

تحلیل عملکرد تک‌مد لیزر فیبر رامان DFB با انتقال فاز $\pi/2$ و بررسی وابستگی توان دمش آستانه به طول فیبر

مریم علیان‌نژادی^۱، دانشجوی دکتری، فاطمه شهشهانی^۲، دانشیار، وحید احمدی^۳، استاد

۱- گروه فیزیک- دانشکده علوم پایه- دانشگاه الزهرا- تهران- ایران- m_alianezhadi@yahoo.com

۲- گروه فیزیک- دانشکده علوم پایه- دانشگاه الزهرا- تهران- ایران- f_shahshahani@alzahra.ac.ir

۳- گروه برق- الکترونیک- دانشکده فنی مهندسی- دانشگاه تربیت مدرس- تهران- ایران- v_ahmadi@modares.ac.ir

چکیده: در این مقاله، عملکرد تک‌مد لیزر فیبر رامان DFB با انتقال فاز $\pi/2$ در شرایط آستانه به صورت تئوری تحلیل و تاثیر طول و ضریب جفت‌شدگی روی بهره مدی، توان دمش آستانه مد اصلی و مد کناری بررسی می‌شود. مدل ارائه شده شامل سه معادله موج غیرخطی جفت شده با در نظر گرفتن پدیده‌های غیرخطی مدولاسیون خودفازی و فاز متقاطع می‌باشد. شبیه‌سازی کامپیوتری بر اساس حل همزمان سه معادله موج در شرایط پایدار زمانی، برای مد استوکس پیشرو، پسرو و موج دمش انجام می‌شود. محاسبه عددی نشان می‌دهد که با افزایش طول و ضریب جفت‌شدگی توان موج دمش آستانه مد اصلی و مد کناری کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان انتظار داشت به ازای مقادیر معینی از این دو پارامتر، مد کناری در خروجی لیزر ظاهر شود. با استفاده از الگوریتم ارائه شده در این مقاله می‌توان مقدار طول و ضریب جفت‌شدگی بهینه را برای عملکرد تک‌مد یک لیزر فیبر رامان DFB به دست آورد. محاسبات به ازای مشخصات فیبر سیلیکایی UHNA4 انجام و نتایج به دست آمده با نتایج تجربی لیزر فیبر رامان DFB مشابه، تایید شده است.

واژه‌های کلیدی: لیزر فیبر رامان، فیدبک توزیع‌شده، مد استوکس، معادلات موج غیرخطی جفت‌شده.

Analysis of Single Mode Operation and Fiber Length Dependence of Threshold Pump Power of QWS-DFB-RF Laser

M. Aliannezhadi¹, F. Shahshahani², V. Ahmadi³

1,2 - Department of Physics, Alzahra University, Tehran, Iran,

3- Department of Electrical and Computer Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

Abstract: In this paper, the single mode operation of a DFB Raman Fiber laser with $\pi/2$ phase shift is analyzed theoretically at threshold condition. The effects of length and coupling coefficient on the modal gain, threshold pump power of the main mode and side mode are investigated. The presented model is based on the combination of three nonlinear coupled wave equations including self phase modulation and cross phase modulation effects. Computer simulation is carried out by solving the self-consistent of three nonlinear coupled wave equations to evaluate the steady-state of pump, forward and backward stokes waves. Numerical results show that the threshold pump power of main mode and side mode decreases by increasing the coupling coefficient and fiber length. So it can be expected that for some values of these parameters the side mode appears in the output of laser. The presented algorithm in this paper enables us to get the optimized values of fiber length and coupling coefficient of DFB Raman Fiber laser for single mode operation. Numerical calculations are carried out for characteristics of an UHNA4 SiO₂ fiber. The theoretical calculations are validated by the experimental data of similar structures.

Keywords: Raman fiber laser, distributed feedback, stokes mode, nonlinear coupled wave equations.

تاریخ ارسال مقاله: ۹۱/۷/۲۰

تاریخ اصلاح مقاله: ۹۱/۱۱/۱۸

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۲/۱۲/۴

نام نویسنده مسئول: فاطمه شهشهانی

نشانی نویسنده مسئول: ایران - تهران - خیابان ونک - دانشگاه الزهرا - دانشکده علوم - گروه فیزیک

۱- مقدمه

آستانه موج دمش مد اصلی و مد کناری و وابستگی آن به طول فیبر بررسی شده است. مقدار طول بهینه برای ساختارهایی با ضرایب جفت‌شدگی‌های مختلف به دست آمده است.

بنابر اطلاعات نویسنده‌گان و با توجه به جدید بودن ساختار، این بررسی تاکنون انجام نشده است. در این مقاله شبیه‌سازی ساختار لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز $\pi/2$ بر اساس حل هم‌زمان معادلات موج دمش و موج استوکس پیشرو و پسرو انجام شده است. در روش استفاده شده برای حل معادلات مذکور، وابستگی دامنه موج استوکس به مختصات z در نظر گرفته شده است. تغییرات تناوبی ضریب شکست و اختلاف فاز توری سبب تغییرات میدان‌های نوری در راستای z می‌شود. این روش اولین بار در این مقاله برای تحلیل ساختار لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز معرفی شده است. مقاله به‌صورت زیر تنظیم شده است:

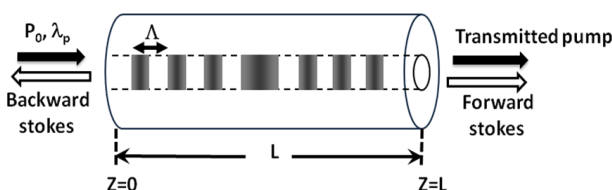
در بخش دوم مبانی فیزیکی و معادلات حاکم بر لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده بیان شده است. بخش سوم به تحلیل نتایج عددی به دست آمده از شبیه‌سازی اختصاص داده شده و در بخش ۴ نتیجه‌گیری کوتاهی ارائه شده است.

۲- تئوری و مدل فیزیکی

در شکل (۱) طرح ساده‌ای از لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده با دوره تناوب Λ و انتقال فاز $\pi/2$ در مرکز توری، نشان داده شده است. موج دمش با توان اولیه P_0 و طول موج λ_p در نقطه $z=0$ به لیزر به طول L وارد می‌شود. در اثر پراکندگی رامان، انرژی از موج دمش به موج استوکس با طول موج λ_s منتقل می‌شود. تغییرات تناوبی ضریب شکست در مغزی فیبر نقش توری پراش را به عهده داشته و سبب فیدبک نور به‌صورت توزیع‌شده می‌شود. همچنین جفت‌شدگی امواج استوکس رفت و برگشت در طول فیبر ناشی از این توری است. دوره تناوب توری در ساختار لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز طوری تنظیم می‌شود که طول موج براگ که از رابطه زیر به دست می‌آید نزدیک به طول موج تابش استوکس مورد نظر باشد:

$$\lambda_B = \frac{\Lambda}{2n_{\text{eff}}} \quad (1)$$

در رابطه (۱) طول موج براگ و n_{eff} ضریب شکست موثر فیبر است. طول موج‌های تابش استوکس که شرط براگ را برآورده کنند در داخل لیزر تقویت شده و از دو انتهای لیزر خارج می‌شوند.



شکل (۱): طرح ساده‌ای از لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز $\pi/2$

لیزرهای فیبر نوری رامان در مخابرات نوری، سیستم‌های اندازه‌گیری فاصله، لیدارها و حسگرهای آکوستیکی کاربرد فراوانی دارند. ویژگی مهم لیزرهای فیبر رامان وابستگی طول موج خروجی آن‌ها به طول موج دمش است که می‌تواند در بازه وسیعی از مادون‌قرمز تا نور دیدنی تغییر کند [۴-۱]. یکی از مشکلات لیزرهای فیبر رامان معمولی عملکرد چند مد آن است که به دلیل طول بلند فیبر رخ می‌دهد. معمولاً برای دستیابی به توان دمش آستانه پایین و توان خروجی بالا، فیبری به طول چند ده تا چند صد متر مورد نیاز است [۵]. یکی از راه‌های تک‌مد کردن لیزر در طول‌های کم، ایجاد تغییرات تناوبی ضریب شکست در مغزی فیبر است که اولین بار توسط پرلین و همکارانش برای لیزرهای فیبر رامان پیشنهاد شد [۶]. این نوع ساختار که به لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده^۱ DFB-RF معروف است، به دلیل پهنای خط بسیار باریک و نویز کم مورد توجه فراوان قرار دارند [۹-۷].

در لیزرهای فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده، تغییرات تناوبی ضریب شکست در مغزی فیبر نقش توری پراش و گزینش فرکانسی را به عهده دارند. اگرچه لیزرهای فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده تک‌مد می‌باشند اما توان دمش آستانه این لیزرها بالا است از این رو با ایجاد یک انتقال فاز معادل $\pi/2$ در مرکز توری، توان دمش آستانه را به مقدار قابل توجهی کاهش می‌دهند [۱۰]. لیزرهای فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز $\pi/2$ ، به‌طور مختصر لیزر QWS-DFB-RF^۲ نامیده می‌شود.

اولین لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده در سال ۲۰۱۱ با طول $12/4\text{cm}$ و توان دمش آستانه 39W ساخته شد [۱۱]. در سال ۲۰۱۲ نیز ساخت لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده به طول 3cm و توان دمش آستانه 2W گزارش شده است [۱۲]. نتایج شبیه‌سازی کامپیوتری لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده نشان می‌دهد که ساختاری با طول 1m و ضریب جفت‌شدگی 100m^{-1} دارای توان دمش آستانه کم‌تر از 1W است [۶].

بدیهی است با افزایش طول، مقدار توان دمش آستانه لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده به کم‌تر از مقادیر گزارش شده کاهش یابد. اما باید توجه داشت که ایجاد توری‌هایی با طول زیاد در این نوع لیزرها از نظر ساخت با مشکلاتی همراه است. از طرفی با افزایش طول، فاصله فرکانسی مد اصلی لیزر با مدهای کناری کاهش یافته و لیزر به عملکرد چند مد نزدیک می‌شود. از این رو یافتن طول بهینه در هر ساختار و بررسی وابستگی آن به پارامترهای دیگر اهمیت پیدا می‌کند. در این مقاله، عملکرد تک‌مد لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز $\pi/2$ به‌صورت تئوری و در شرایط آستانه با در نظر گرفتن پدیده‌های غیرخطی مدولاسیون خودفازی، SPM^۳ و مدولاسیون فاز متقاطع، XPM^۴، مورد ارزیابی قرار گرفته است. توان

$$\delta\beta_{eff} = \delta\beta + 2\gamma_s |A_p|^2 \quad (۶)$$

در این حالت معادله‌های (۲-الف) تا (۲-ب) نیز در شرایط پایدار زمانی به دو معادله جفت‌شده زیر تبدیل می‌شوند:

$$\frac{\partial A_f}{\partial z} = -\alpha_{eff} A_f + i\delta\beta_{eff} A_f + i\kappa A_b \quad (۷-الف)$$

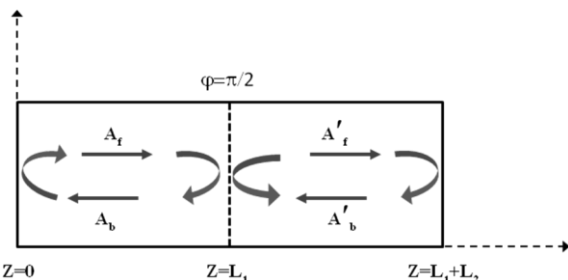
$$\frac{\partial A_b}{\partial z} = -\alpha_{eff} A_b + i\delta\beta_{eff} A_b + i\kappa A_f \quad (۷-ب)$$

در رابطه‌های (۷-الف) و (۷-ب)، پارامتر α_{eff} را اتلاف مدی موثر نامیده و برابر است با:

$$\alpha_{eff} = \frac{g_s P_0}{2A_{eff}} - \frac{\alpha_{LS}}{2} \quad (۸)$$

در به دست آوردن معادله‌های (۷-الف) و (۷-ب) از رابطه (۶) استفاده و از تغییرات موج دمش در راستای Z نیز صرف‌نظر شده، که در شرایط آستانه به دلیل ناچیز بودن گسیل القایی تقریب قابل قبولی است. تحلیل تئوری لیزر فیبر رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز در شرایط آستانه به کمک حل معادله‌های (۷-الف) و (۷-ب) و اعمال شرایط مرزی انجام می‌شود.

روشی که تاکنون برای مدل‌سازی لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده گزارش شده حل معادلات موج جفت شده به روش رونگ - کوتای مرتبه چهار همراه با اعمال تقریب‌هایی در مورد موج دمش و سیگنال بوده است [۱۰]. با توجه به این که در ساختار مورد مطالعه انتقال فاز $\pi/2$ در مرکز توری وجود دارد باید اثر انتقال فاز را نیز در حل معادله‌ها در نظر گرفت. روشی که برای مدل‌سازی ساختار لیزر فیبر رامان با فیدبک توزیع شده و انتقال فاز در این بخش توضیح داده خواهد شد روش جدیدی است که برای اولین بار در این مقاله معرفی می‌شود. در این روش طول کاواک لیزر از محل انتقال فاز، مطابق شکل (۲) به دو قسمت به طول‌های L_1 و L_2 تقسیم شده و معادله‌های (۷-الف) و (۷-ب) برای هر قسمت نوشته می‌شود. در ساختار مورد مطالعه در این مقاله انتقال فاز توری در وسط توری در نظر گرفته شده است بنابراین $L_1=L_2$ است.



شکل (۲): تقسیم کاواک لیزر از محل انتقال فاز به دو بخش به طول L_1 و L_2 پاسخی به صورت زیر برای معادلات موج جفت شده (۷-الف) و (۷-ب) در نظر می‌گیریم:

$$A_f(z) = A_1 e^{iz} + A_2 e^{-iz} \quad (۹-الف)$$

$$A_b(z) = B_1 e^{iz} + B_2 e^{-iz} \quad (۹-ب)$$

$$A'_f(z) = A'_1 e^{i\gamma'z} + A'_2 e^{-i\gamma'z} \quad (۱۰-الف)$$

چون اختلاف طول موج دمش از طول موج براگ خیلی زیاد است، بنابراین موج دمش بدون اندرکنش با توری در راستای فیبر منتشر می‌شود.

معادلات جفت‌شده زیر تغییرات زمانی و مکانی دامنه کند تغییر موج دمش، A_p موج استوکس پیشرو، A_f و موج استوکس پسرو، A_b را درون کاواک لیزر DFB-RF بیان می‌کنند [۶].

$$\frac{\partial A_p}{\partial z} + \frac{1}{v_p} \frac{\partial A_p}{\partial t} = -\frac{g_p}{2} (|A_f|^2 + |A_b|^2) A_p + i\gamma_p (|A_p|^2 + 2|A_f|^2 + 2|A_b|^2) A_p - \frac{\alpha_{IP}}{2} A_p \quad (۲-الف)$$

$$\frac{\partial A_f}{\partial z} + \frac{1}{v_s} \frac{\partial A_f}{\partial t} = \frac{g_s}{2} (|A_p|^2) A_f + i\kappa A_b + i\delta\beta A_f + i\gamma_s (2|A_p|^2 + |A_f|^2 + 2|A_b|^2) A_f - \frac{\alpha_{IS}}{2} A_f \quad (۲-ب)$$

$$\frac{\partial A_b}{\partial z} + \frac{1}{v_s} \frac{\partial A_b}{\partial t} = \frac{g_s}{2} (|A_p|^2) A_b + i\kappa A_f + i\delta\beta A_b + i\gamma_s (2|A_p|^2 + 2|A_f|^2 + |A_b|^2) A_b - \frac{\alpha_{IS}}{2} A_b \quad (۲-پ)$$

سمت چپ معادله‌های (۲-الف) تا (۲-ب) تحول زمانی و مکانی موج دمش را نشان می‌دهند و جمله‌های اول طرف راست معادله‌ها مربوط به پراکندگی رامان القایی است. ضریب بهره رامان برای موج دمش و موج استوکس به ترتیب با g_p و g_s نشان داده شده و رابطه $g_p = g_s \lambda_s / \lambda_p$ بین آن‌ها برقرار است. مجموعه جمله‌های دوم در سمت راست معادله‌های مذکور نشان‌دهنده خاصیت ضریب شکست غیرخطی فیبر است. جمله‌های داخل پرانتز با ضریب ۲ مربوط به پدیده غیرخطی XPM و جمله‌ی دیگر داخل پرانتز اثر SPM را توصیف می‌کند. کمیت γ_s با رابطه $\gamma_s = 2\pi n_2 / \lambda_s$ به بخش غیرخطی ضریب شکست، n_2 مربوط می‌شود. κ ضریب جفت‌شدگی و $\gamma_p = \gamma_s \lambda_p / \lambda_s$ است. ضریب جفت‌شدگی بیانگر میزان جفت‌شدگی موج استوکس پیشرو و پسرو بوده و مقدار آن برابر با $\kappa = \pi \Delta n_1 / \lambda_B$ است. در این رابطه Δn_1 دامنه تغییرات تناوبی ضریب شکست در ناحیه توری است. علامت $\delta\beta$ انحراف ثابت انتشار موج استوکس از موج براگ را نشان می‌دهد و برابر است با:

$$\delta\beta = 2\pi n_{eff} \left(\frac{1}{\lambda_s} - \frac{1}{\lambda_B} \right) \quad (۳)$$

در رابطه‌های (۲-الف) تا (۲-پ)، α_{LS} و α_{IP} ضرایب اتلاف خطی فیبر به ترتیب مربوط به موج دمش و موج استوکس هستند.

اکنون کمیت‌های $(\delta\beta_{eff})_f$ و $(\delta\beta_{eff})_b$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(\delta\beta_{eff})_f = \delta\beta + \gamma_s (2|A_p|^2 + |A_f|^2 + 2|A_b|^2) \quad (۴)$$

$$(\delta\beta_{eff})_b = \delta\beta + \gamma_s (2|A_p|^2 + 2|A_f|^2 + |A_b|^2) \quad (۵)$$

در شرایط آستانه شدت موج استوکس پیشرو و موج پسرو در مقابل شدت موج دمش قابل صرف‌نظر کردن است. بنابراین در رابطه‌های (۴) و (۵) از جمله $(|A_b|^2 + 2|A_f|^2)$ در مقابل $|A_p|^2$ می‌توان صرف‌نظر کرد. پس دو رابطه‌ی (۴) و (۵) به رابطه ساده زیر تبدیل می‌شوند:

$$\frac{(r_p - r)(r_1 - r)}{(1 - rr_1)(1 - r_p r)} \exp(2i\gamma L_1) = 1 \quad (۱۶)$$

$$\frac{(r_2 - r)(r'_p - r)}{(1 - rr'_p)(1 - r_2 r)} \exp(2i\gamma L_2) = 1 \quad (۱۷)$$

در معادله‌های (۱۶) و (۱۷) کمیت r برابر است با:

$$r = \frac{\gamma + i(\alpha_{eff} + i\delta\beta_{eff})}{\kappa} \quad (۱۸)$$

از حل عددی معادله‌های غیرجبری (۱۶) و (۱۷) ویژه مقادیر α_{eff} ، $\delta\beta_{eff}$ به دست می‌آیند. با دانستن مقادیر α_{eff} و $\delta\beta_{eff}$ طول موج نوسانی لیزر در مد استوکس به کمک رابطه‌های (۳) و (۶) قابل محاسبه است. از این به بعد ویژه مقادیر α_{th} و $\delta\beta_{th}$ نام‌گذاری بررسی شرایط آستانه با زیرنویس th و به شکل α_{th} ، $\delta\beta_{th}$ نام‌گذاری می‌کنیم. هر جفت ویژه مقدار $(\delta\beta_{th}, \alpha_{th})$ مربوط به یک مد نوسانی استوکس است. کم‌ترین مقدار α_{th} مربوط به بهره مدی آستانه اولین مد نوسانی یا مد اصلی است و مقدار بعدی مربوط به مد کناری است. با قرار دادن α_{th} به جای α_{eff} و P_{th} به جای P_0 در رابطه (۸)، توان آستانه موج دمش از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{th} = \frac{(2\alpha_{th} + \alpha_{LS})A_{eff}}{g_s} \quad (۱۹)$$

۳- بحث و بررسی نتایج

در این مقاله به بررسی ساختار لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده با انتقال فازی معادل ربع طول موج در وسط توری، می‌پردازیم. مقدار طول موج دمش و طول موج براگ از یک ساختار تجربی UHNA4 [۱۲] انتخاب شده که در مغزی سیلیکایی آن ۳۴٪ اکسید ژرمانیوم اضافه شده است. بقیه مشخصات ساختار و مقدار پارامترهایی که در شبیه‌سازی به کار رفته در جدول (۱) آمده است [۱۲ و ۱۳]. نتایج عددی به دست آمده مربوط به بررسی اثر طول فیبر و ضریب جفت‌شدگی توری روی پارامترهای مختلف در شرایط آستانه است.

جدول (۱): مشخصات فیبر سیلیکایی UHNA4 مورد بررسی [۱۳]

مقدار پارامتر و واحد	نام کمیت و علامت آن
۱/۴۸۶۳۳	ضریب شکست مغزی (n_c)
۱/۴۴۲۴۲	ضریب شکست لایه محافظ (n_{cl})
۲/۲ (μm)	شعاع مغزی (r_c)
$1/55 \times 10^{-13}$ (m/W)	ضریب بهره رامان (g_R)
$3/2 \times 10^{-20}$ (m ² /W)	ضریب شکست غیرخطی (n_2)
• و •	انعکاس سمت راست و چپ کاواک $R_1 = r_1 ^2, R_2 = r_2 ^2$
0.5 (m ⁻¹)	ضریب اتلاف موج استوکس و موج دمش $\alpha_{LS} = \alpha_{LP}$ [۲۰]
۱/۰۶۴ (μm)	طول موج پمپ (λ_p)
۱/۱۱ μm	طول موج براگ (λ_B)

در شکل (۳-الف) تغییرات ضریب اتلاف آستانه مدی، α_{th} ، مد اصلی و دو مد کناری متقارن نسبت به مد اصلی برحسب انحراف از مد

$$A'_b(z) = B'_1 e^{i\gamma'z} + B'_2 e^{-i\gamma'z} \quad (۱۰-ب)$$

که در آن $A_f(z)$ و $A_b(z)$ مربوط به کاواک سمت چپ و $A'_f(z)$ و $A'_b(z)$ مربوط به کاواک سمت راست است. در رابطه‌های (۹) و (۱۰) ضرایب ثابت $A_1, A_2, B_1, B_2, A'_1, A'_2, B'_1, B'_2$ و ثابت انتشارهای مختلط γ و γ' با اعمال شرایط مرزی روی سطوح $z=L_1$ و $z=0$ و $z=L_1+L_2$ به دست می‌آیند.

با جاگذاری پاسخ‌های (۹-الف)، (۹-ب)، (۱۰-الف) و (۱۰-ب) در معادله‌های (۷-الف) و (۷-ب) و دسته‌بندی جمله‌ها، به رابطه‌های زیر می‌رسیم:

$$[\gamma A_1 + (i\alpha_{eff} - \Delta\beta_{eff})A_1 - \kappa B_1]e^{i\gamma z} - [\gamma A_2 + (i\alpha_{eff} - \Delta\beta_{eff})A_2 - \kappa B_2]e^{-i\gamma z} = 0 \quad (۱۱-الف)$$

$$[-B_1\gamma + (i\alpha_{eff} - \Delta\beta_{eff})B_1 - \kappa A_1]e^{i\gamma z} + [\gamma B_2 + (i\alpha_{eff} - \Delta\beta_{eff})B_2 - \kappa A_2]e^{-i\gamma z} = 0 \quad (۱۱-ب)$$

$$[\gamma' A'_1 + (i\alpha_{eff} - \Delta\beta_{eff})A'_1 - \kappa B'_1]e^{i\gamma' z} - [\gamma' A'_2 + (i\alpha_{eff} - \Delta\beta_{eff})A'_2 - \kappa B'_2]e^{-i\gamma' z} = 0 \quad (۱۱-پ)$$

$$[-B'_1\gamma' + (i\alpha_{eff} - \Delta\beta_{eff})B'_1 - \kappa A'_1]e^{i\gamma' z} + [\gamma' B'_2 + (i\alpha_{eff} - \Delta\beta_{eff})B'_2 - \kappa A'_2]e^{-i\gamma' z} = 0 \quad (۱۱-ت)$$

تساوی‌های (۱۱-الف) تا (۱۱-ت) وقتی برقرارند که ضریب عامل‌های $exp(\pm i\gamma z)$ و $exp(\pm i\gamma' z)$ مساوی صفر باشند. بنابراین با مساوی صفر قرار دادن عبارت‌های داخل کروشه‌ها رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\gamma^2 = \gamma'^2 = (i\alpha_{eff} - \Delta\beta_{eff})^2 - \kappa^2 \quad (۱۲)$$

شرط مرزی در $z=L_1+L_2$ و $z=L_1$ عبارت است از:

$$\begin{cases} A_f(0) = r_1 A_b(0) \\ A_b(L_1) = r_p A_f(L_1) \end{cases} \quad (۱۳-الف)$$

$$\begin{cases} A'_f(L_1) = r'_p A'_b(L_1) \\ A'_b(L_1 + L_2) = r_2 A'_f(L_1 + L_2) \end{cases} \quad (۱۳-ب)$$

که در آن r_1 و r_2 به ترتیب ضرایب بازتاب آینه‌های سمت چپ و راست لیزر در $z=L_1+L_2$ و $z=0$ است. کمیت‌های r_p و r'_p به ترتیب ضریب بازتاب کاواک سمت چپ و راست در $z=L_1$ می‌باشند و با رابطه‌های زیر تعریف می‌شوند:

$$r_p = \frac{A_b(z=L_1)}{A_f(z=L_1)} \quad (۱۴-الف)$$

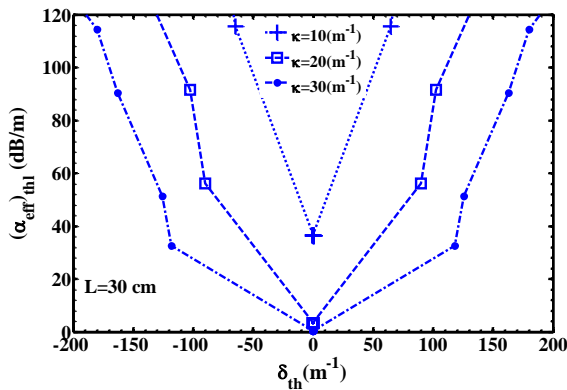
$$r'_p = \frac{A'_f(z=L_1)}{A'_b(z=L_1)} \quad (۱۴-ب)$$

بین دامنه موج رفت و برگشت در محل انتقال فاز و در دو طرف راست و چپ باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$A'_f(z=L_1) = A_f(z=L_1) \exp(i\phi) \quad (۱۵)$$

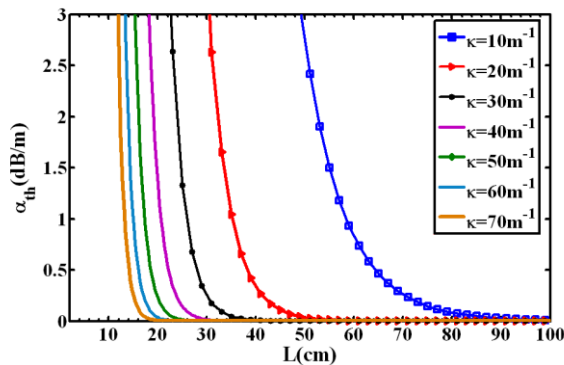
$$A'_b(z=L_1) = A_b(z=L_1) \exp(-i\phi)$$

با قرار دادن مقدار A_f, A_b, A'_f, A'_b از رابطه‌های (۹) و (۱۰) در شرایط مرزی (۱۳-الف) و (۱۳-ب) و با در نظر گرفتن رابطه‌های (۱۲)، (۱۴) و (۱۵) معادله‌های زیر که در واقع شرط نوسانی لیزر است به دست می‌آیند:



شکل (۳-ب): نمودار اتلاف آستانه مدی، α_{th} ، برحسب انحراف از مد براگ، δ_{th} ، برای ساختارهایی با سه مقدار مختلف ضریب جفت‌شدگی و طول $L=30\text{ cm}$

در شکل (۴) نمودار α_{th} برحسب طول کاواک به ازای مقادیر مختلف $\kappa=10, 20, 30, 40, 50, 60, 70\text{ m}^{-1}$ رسم شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش L مقدار اتلاف آستانه مدی کاهش می‌یابد. شیب کاهش α_{th} برای طول‌های کوچک‌تر خیلی بیشتر است و به ازای طول معینی، که به ضریب جفت‌شدگی ساختار بستگی دارد به مقدار ثابتی میل می‌کند. هر چه ضریب جفت‌شدگی بزرگ‌تر باشد مقدار ثابت α_{th} در طول‌های کوچک‌تر اتفاق می‌افتد.

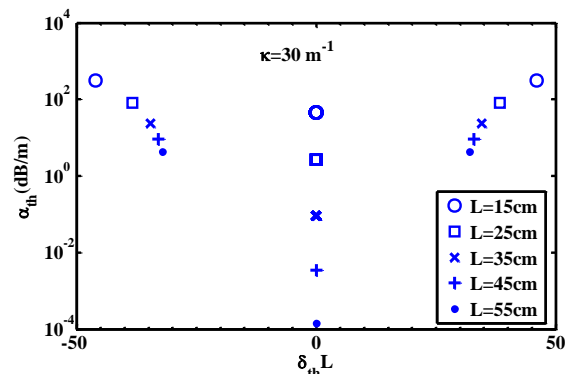


شکل (۴): نمودار اتلاف آستانه مدی مد اول برحسب طول کاواک برای ساختارهایی با $\kappa=10, 20, 30, 40, 50, 60, 70\text{ m}^{-1}$.

در شکل (۵) طول موج نوسانی دو مد کناری برای ساختارهایی با ضریب جفت‌شدگی‌های $\kappa=10, 20, 30, 40, 50, 60, 70\text{ m}^{-1}$ نشان داده شده است. خط افقی در این شکل منطبق بر طول موج استوکس مد اول است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش طول، طول موج مدهای کناری به طول موج مد اصلی نزدیک‌تر می‌شود و با افزایش ضریب جفت‌شدگی اختلاف طول موج مد کناری و مد اصلی نیز بیشتر می‌شود.

برآگ، δ_{th} ، نشان داده شده است. محاسبات به ازای $\kappa=30\text{ m}^{-1}$ و پنج مقدار مختلف طول فیبر انجام شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود انحراف از مد براگ مد اصلی تمام ساختارها در شرایط آستانه برابر صفر است. یعنی فرکانس مد اصلی استوکس دقیقاً بر فرکانس براگ منطبق است.

مدهای کناری به‌صورت متقارن در دو طرف مد اصلی قرار دارند و همان‌طور که انتظار می‌رود با افزایش طول لیزر مقدار α_{th} برای مد اصلی و مدهای کناری کاهش می‌یابد. به‌طوری که اتلاف آستانه مدی در ساختار $L=15\text{ cm}$ ، برابر با $44/0.2\text{ dB/m}$ و برای ساختاری با $L=55\text{ cm}$ برابر با $0/0.0015\text{ dB/m}$ به دست می‌آید که می‌توان آن را تقریباً برابر با صفر فرض کرد. قابل ذکر است که مقدار بهره در شرایط آستانه لیزر برابر با مجموع α_{th} و ضریب اتلاف داخلی فیبر، α_{LS} ، است. معمولاً برای فیبرهای UHNA4 و در طول موج $1/1\text{ }\mu\text{m}$ ، $\alpha_{LS}=0/0.5\text{ dB/m}$ است. بنابراین در طول‌های کم‌تر از 15 سانتی‌متر می‌توان عملاً از اتلاف داخلی فیبر صرف‌نظر نمود ولی در طول‌های بلند مقدار کمیت α_{LS} پارامتر موثری برای ارزیابی بهره آستانه لیزر است.



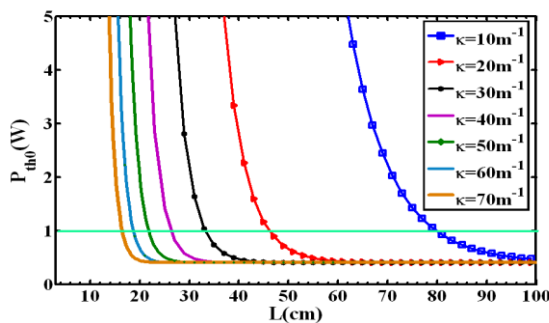
شکل (۳-الف): نمودار اتلاف آستانه مدی، α_{th} ، برحسب انحراف از مد براگ، δ_{th} ، برای ساختارهایی با ضریب جفت‌شدگی $\kappa=30\text{ m}^{-1}$ و پنج مقدار مختلف طول فیبر

نکته قابل توجه دیگر در شکل (۳-الف) کاهش اختلاف δ_{th} مد اول و مد دوم با افزایش L است، دلیل آن کاهش گستره‌ی آزاد بینایی FSR^5 با افزایش طول است که در اغلب لیزرها مشاهده می‌شود.

در شکل (۳-ب) تغییرات α_{th} مد اصلی و مدهای کناری لیزر برحسب δ_{th} به ازای سه مقدار مختلف ضریب جفت‌شدگی و طول $L=30\text{ cm}$ رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش κ ، α_{th} کاهش می‌یابد. علت این رفتار افزایش جفت‌شدگی بین موج رفت و برگشت استوکس و افزایش گسیل خود به خود است که به نوبه خود شرایط آستانه را در توان کم‌تری از موج دمش ایجاد می‌کند. از طرفی با افزایش κ ، فاصله فرکانسی بین مد اصلی و مدهای کناری افزایش می‌یابد که نشان‌دهنده افزایش قدرت توری در گزینش فرکانسی کاواک لیزر است.

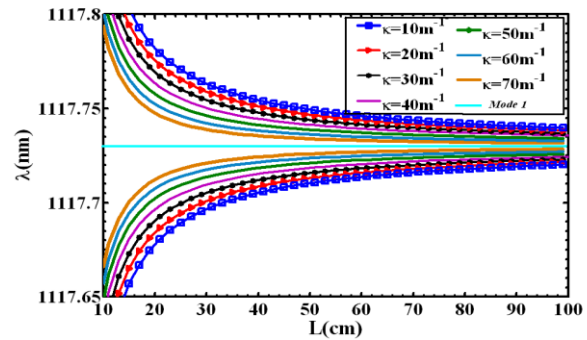
توان آستانه موج دمش مد اصلی، P_{th0} ، برحسب طول لیزر به ازای شش مقدار مختلف ضریب جفت‌شدگی رسم شده است. همان طور که مشاهده می‌شود P_{th0} با افزایش طول ابتدا با شیب زیادی کاهش یافته و به ازای طول معینی که آن را L_{ol} می‌نامیم به مقدار تقریباً ثابت 40 mW میل می‌کند. مقدار L_{ol} به ضریب جفت‌شدگی ساختار بستگی دارد و به ازای $\kappa = 20, 30, 40, 50, 60, 70\text{ m}^{-1}$ به ترتیب برابر با $22/9\text{ cm}$ ، $26/4$ ، $31/2$ ، $38/2$ ، $47/5$ ، $69/0$ L_{ol} به دست می‌آید. همان طور که انتظار می‌رود نحوه وابستگی P_{th0} به طول فیبر مشابه وابستگی α_{th} به L است که با توجه به رابطه (۹) قابل پیش‌بینی است.

توان دمش لیزر فیبر رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز $\pi/2$ از جنس UHNA4، به طول 30 cm و $\kappa = 30\text{ m}^{-1}$ در شرایط آستانه به‌طور تجربی اندازه‌گیری و برابر با 1 W گزارش شده است [۱۱]. این مقدار با مقداری که در این مقاله از تئوری به دست آمده تطابق دارد. در شکل (۷) خط افقی سبز رنگ توان دمش 1 W را نشان می‌دهد. در ساختار ارائه شده در [۱۱]، به ازای توان موج دمش ورودی 13 W ، توان خروجی $1/6\text{ W}$ و پهنای خط کم‌تر از 0.1 nm به دست آمده است.



شکل (۷): نمودار توان دمش آستانه مد اول، P_{th0} برحسب طول کاواک برای ساختارهای با ضریب جفت‌شدگی مختلف.

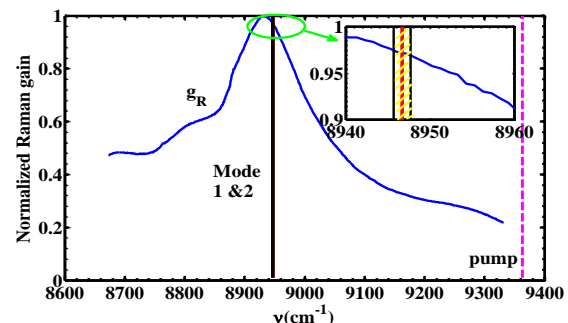
توان آستانه موج دمش اولین مد کناری، P_{th1} ، برحسب طول فیبر در شکل (۸) نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش L و κ مقدار P_{th1} کاهش می‌یابد و به مقدار P_{th0} نزدیک می‌شود. بنابراین در شرایطی که توان ورودی موج دمش در شرایط بالای آستانه بیش‌تر از P_{th1} باشد مد کناری هم‌زمان با مد اصلی در موج خروجی لیزر ظاهر می‌شود. وقوع این حالت برای فیبرهای نسبتاً بلند و ساختارهای با ضریب جفت‌شدگی زیاد احتمال بیش‌تری دارد. اکنون با استفاده از نمودارهای شکل‌های (۷) و (۸) بازه‌هایی از L و κ را به دست می‌آوریم که به ازای آن ساختار مورد نظر در شرایط بالای آستانه تک‌مد باقی می‌ماند. به این منظور مقدار توان موج دمش ورودی لیزر در شرایط بالای آستانه را کمی بیش‌تر از مقدار تجربی داده شده در [۱۲]، یعنی برابر با 15 W وات در نظر می‌گیریم. این مقدار توان روی شکل (۸) با خط افقی سبز رنگ نشان داده شده است. این خط هر یک از نمودارهای شکل (۸) را به دو بخش تقسیم می‌کند. بخش بالایی طول‌هایی از هر ساختار را نشان می‌دهد که توان آستانه



شکل (۵): نمودار طول موج آستانه مدهای دوم برحسب طول کاواک برای ساختارهای شکل ۴.

اختلاف مقدار اتلاف آستانه و اختلاف طول موج مد اصلی و مد کناری پارامترهای مهمی در ارزیابی عملکرد تک‌مد لیزر می‌باشند. از این رو موقعیت طول موج مد اصلی و مد کناری نیز در طیف بهره رامان فیبر UHNA4 بررسی گردید. به این منظور طیف بهنجار بهره رامان برای فیبر UHNA4 با استفاده از اطلاعات مرجع [۱۴] محاسبه و نمودار آن در شکل (۶) ترسیم شده است. موقعیت مد اصلی و تعدادی از مدهای کناری مربوط به ساختارهایی با κ و L های مختلف نیز روی طیف بهره شکل (۶) مشخص شده است.

همان‌طور که مشاهده می‌شود مدهای کناری در ناحیه کوچکی از طیف و در دو طرف مد اصلی قرار می‌گیرند. برای وضوح بهتر، این ناحیه با مقیاس بزرگ‌تری در گوشه بالایی سمت راست شکل (۶) نشان داده شده است. مدهای دوم در فاصله هاشور خورده زرد رنگ قرار دارند. با توجه به شکل (۶) مقدار بهره رامان مد اصلی و مدهای کناری همه ساختارها، علیرغم اینکه اتلاف مدی متفاوتی دارند، تقریباً یکسان است. این نتیجه گویای این مطلب است که برای تک‌مد کردن لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده عملاً باید از پارامترهای ساختاری کمک گرفت و بهره رامان ماده تشکیل‌دهنده فیبر اثر چندانی در گزینش مدی ندارند. در شکل (۶) طول موج مد اصلی استوکس با خط پر و موج دمش با خط چین صورتی رنگ نشان داده شده است.



شکل (۶): نمودار طیف بهنجار بهره رامان فیبر UHNA4 آلاینده به ژرمانیوم.

در عمل پارامتر اساسی در تحلیل لیزرهای فیبر رامان، توان آستانه موج دمش است که مقدار آن برای مدهای مختلف متفاوت است و به ضریب جفت‌شدگی و طول لیزر بستگی دارد. در شکل (۷) تغییرات

۴- نتیجه‌گیری

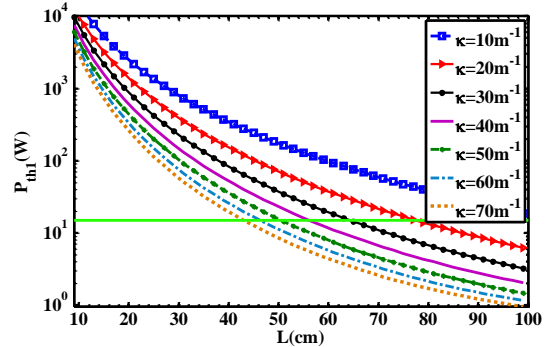
عملکرد لیزرهای فیبر رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز $\pi/2$ در شرایط آستانه و حالت پایدار زمانی با استفاده از حل معادله‌های موج جفت‌شده غیرخطی مورد ارزیابی قرار گرفت. آنالیز انجام شده نشان داد که با افزایش طول و ضریب جفت‌شدگی مقدار توان دمش آستانه مد اصلی و مد کناری کاهش می‌یابد. از طرفی در طول‌های معینی توان دمش آستانه مد اصلی به مقدار ثابتی در حدود ۴۰۰ میلی‌وات میل می‌کند که این نتیجه حد بالایی برای طول ساختار به دست می‌دهد. نتایج به دست آمده نشان داد برای آن که طیف خروجی ساختار مورد مطالعه در شرایط بالای آستانه تک‌مد باقی بماند لازم است توان دمش اولین مد کناری اختلاف قابل توجهی با توان دمش مد اصلی داشته باشد. برای رسیدن به این شرایط بازه‌ای برای طول بهینه هر ساختار به دست می‌آید. به‌طور مثال برای دو ساختار با ضریب جفت‌شدگی‌های 30 m^{-1} و 40 m^{-1} ، بازه طول بهینه به ترتیب برابر با $[46/6, 64/0]$ سانتی‌متر و $[38/2, 56/5]$ سانتی‌متر است. در این شرایط توان دمش مد اصلی کم‌تر یا مساوی با 400 mW و توان دمش اولین مد کناری حداقل برابر با 15 W است.

الگوریتم ارائه‌شده در این مقاله امکان طراحی و آنالیز لیزر فیبر نوری رامان با فیدبک توزیع‌شده را برای یافتن ساختارهای تک‌مد، با توان آستانه موج دمش پایین و طول بهینه فراهم می‌نماید.

مراجع

- [1] S. K. Turitsyn, S. A. Babin, A. E. El-Taher, P. Harper, D. V. Churkin, S. I. Kablukov, J. D. Ania-Castanon, V. Karalekas and E. V. Podivilov, "Random distributed feedback fibre laser," *Nature Photonics*, Vol. 4, No. 4, pp. 213-235, 2010.
- [2] R. Engelbrecht, A. Siekiera, R. Bauer, R. Neumann and B. Schmauss, "Characterization of short PM Raman fiber lasers with a small spectral bandwidth," in *Proceeding of OFC/NFOEC'11*, march 6-10, pp. 1-3, 2011.
- [3] Y. Feng, L. R. Taylor and D. B. Calia, "150 W highly-efficient Raman fiber laser," *Optics Express*, Vol. 17, No. 26, pp. 23678-23683, 2009.
- [4] A. E. El-Taher, P. Harper, S. A. Babin, D. V. Churkin, E. V. Podivilov, J. D. Ania-Castanon and S. K. Turitsyn, "Effect of Rayleigh-scattering distributed feedback on multiwavelength Raman fiber laser generation," *Optics Letters*, Vol. 36, No. 2, pp. 130-132, 2011.
- [5] K. O. Hill, B. S. Kawasaki and D. C. Johnson, "Low-threshold cw Raman laser," *Applied Physics Letters*, Vol. 29, No. 3, pp. 181-183, 1976.
- [6] V. E. Perlin and H. G. Winful, "Distributed feedback fiber Raman laser," *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 37, No. 1, pp. 38-47, 2001.
- [7] A. Asseh, H. Storøy, J. T. Kringlebotn, W. Margulis, B. Sahlgren, S. Sandgren, R. Stubbe and G. Edwall, "10cm Yb^{3+} DFB fibre laser with permanent phase shifted grating," *Electronics Letters*, Vol. 31, No. 12, pp. 969-970, 1995.
- [8] M. Ibsen, E. Rønnekleiv, G. J. Cowle, M. O. Berendt, O. Hadeler, M. N. Zervas and R. I. Laming, "Robust high power ($>20\text{ mW}$) all-fibre DFB lasers with unidirectional

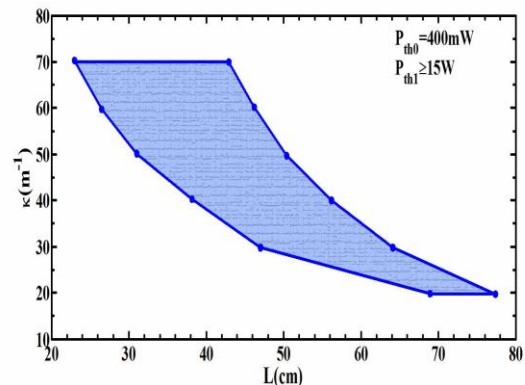
موج دمش اولین مد کناری آن بزرگ‌تر از 15 W است. اگر مقدار طول در محل تقاطع خط افقی با هر نمودار را L_{02} نام‌گذاری شود به‌سادگی می‌توان نتیجه گرفت که اگر طول هر ساختار کم‌تر از L_{02} انتخاب شود لیزر تا توان دمش 15 W تک‌مد باقی خواهد ماند و مد دوم در خروجی لیزر ظاهر نمی‌شود.



شکل (۸): نمودار توان دمش آستانه مد دوم، P_{th1} بر حسب طول کاواک، برای ساختارهای شکل (۴).

در واقع نمودارهای شکل (۷) و (۸) ابزار مناسبی برای انتخاب ساختارهایی با طول و ضریب جفت‌شدگی بهینه را ارائه می‌دهند. از نمودارهای شکل (۷) کم‌ترین مقدار L که به ازای آن توان آستانه موج دمش مد اصلی کمینه است، به دست می‌آید. از نمودارهای شکل (۸) بیش‌ترین مقدار L را که به ازای آن توان آستانه موج دمش مد کناری بیش‌تر از 15 W است می‌توان استخراج نمود. مقدار طول بهینه برای هر ساختار در بازه $[L_{01}, L_{02}]$ قرار می‌گیرد.

سطح هاشور زده‌ی شکل (۹) بازه‌ی $[L_{01}, L_{02}]$ را برای لیزرهای فیبر رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز $\pi/2$ بر حسب κ نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود با افزایش κ بازه طول بهینه وسیع‌تر می‌شود. به‌طور مثال برای دو ساختار با ضریب جفت‌شدگی‌های 30 m^{-1} و 40 m^{-1} ، طول مناسب را برای عملکرد تک‌مد به ترتیب در بازه $[46/6, 64/0]$ سانتی‌متر و $[38/2, 56/5]$ سانتی‌متر می‌توان انتخاب کرد. آستانه توان موج دمش مد اصلی $P_{th0}=400\text{ mW}$ و $P_{th1}>15\text{ W}$ است.



شکل (۹): سطح هاشور زده بازه طول بهینه $[L_{01}, L_{02}]$ را برای عملکرد تک‌مد لیزرهای فیبر رامان با فیدبک توزیع‌شده و انتقال فاز $\pi/2$ نشان می‌دهد. $P_{th1}>15\text{ W}$ و $P_{th0}=400\text{ mW}$.

- and truly single polarisation outputs,” in Proceedings of CLEO '99, pp. 245-246, 1999.
- [9] J. T. Kringlebotn, J. L. Archambault, L. Reekie and D. N. Payne, “Er³⁺:Yb³⁺-codoped fiber distributed feedback laser,” *Optics Letters*, Vol. 19, No. 24, pp. 2101-103, 1994.
- [10] Y. Hu and N. G. R. Broderick, “Improved design of a DFB Raman fibre laser,” *Optics Communications*, Vol. 282, No. 16, pp. 3356-3359, 2009.
- [11] P. S. Westbrook, K. S. Abedin, J. W. Nicholson, T. Kremp and J. Porque, “Raman fiber distributed feedback lasers,” *Optics Letters*, Vol. 36, No. 15, pp. 2895-2897, 2011.
- [12] J. Shi, Sh-ul. Alam and M. Ibsen, “Highly efficient Raman distributed feedback fibre lasers,” *Optics Express*, Vol. 20, No. 5, pp. 5082-5091, 2012.
- [13] <http://www.thorlabs.com/thorproduct.cfm?partnumber=UHNA4>.
- [14] S. T. Davey, D. L. Williams, B. J. Ainslie, W. J. M. Rothwell and B. Wakefield, “Optical gain spectrum of GeO₂-SiO₂ Raman fibre amplifiers,” *Optoelectronics Journal*, Vol. 136, No.6, pp. 301-306, 1989.

زیر نویس‌ها

-
- ¹ Distributed Feedback Raman Fiber
² Quarter Wave Shifted DFB-RF
³ Self-Phase Modulation
⁴ Cross Phase Modulation
⁵ Free Spectral Range