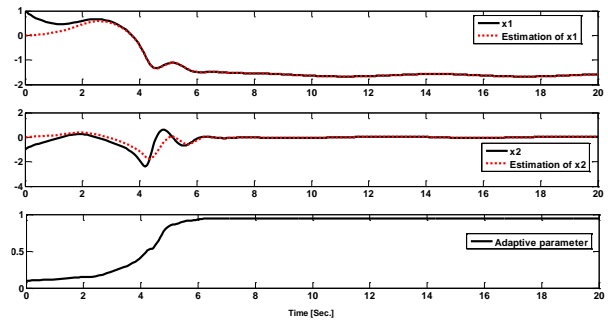
۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله یک رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی برای دسته وسیعی از سیستم‌های نامعین ارائه گردید. روش بیان شده به گونه‌ای می‌باشد که تنها اطلاع از کران‌دار نامعینی کفایت می‌کند. مزیت این روش در این است که رؤیت‌گر ارائه‌شده در حضور انواع نامعینی‌ها شامل اغتشاش، پارامترهای نامعلوم و دینامیک‌های مدل نشده قابلیت تخمین حالت‌های واقعی سیستم با دقت بالا را دارد. همچنین از مزایای دیگر این روش می‌توان به قابلیت اعمال به سیستم‌های چندورودی - چندخروجی و برداشتن محدودیت‌های کران بالای نامعینی اشاره نمود. روش بیان شده بر روی یک سیستم نمونه شبیه‌سازی شده و نشان داده شده که نرم خطای تخمین کاملاً محدود بوده و حالت‌های سیستم نامعین به خوبی تخمین زده می‌شود.

مراجع

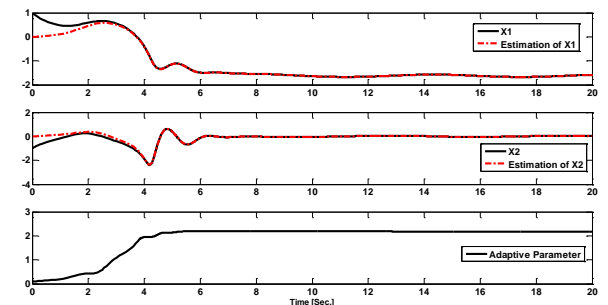
- [1] G. Bastin and M. R. Gevers, "Stable adaptive observers for nonlinear time-varying systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 33, no. 7, pp. 650-658, 1998.
- [2] R. Marino, "Adaptive observers for single output nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, no. 9, pp. 1054-1058, 1990.
- [3] Y. M. Cho and R. Rajamani, "A systematic approach to adaptive observer synthesis for nonlinear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 42, no. 4, pp. 534-537, 1997.
- [4] M. M. Arefi, J. Zarei and H. R. Karimi, "Observer-based adaptive stabilization of a class of uncertain nonlinear systems," *Systems Science & Control Engineering*, vol. 2, no. 1, pp. 362-367, 2014.
- [5] M. M. Arefi, J. Zarei and H. R. Karimi, "Adaptive output feedback neural network control of uncertain non-affine systems with unknown control direction," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no. 8, pp. 4302-4316, 2014.
- [6] G. Besancon, "Remarks on nonlinear adaptive observer design," *Systems & Control Letters*, vol. 41, no. 4, pp. 271-280, 2000.
- [7] R. Marino, G. L. Santosuosso and P. Tomei, "Robust adaptive observers for nonlinear systems with bounded disturbances," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, no. 6, pp. 967-972, 2001.
- [8] J. Jung, K. Huh, H. K. Fathy and J. L. Stein, "Optimal robust adaptive observer design for a class of nonlinear

و $\sigma = 0.0001$ ، نتایج شبیه‌سازی شکل ۱ به دست می‌آید. همان‌گونه که مشاهده می‌شود تخمین حالت‌های سیستم با وجود دینامیک‌های مدل نشده، اغتشاشات و پارامترهای نامعلوم به سمت حالت‌های واقعی همگرا شده و خطای تخمین حالت‌ها، بسیار کم می‌باشد. همچنین پارامتر تطبیق کاملاً کران‌دار می‌باشد.



شکل ۱: نتایج شبیه‌سازی برای رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی بیان شده

شکل ۲ نتایج شبیه‌سازی حاصل از الگوریتم مرجع [۱۷] را نشان می‌دهد. روش بیان شده نیاز به تعریف یک سیگنال مرجع اضافی بوده و دارای پیچیدگی زیادی نسبت به روش بیان شده می‌باشد. همان‌گونه که نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد در شرایط یکسان، تخمین‌های روش بیان شده به این روش نزدیک بوده در حالی که نیاز به فرضیات بسیار ساده‌تری می‌باشد.



شکل ۲: نتایج شبیه‌سازی رؤیت‌گر مقاوم تطبیقی بیان شده در [۱۷]

همچنین برای نشان دادن قابلیت روش ارائه‌شده در این مقاله مقایسه با روشی که در مرجع [۱۷] ارائه شده است، مثال شبیه‌سازی را به گونه‌ای تغییر می‌دهیم که لزوماً همه فرضیات موجود در [۱۷] برقرار نباشد. در این صورت معادلات (۲۰) به صورت زیر تغییر می‌یابد:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1^3 + \theta_1 x_1^2 x_2 / (\theta_2 + \theta_3 \exp(\theta_4 x_2)) + \theta_5 \omega \sin(\theta_5 \omega) + d \quad (22) \\ y &= x_1 + x_2 \end{aligned}$$

بنابراین نمی‌توان روش موجود در مرجع [۱۷] را بر روی این سیستم جدید اعمال نمود. این در حالی است که اگر روش ارائه‌شده در این مقاله را اعمال نماییم حالت‌های سیستم به سمت حالت‌های واقعی

- [20] A. Boukroune, M. Tadjine, M. M'Saad and M. Farza, "Design of a unified adaptive fuzzy observer for uncertain nonlinear systems," *Information Sciences*, vol. 265, pp.139-153.
- [۲۱] فرناز صباحی و محمدرضا اکبرزاده توتونچی، «شناسایی سیستم‌های غیرخطی بر اساس منطق فازی توسعه‌یافته»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۴، شماره ۱، صفحات ۳۲-۳۳، ۱۳۹۵.
- [۲۲] بدرالزمان حسینی، مهدی سجودی و عباس چترایی، «طراحی مشاهده‌گر مقاوم و کنترل‌گر فیدبک خروجی برای سیستم‌های چندعاملی دارای تأخیر بازه‌ای و متأثر از نامعینی و اغتشاش»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۱، صفحات ۱۲۰-۹۹، ۱۳۹۵.
- [23] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*. 3rd Ed., Prentice Hall, 2002.
- [24] J. J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991.
- [25] M. M. Arefi and M. R. Jahed-Motlagh, "Adaptive robust synchronization of Rossler systems in the presence of unknown matched time-varying parameters," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 15, no. 12, pp. 4149-4157, 2009.
- [26] M. M. Arefi and M. R. Jahed-Motlagh, "Robust synchronization of Rossler systems with mismatched time-varying parameters," *Nonlinear Dynamics*, vol. 67, no. 2, pp. 1233-1245, 2012.
- [27] M. M. Arefi and M. R. Jahed-Motlagh, "Adaptive robust stabilization of a class of uncertain non-linear systems with mismatched time-varying parameters," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, vol. 226, no. 2, pp. 204-214, 2012.
- [28] M. M. Arefi, "Adaptive robust stabilization of rossler system with time-varying mismatched parameters via scalar input," *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 11, pp. 0410241-0410246, 2016.
- systems via an H-infinity approach," *American Control Conference*, pp. 3637-3642, 2006.
- [9] Q. Zhang, "Adaptive observer for multi-input-multi-output (MIMO) linear time-varying systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 3, pp. 525-529, 2002.
- [10] V. Stepanyan and N. Hovakimyan, "Robust adaptive observer design for uncertain systems with bounded disturbances," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 18, no. 5, pp. 1392-1403, 2007.
- [11] M. Arcak, *Unmodeled Dynamics in Robust Nonlinear Control*, Ph.D. Thesis. University of California, Santa Barbara, 2000.
- [12] M. Arcak and P. Kokotovic, "Nonlinear observers: A circle criterion design and robustness analysis," *Automatica*, vol. 37, no. 12, pp. 1923-1930, 2001.
- [13] Y. Liu and X. Y. Li, "Decentralized robust adaptive control of nonlinear systems with unmodeled dynamics," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 5, pp. 848-856, 2002.
- [14] Y. Liu and X. Y. Li, "Robust adaptive control of nonlinear systems represented by input-output models," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 6, pp. 1041-1045, 2003.
- [15] C. E. Rohrs, L. Valavani, M. Athans and G. Stein, "Robustness of continuous-time adaptive control algorithms in the presence of unmodeled dynamics," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 30, no. 9, pp. 881-889, 1985.
- [16] M. Krstic, J. Sun and P. V. Kokotovic, "Robust control of nonlinear systems with input unmodeled dynamics," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 6, pp. 913-920, 1996.
- [17] Y. Liu, "Robust adaptive observer for nonlinear systems with unmodeled dynamics," *Automatica*, vol. 45, no. 8, pp. 1891-1895, 2009.
- [18] Z. Zhang and S. Xu, "Observer design for uncertain nonlinear systems with unmodeled dynamics," *Automatica*, vol. 51, pp. 80-84, 2015.
- [19] R. Mohammadi Asl, F. Hashemzadeh and M. A. Badamchizadeh, "A new adaptive neural network based observer for robotic manipulators," *3rd RSI International Conference on Robotics and Mechatronics*, pp. 663-668, 2015.

زیر نویس‌ها

¹ Affine

² Strictly Positive Real (SPR)