

پخش توان در سیستم‌های قدرت با شرایط نزدیک به غیرقابل حل با تلفیق ماتریس‌های ژاکوبین و قطری غیرتکین

سید یاسر درخشنده^۱، دانشیار؛ روح الله پورباقر^۲، دانشجوی دکتری

۱- دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شهرکرد - شهرکرد- ایران - y_derakhshandeh@eng.sku.ac.ir

۲- دانشکده فنی و مهندسی - دانشگاه شهرکرد - شهرکرد - ایران - pourbagher@stu.sku.ac.ir

چکیده: سیستم‌های قدرت بر مبنای دترمینان ماتریس ژاکوبین آن‌ها در مسئله پخش توان، به سیستم‌های با شرایط مطلوب، شرایط بد و غیرقابل حل تقسیم‌بندی می‌شوند. در این مقاله، روشی ساده و ابتکاری براساس روش نیوتن برای حل مسائل پخش توان در حالت‌هایی که سیستم قدرت در شرایط غیرقابل حل یا نزدیک به غیرقابل حل قرار گرفته است، ارائه شده است. این روش بر مبنای تلفیق ماتریس معکوس ژاکوبین با ماتریس قطری غیرتکین بنا شده است. اعمال این روش، باعث تغییر مقادیر ویژه صفر و تغییر این مقادیر به یک مقدار در همسایگی مقدار ویژه صفر می‌شود. روش پیشنهادی بر روی سیستم‌های ۲، ۱۱، ۱۴، ۱۱۸ و ۱۱۸۸ شین مورد ارزیابی قرار گرفته است و نشان داده شده که اعمال الگوریتم پیشنهادی در سیستم‌های قدرت با ابعاد مختلف، می‌تواند زمان محاسبات و تعداد تکرار را در مقایسه با روش‌های دیگر کاهش دهد.

واژه‌های کلیدی: ماتریس ژاکوبین، پخش توان، سیستم‌های غیرقابل حل.

Power Flow of Unsolvable Power Systems using Combination of Jacobian and Nonsingular Diagonal Matrices

S. Y. Derakhshandeh¹, Associate Professor; R. Pourbagher², PhD Student

1- Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran, Email: y_derakhshandeh@eng.sku.ac.ir

2- Faculty of Engineering, University of Shahrekord, Shahrekord, Iran, Email: pourbagher@stu.sku.ac.ir

Abstract: Based on the determinant of the Jacobian matrix ($|J|$) in the power flow (PF) problem, power systems are categorized to well-conditioned, ill-conditioned and unsolvable systems. In this paper, a novel and simple approach based on Newton technique is presented to solve the PF problems in the unsolvable power flow cases in the power systems. The presented method is based on combination of the inverse of Jacobian matrix to a nonsingular diagonal matrix. Application of the proposed method causes to change the zero eigenvalues to new values in their neighborhoods. The application of the presented algorithm in various scale power systems (2-bus, 11-bus, 14-bus and 118-bus) indicates that the proposed formulation decreases the computation time and number of iterations in comparison with benchmark methods.

Keywords: Jacobian matrix, power flow, unsolvable system.

تاریخ ارسال مقاله: ۱۳۹۶/۱۰/۱۳

تاریخ اصلاح مقاله: ۱۳۹۷/۰۴/۰۸ و ۱۳۹۷/۰۵/۲۷

تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۶/۱۳

نام نویسنده مسئول: سید یاسر درخشنده

نشانی نویسنده مسئول: ایران - شهرکرد - بلوار رهبر - دانشگاه شهرکرد - دانشکده فنی و مهندسی.

۱- مقدمه

تحلیل پخش توان یکی از مهم‌ترین و اساسی‌ترین تحلیل‌هایی است که در برنامه‌ریزی و بهره‌برداری از سیستم قدرت مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به این که ساختار مسئله پخش توان غیرخطی است، بنابراین مدل ریاضی مسائل پخش توان شامل مجموعه‌ای از معادلات جبری غیرخطی و بدون معادلات دیفرانسیلی است [۱-۳]. اطلاعات مهم به دست آمده از تحلیل پخش توان شامل اندازه ولتاژ $|V|$ و فاز ولتاژ (δ) در هر شین و همچنین توان اکتیو و راکتیو تزریق شده به هر شین می‌باشد. با انجام این محاسبات توان اکتیو و راکتیو و همچنین خروجی توان راکتیو تولیدی در هر شاخه قابل محاسبه می‌باشد. با توجه به ساختار غیرخطی مسائل پخش توان، برای حل این مسائل از روش‌های عددی با همگرایی قابل قبول استفاده می‌شود. حل مسائل پخش توان با تشخیص معلومات و مجهولات مسئله شروع می‌شود که به نوع شین وابسته است (جدول ۱) [۴، ۵].

جدول ۱: تقسیم بندی شین‌ها در سیستم‌های قدرت [۲، ۳]

نوع شین	شین مبنا	شین بار	شین کنترل شده با ولتاژ
معلومات	$ V $ (δ)	(P) (Q)	$ V $ (P)
مجهولات	(P) (Q)	$ V $ (δ)	(Q) (δ)

حل مسائل پخش توان با استفاده از کامپیوترهای دیجیتالی از اواسط سال ۱۹۵۰ آغاز شد. از آن زمان روش‌های بسیاری برای حل مسائل پخش توان مورد استفاده قرار گرفت [۶، ۷]. توسعه و رشد این روش‌ها برای رسیدن به اهداف زیر است [۸]:

- همگرایی سریع
- فرآیند محاسباتی سریع‌تر و مؤثرتر
- انعطاف‌پذیری و قابلیت اطمینان بالاتر

سیستم‌های قدرت از دید حل مسئله پخش توان را می‌توان به دودسته قابل حل^۱ و غیرقابل حل^۲ تقسیم‌بندی کرد. سیستم‌های قابل حل به دو نوع سیستم تقسیم‌بندی می‌شوند: سیستم‌های قدرت با شرایط مطلوب^۳ و سیستم‌های قدرت با شرایط بد^۴ [۹]. مسائل پخش توان قابل حل، شامل مجموعه‌ای از نقاط هستند که معادلات پخش توان دارای یک جواب می‌باشد و مقادیر پارامترهای سیستم‌های قدرت مانند ولتاژها و جریان خطوط در بازه قابل قبول خود می‌باشند [۱۰، ۱۱].

عملکرد با شرایط مطلوب در سیستم‌های قدرت بسیار معمول و متداول است. در چنین مواردی، حل مسئله پخش توان موجود می‌باشد و می‌توان با استفاده از روش‌های رایج مانند روش نیوتن-رافسون به حل قابل قبول سیستم رسید.

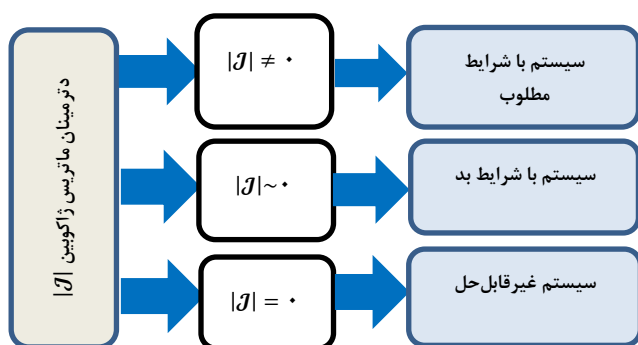
زمانی که سیستم در شرایط مطلوب باشد، درمیان ماتریس ژاکوبین غیرتکین است ($|J| \neq 0$) و عدد وضعیت سیستم^۵ (ζ_{kn}) بسیار کوچک است [۱۲-۱۷]. نویه‌سندگان در [۱۷] در مورد چگونگی

استفاده از روش‌های شبه نیوتن در حل مسئله پخش توان در سیستم‌های با شرایط مطلوب بحث کرده‌اند.

در سیستم‌های قدرت با شرایط بد، علی‌رغم این که حل مسئله پخش توان موجود است، اما روش‌های حل معمول مانند روش نیوتن و یا روش شبه نیوتن ممکن است به جواب مطلوب نرسند و یا این که واگرا شوند. در چنین مواردی، درمیان ماتریس ژاکوبین نزدیک به صفر است ($|J| \sim 0$) و عدد شرایط سیستم (ζ_{kn}) بسیار بزرگ است. الگوریتم‌های متعددی برای حل این نوع سیستم‌های قدرت ارائه شده است [۱۸-۲۱]. این نوع از سیستم‌های قدرت به طور کامل در مرجع [۲۱] معرفی و مورد مطالعه قرار گرفته‌اند.

نویسندگان در [۲۲] یک روش جدید برای حل سیستم‌های با شرایط بد ارائه می‌کنند که اساس این روش، الگوریتم لونبرگ-مارگارت می‌باشد با این تفاوت که این روش درواقع ترکیبی از روش لونبرگ-مارگارت و روش جستجوی غیرهم‌زمان است. در این روش، در هر مرحله یک باقی‌مانده توان به طور مجزا محاسبه می‌شود.

نوع دیگر از سیستم‌های قدرت، سیستم‌های غیرقابل حل می‌باشند. مسائل پخش توان غیرقابل حل مواردی هستند که حل حقیقی و طبیعی برایشان وجود ندارد. زمانی که سیستم غیرقابل حل است، درمیان ماتریس ژاکوبین صفر است ($|J| = 0$) و در چنین مواردی همگرایی بسیار کند است و یا امکان‌پذیر نخواهد بود. در چنین مواردی حل مسئله پخش توان موجود نیست و در سیستم‌های قدرت با شرایط بار بالا اتفاق می‌افتد [۲۳، ۲۴]. شکل ۱ خلاصه‌ای مربوط به سه نوع سیستم را بیان می‌کند.



شکل ۱: تقسیم‌بندی مسائل پخش توان در سیستم‌های قدرت

مرجع [۲۳] روشی برای اندازه‌گیری حل‌ناپذیری سیستم قدرت معرفی کرده است و الگوریتمی براساس روش معمول نیوتن برای تشخیص سیستم‌های غیرقابل حل ارائه کرده است. ایده اصلی این الگوریتم تغییر سیستم قدرت غیرقابل حل به یک سیستم قابل حل با استفاده از روش مستقیم بهینه می‌باشد.

مرجع [۲۴] روشی برای حل مسائل پخش توان در سیستم‌های قدرت عملی با استفاده از فاصله اقلیدسی کمینه ارائه کرده است. یکی از روش‌های مورد استفاده در پخش توان برای تشخیص غیرقابل حل بودن سیستم استفاده از نمودارهای P-V می‌باشد. در [۲۵]

درایه‌های ماتریس ادمیتانس به صورت $Y_{ij} = G_{ij} + B_{ij}$ بیان می‌شوند، فرم معادلات پخش توان در سیستم‌های قدرت به صورت معادلات (۱) و (۲) می‌باشند.

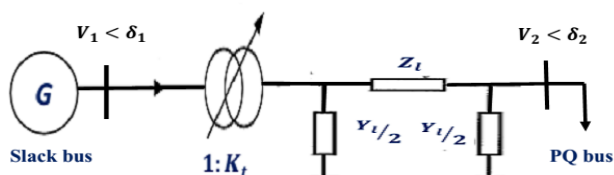
$$P_i^{cal} = |V_i| \sum_{j \in J} |V_j| (G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}) \quad (1)$$

$$Q_i^{cal} = |V_i| \sum_{j \in J} |V_j| (G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (2)$$

این معادلات مجموعه‌ای از معادلات غیرخطی هستند که استفاده از روش‌های نیوتن-رافسون برای حل این نوع از مسائل مؤثر و رایج است [۷، ۱۵].

۳- مسائل پخش توان در سیستم‌های قابل حل و غیرقابل حل

برای سادگی، سیستم قدرت دو شین که در شکل ۲ نشان داده شده است. در این سیستم خط انتقال با مدل (π) که شامل امپدانس Z_l (بین شین ۱ (شین مرجع) و شین ۲ (شین PQ)) و ادمیتانس موازی Y_l مدل شده است [۲۳].



شکل ۲: سیستم قدرت دو شین

معادلات اساسی پخش توان در این سیستم قدرت در قالب روابط (۳) و (۴) بیان می‌شوند.

$$P_r^{cal} = |V_r| |V_r| (G_{rr} \cos \delta_{rr} + B_{rr} \sin \delta_{rr}) + \quad (3)$$

$$|V_r|^2 (G_{rr})$$

$$Q_r^{cal} = |V_r| |V_r| (G_{rr} \sin \delta_{rr} - B_{rr} \cos \delta_{rr}) - \quad (4)$$

$$|V_r|^2 (B_{rr})$$

همچنین ماتریس ژاکوبین در این سیستم مطابق رابطه (۵) بیان شده است.

$$J = \begin{bmatrix} |V_r|^2 B_{rr} + Q_r^{cal} & -|V_r|^2 G_{rr} - P_r^{cal} \\ |V_r|^2 G_{rr} - P_r^{cal} & |V_r|^2 B_{rr} - Q_r^{cal} \end{bmatrix} \quad (5)$$

در برخی شرایط بارگذاری سیستم، حالتی رخ می‌دهد که درمینان ماتریس ژاکوبین برابر صفر می‌شود (نقاط تکین ماتریس ژاکوبین). برای یافتن چنین شرایطی در سیستم مورد مطالعه، درمینان ماتریس ژاکوبین محاسبه و برابر صفر قرار داده می‌شود:

$$\det(J) = 0 \Rightarrow \frac{|V_r|^2 B_{rr} + Q_r^{cal}}{|V_r|^2 G_{rr} - P_r^{cal}} = \frac{-|V_r|^2 G_{rr} - P_r^{cal}}{|V_r|^2 B_{rr} - Q_r^{cal}} \quad (6)$$

با حل معادله (۶)، رابطه (۷) به دست می‌آید.

روشی به منظور تشخیص نزدیک شدن به نقطه غیرقابل حل سیستم یا نقطه دماغه با استفاده از منحنی‌های P-V ارائه شده است.

استفاده از بسط مرتبه دوم سری تیلور در سیستم‌های قدرت با شرایط غیرقابل حل در [۲۶] ارائه و نشان داده شده است که می‌توان با استفاده از این روش با سرعت بالاتری به هم‌گرایی نهایی رسید. همچنین در [۲۷] یک شاخص جدید مبتنی بر بردار تانژانت در مطالعات پخش توان، جهت تشخیص نزدیک شدن به نقطه دماغه ارائه شده است. تکنیک‌های استمرار هموتوپی برای یافتن حل معادلات پخش توان در سیستم‌های قدرت متفاوت (شرایط مطلوب، شرایط بد و موارد غیرقابل حل) در [۲۸، ۲۹] مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در مرجع [۲۸] مسئله پخش توان با ترکیب روش عددی مجانبی و روش هموتوپی-نیوتن حل شده است. روش مجانب اعمال شده براساس بسط سری تیلور می‌باشد. استراتژی پایه برای تکنیک‌های استمرار هموتوپی، شروع با معادلات غیرخطی یک سیستم جدید می‌باشد. در مرجع [۲۹] یک روش استمرار هموتوپی براساس چندجمله‌ای عددی برای حل مسائل پخش توان و یا معادلات جبری غیرخطی ارائه شده است.

علی‌رغم انجام مطالعات گسترده در حوزه پخش توان در سالیان گذشته، ارائه روش‌هایی که بتواند با دقت و سرعت بالا، جواب نهایی مسئله پخش توان را ارائه دهد، همچنان مورد توجه است. به این ترتیب، ایده اصلی ارائه شده در مقاله حاضر، ارائه و اعمال یک روش جدید برای حل مسائل پخش توان در سیستم‌های غیرقابل حل می‌باشد. به این منظور، فرمول‌بندی جدیدی برای حل معادلات غیرقابل حل در مسائل پخش توان ارائه شده است. این روش جدید، بر مبنای الگوریتم معمول نیوتن بنا شده است. در این روش از تلفیق ماتریس معکوس ژاکوبین با ماتریس قطری غیرتکین بهره گرفته می‌شود. کاربرد اصلی روش پیشنهادی در تحلیل مسئله پخش توان در نزدیکی نقطه دماغه یا در خود نقطه دماغه است.

برای ارائه روش پیشنهادی، ساختار مقاله به صورت زیر تقسیم‌بندی شده است:

در بخش ۲، به طور خلاصه مفهوم مسئله پخش توان آورده شده است. در بخش ۳، سیستم‌های قدرت غیرقابل حل با استفاده از یک مثال (سیستم قدرت دو شین) ارائه شده‌اند. همچنین تمامی نقاط تکین ماتریس ژاکوبین در این بخش محاسبه شده است. در بخش ۴ فرمول‌بندی ریاضی روش پیشنهادی ارائه شده است. براساس فرمول‌بندی پیشنهادی، الگوریتم مناسبی برای حل مسائل پخش توان در سیستم‌های قدرت غیرقابل حل در بخش ۵ ارائه شده است. معرفی سیستم‌های تست و نتایج شبیه سازی در بخش ۶ گزارش شده‌اند. در نهایت در بخش ۷، نتیجه‌گیری ارائه شده است.

۲- مروری بر مفاهیم مسائل پخش توان

محاسبات پخش توان را می‌توان به عنوان مسئله‌ای برای یافتن فازور ولتاژ $(|V_i| < \delta_i)$ برای هر شین مورد مطالعه قرار داد که توان‌های راکتیو (Q_i^{cal}) و اکتیو (P_i^{cal}) در آن مشخص شده است. زمانی که

کلی سیستم به دست خواهد آمد. با بسط سری تیلور برای n متغیر، رابطه (۱۰) حاصل خواهد شد.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_n} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(x_1) & \dots & f_n(x_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1) \\ \vdots \\ f_n(x_n) \end{bmatrix} \quad (10)$$

رابطه (۱۰) حاصل مشتقات مرتبه اول تابع $F(x)$ (ماتریس ژاکوبین سیستم) و یک ماتریس قطری شده بر حسب مقدار تابع $F(x)$ در نقاط $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ می‌باشد.

در ماتریس قطری شده از پارامتری به عنوان پارامتر هم‌گرایی δ استفاده شده است که اندازه پارامتر همگرایی در بازه $\delta \in [-1, 1]$ می‌باشد [۳۳]. با استفاده از [۳۳]، رابطه (۱۰) به شکل (۱۱) در قالب ماتریس قابل بیان است:

(۱۱)

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - (J_F(x^{(k)}) + \delta * \text{diag}F(x^{(k)}))^{-1} F(x^{(k)})$$

در این رابطه:

$x^{(k+1)}$: مقدار متغیر x در تکرار $k + 1$

$x^{(k)}$: مقدار متغیر x در تکرار k

$J_F(x^{(k)})$: ماتریس ژاکوبین

δ : پارامتر هم‌گرایی

$F(x^{(k)})$: مقدار بردار F در نقطه $x^{(k)}$

$\text{diag}F(x^{(k)})$: مقدار ماتریس قطری شده F در نقطه $x^{(k)}$ می‌باشند.

رابطه (۱۱) متشکل از دو ماتریس ژاکوبین $J_F(x^{(k)})$ و ماتریس قطری شده $\text{diag}F(x^{(k)})$ می‌باشد. ماتریس قطری شده $\text{diag}F(x^{(k)})$ دارای ضریب δ می‌باشد که اگر مقدار $\delta = 0$ فرض شود فرم معادله (۱۱) به فرم نیوتن رافسون معمولی تبدیل می‌شود. اضافه شدن ضریب غیرصفری مانند δ از وارون‌ناپذیری ماتریس ژاکوبین J_F جلوگیری می‌کند.

پارامتر δ با استفاده از معادله (۱۲) به دست می‌آید. این پارامتر درواقع یک مقدار ثابت است که، باعث تغییر مقادیر ویژه صفر و تغییر این نقطه به یک مقدار در همسایگی مقدار ویژه صفر می‌شود.

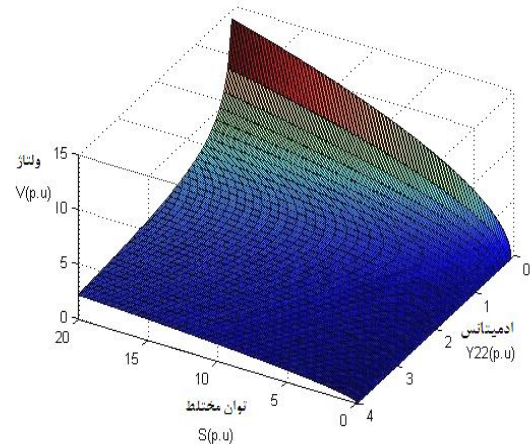
$\delta =$

$$\begin{cases} -\tau^2 & \text{if } |J_F(x^{(k)})| < \cdot \text{ and } |\text{diag}F(x^{(k)})| > \cdot \\ -\tau^2 & \text{if } |J_F(x^{(k)})| > \cdot \text{ and } |\text{diag}F(x^{(k)})| < \cdot \\ \tau^2 & \text{if } |J_F(x^{(k)})| < \cdot \text{ and } |\text{diag}F(x^{(k)})| < \cdot \\ \tau^2 & \text{if } |J_F(x^{(k)})| > \cdot \text{ and } |\text{diag}F(x^{(k)})| > \cdot \end{cases} \quad (12)$$

در این رابطه τ عددی بین صفر تا یک است [۳۳]. رابطه (۱۲) شامل چهار حالت متفاوت می‌باشد و مقدار پارامتر هم‌گرایی δ براساس علامت

$$|V_r| = \sqrt{\frac{P_{cal}^2 + Q_{cal}^2}{|Y_{rr}|^2}} \quad (7)$$

معادله (۷) همه نقاط تکین ماتریس ژاکوبین در سیستم را نشان می‌دهد و شکل ۳، نقاط تکین سیستم فوق را نمایش می‌دهد.



شکل ۳: سطح نقاط تکین ماتریس ژاکوبین

۴- ارائه مفاهیم ریاضیاتی روش ارائه شده

مراجع [۳۱ و ۳۰] چندین روش برای تسریع فرآیند هم‌گرایی حل یک معادله غیرخطی با ریشه‌های چندگانه ارائه کرده‌اند. در این بخش، با بسط این روش، این ایده برای سیستمی از معادلات غیرخطی تعمیم داده خواهد شد. هر تکرار در روش نیوتن به شکل زیر بیان می‌شود:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - J_F(x^{(k)})^{-1} F(x^{(k)}) \quad (8)$$

با فرض این که β نقطه صفر تابع $F(x)$ باشد و همچنین با فرض این که $x^{(k-1)}$ ، $x^{(k)}$ و $x^{(k+1)}$ سه تکرار نزدیک به β باشند، مرتبه همگرایی O با استفاده از معادله (۹) به دست خواهد آمد.

$$O \sim \frac{\ln(\|x^{(k+1)} - \beta\| / \|x^{(k)} - \beta\|)}{\ln(\|x^{(k)} - \beta\| / \|x^{(k-1)} - \beta\|)} \quad (9)$$

با فرض این که $J_F(x^{(k)})$ ماتریس ژاکوبین $F(x)$ در تکرار k ام باشد، برای داشتن همگرایی مرتبه ۲ (O_2) در این روش، نیاز به یک ماتریس ژاکوبین غیرتکین ($J_F(x^{(k)}) \neq 0$) در نزدیکی ریشه‌ها می‌باشد. زمانی که ژاکوبین ماتریس در نقطه حل غیرتکین باشد، حل معادله غیرخطی ایزوله نامیده می‌شود.

زمانی که ژاکوبین ماتریس نزدیک به تکین و یا تکین باشد، روش نیوتن غالباً واگرا می‌شود [۳۲] و این روش به حدس اولیه بسیار حساس است. همان‌طور که در مرجع [۳۳] بیان شده است، مقدار $x =$

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$ به عنوان حدس اولیه $F(X) = 0$ در نظر گرفته می‌شود. اگر بتوان اندازه گام $\Psi = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ را به طریقی به دست آورد که $X = (x_1 + s_1, x_2 + s_2, \dots, x_n + s_n)$ شود، حل

$$\delta = \begin{cases} -\tau^2 & \text{if } |J^{(k)}| < 0 \quad \text{and } |D\Delta R| > 0 \\ -\tau^2 & \text{if } |J^{(k)}| > 0 \quad \text{and } |D\Delta R| < 0 \\ \tau^2 & \text{if } |J^{(k)}| < 0 \quad \text{and } |D\Delta R| < 0 \\ \tau^2 & \text{if } |J^{(k)}| > 0 \quad \text{and } |D\Delta R| > 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$D\Delta R = \text{diag}(\Delta R) \quad (17)$$

در رابطه (۱۷) منظور از ΔR باقی‌مانده توان مربوط به توان‌های اکتیو و توان راکتیو می‌باشد.

در روش نیوتن رافسون از بردار ΔR بدون حالت قطری‌شده استفاده می‌شود دلیل این امر این است که در حالت‌های عادی شبکه برای حل مسئله پخش توان، هم‌گرایی به راحتی حاصل می‌شود در صورتی که در شبکه‌های تکین برای هم‌گرایی نیاز است تا بردار باقی‌مانده توان ΔR توسط رابطه (۱۷) قطری شود و به عنوان یک مکمل برای ماتریس ژاکوبین عمل کرده و هم‌گرایی را ایجاد نماید.

گام ۶:

$$\left(\frac{\Delta \delta}{\Delta |V|} \right)^{(k+1)} \text{ را با استفاده از معادله (۱۸) به دست آورید.} \quad (18)$$

$$\left(\frac{\Delta \delta}{\Delta |V|} \right)^{(k+1)} = \left[\left(J^{(k)} + (\delta * D\Delta R) \right)^{-1} * \Delta R \right]$$

رابطه (۱۸) شامل دو جزء اصلی شامل ماتریس ژاکوبین $J^{(k)}$ و ماتریس قطری‌شده باقی‌مانده توان $D\Delta R$ می‌شد.

در این رابطه ماتریس قطری‌شده باقی‌مانده توان $D\Delta R$ با ضریبی تحت عنوان پارامتر هم‌گرایی δ با ماتریس ژاکوبین تلفیق شده تا وارون پذیری معادله (۱۸) تضمین شود.

توجه به این نکته ضروری است که اگر در رابطه (۱۸) مقدار $\delta = 0$ شود معادله روش نیوتن رافسون معمولی حاصل می‌شود.

$\underline{\delta}^{(k+1)}$ و $|V|^{(k+1)}$ را با استفاده از معادله (۱۹) به دست آورید.

$$\begin{cases} \underline{\delta}^{(k+1)} = \underline{\delta}^{(k)} + \Delta \underline{\delta}^{(k+1)} \\ |V|^{(k+1)} = |V|^{(k)} + \Delta |V|^{(k+1)} \end{cases} \quad (19)$$

گام ۷:

$k = k + 1$ قرار دهید و به گام ۴ برگردید.

شکل ۴ شامل گام‌های ذکر شده در بالا است و فلوچارت روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

۶- پیاده‌سازی روش و بحث

روش ارائه شده برای حل مسائل پخش توان در سیستم‌های قدرت غیرقابل حل بر روی چند سیستم مورد مطالعه قرار گرفته است. وقوع شرایط غیرقابل حل در سیستم‌های قدرت چندین دلیل دارد، از جمله شرایط بارگذاری در سیستم‌های قدرت و نسبت r/x بالا در خطوط.

نسبت‌های r/x بالا در موارد عملیاتی مربوط به راکتانس (X) پایین در خطوط می‌باشد.

دترمینان دو ماتریس $J_F(x^{(k)})$ و $\text{diag}F(x^{(k)})$ محاسبه می‌شود. زمانی که دترمینان دو ماتریس $J_F(x^{(k)})$ و $\text{diag}F(x^{(k)})$ هم‌علامت باشند مقدار پارامتر هم‌گرایی δ مثبت و اگر مقدار دترمینان دو ماتریس $J_F(x^{(k)})$ و $\text{diag}F(x^{(k)})$ هم‌علامت نباشند مقدار پارامتر هم‌گرایی δ منفی می‌باشد [۳۳].

۵- ارائه الگوریتم پیشنهادی

بر اساس فرمول‌بندی ارائه شده در بخش قبل، الگوریتم مناسب برای حل مسائل پخش توان در سیستم‌های قدرت غیرقابل حل یا نزدیک به غیرقابل حل در این بخش طراحی و ارائه شده است. گام‌های زیر برای حل مسائل پخش توان در سیستم‌های غیرقابل حل پیشنهاد می‌شود:

گام ۱:

داده‌های سیستم مانند داده‌های خط و داده‌های شین را وارد کنید و $k = 1$ قرار دهید.

گام ۲:

ماتریس ادمیتانس را محاسبه کنید.

گام ۳:

حل معادلات (۱۳-۱۴) برای به دست آوردن توان‌های اکتیو ($\underline{P}^{calc, (k)}$) و راکتیو ($\underline{Q}^{calc, (k)}$) را با استفاده از داده‌های ولتاژ شین ($|V|^{(k)}$) و ($\underline{\delta}^{(k)}$) را انجام دهید و باقی‌مانده توان ΔR با استفاده از معادله (۱۵) را محاسبه کنید.

توجه کنید که متغیرهای برجسته (بولد شده) نمایانگر بردار می‌باشند و علامت sch توان برنامه‌ریزی شده تزریقی به شین i است.

$$P_i^{calc, (k)} = |V_i^{(k)}| \sum_{j \in J} |V_j^{(k)}| (G_{ij} \cos \delta_{ij}^{(k)} + B_{ij} \sin \delta_{ij}^{(k)}) \quad (13)$$

$$Q_i^{calc, (k)} = |V_i^{(k)}| \sum_{j \in J} |V_j^{(k)}| (G_{ij} \sin \delta_{ij}^{(k)} - B_{ij} \cos \delta_{ij}^{(k)}) \quad (14)$$

$$\Delta R = \begin{bmatrix} \underline{P}^{sch} - \underline{P}^{calc, (k)} \\ \underline{Q}^{sch} - \underline{Q}^{calc, (k)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

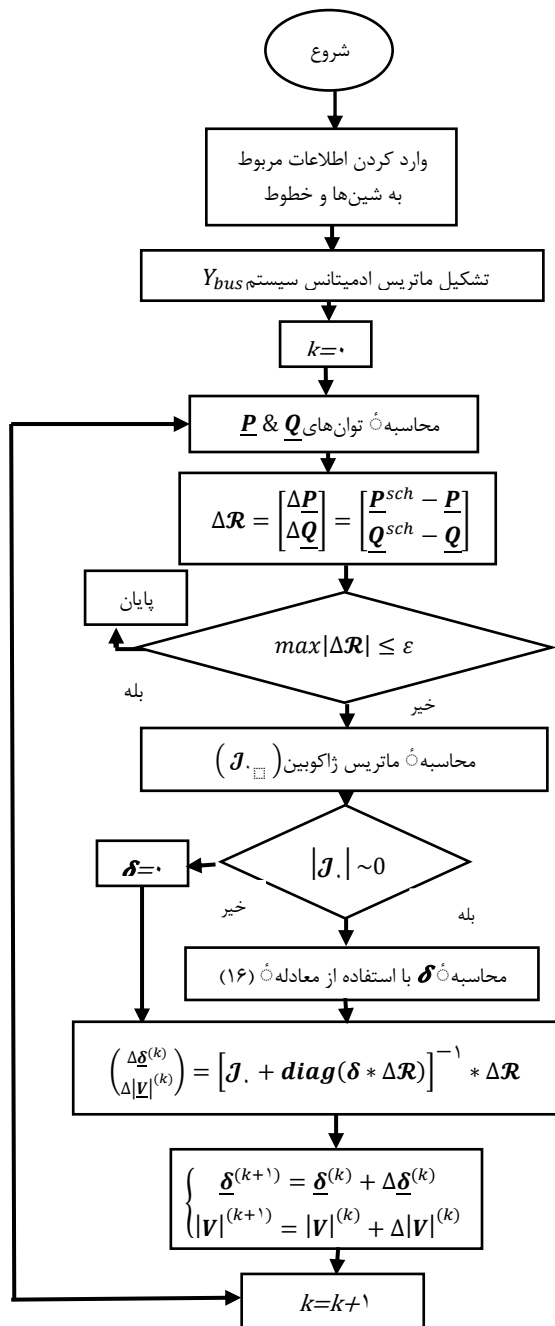
با توجه به رابطه (۱۵)، اگر شرط $\Delta R < \epsilon$ برقرار باشد مقادیر نهایی حاصل شده است و روند تکرار متوقف می‌گردد. در غیر این صورت الگوریتم به گام ۴ می‌رود.

گام ۴:

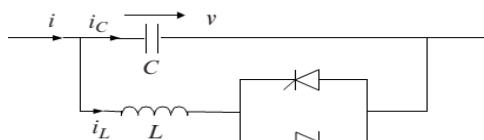
ماتریس ژاکوبین (J_k) را محاسبه کنید. اگر $|J^{(k)}| \neq 0$ ، این سیستم قابل حل است. در نتیجه این سیستم را می‌توان با روش‌های نیوتن و شبه نیوتن حل کرد. در غیر این صورت اگر $|J^{(k)}| = 0$ ، این سیستم غیرقابل حل است و باید به گام بعدی رفت.

گام ۵:

پارامتر همگرایی δ را با استفاده از معادله (۱۶) به دست آورید و ماتریس قطری شده باقی‌مانده توان $D\Delta R$ را با استفاده از معادله (۱۷) به دست آورید.



شکل ۴: فلوچارت روش پیشنهادی



شکل ۵: ساختار TCSC

این شرایط ممکن است زمانی که جبران‌سازهای سری در یک سیستم قدرت نصب شده‌اند، رخ دهد [۳۴]. انواع مختلفی از جبران‌سازهای سری ممکن است برای جبران‌سازی خطوط انتقال مورد استفاده قرار گیرند.

خازن سری کنترل شده با تریستور^{*} (TCSC) یکی از تجهیزاتی است که به صورت سری در خطوط انتقال نصب می‌شود. TCSC به سرعت و پیوسته راکتانس خط جبران‌سازی شده را تغییر می‌دهد. ساختار ساده TCSC در شکل ۵ نشان داده شده است. راکتانس TCSC با استفاده از معادله (۲۰) محاسبه می‌شود.

$$X_{TCSC} = -\frac{\kappa_X}{\omega} \quad (20)$$

که κ_X پارامتر ثابت است [۳۴]. روش جدید و الگوریتم پیشنهادی در نرم افزار متلب کدنویسی شده است و همه محاسبات و شبیه سازی‌های ارائه شده در یک کامپیوتر شخصی با ۴ GB RAM و ۲/۵ GHz CPU انجام شده است.

۱-۶- سیستم مورد مطالعه ۱: سیستم‌های قدرت با ابعاد کوچک

تعداد محدودی از سیستم‌های قدرت با معادلات غیرقابل حل در مقالات موجود است. یکی از این سیستم‌ها، سیستم قدرت دو شین است که در شکل ۲ نشان داده شده است. شین ۱، شین مرجع با ولتاژ ثابت $1 + j0$ می باشد. شین ۲ شین PQ با توان‌های اکتیو و راکتیو ثابت $(P = 30 \text{ MW}, Q = 15 \text{ MVAR})$ است. برای سهولت کار، فرض کنید که خط انتقال بدون تلفات $(R_{line} = 0)$ با راکتانس $X = 0.1 \text{ p.u.}$ و بدون خازن موازی $(Y_{shunt} = 0)$ است [۲۳]. معادلات پخش توان این سیستم براساس معادلات (۱) و (۲) نوشته شده است. برای این سیستم قدرت ماتریس ژاکوبین به صورت $J = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ محاسبه شده است و دترمینان این ماتریس برابر با صفر است و بنابراین معکوس پذیر نیست.

همان طور که در عبارات پیشین ذکر شد، سیستم قدرت دو شین مورد مطالعه در شرایط بارگذاری فوق، یک سیستم غیرقابل حل است که با استفاده از روش پیشنهادی قابل حل است.

جدول ۲ نتایج حل معادلات پخش توان این سیستم غیرقابل حل را نشان می‌دهد. همان طور که در جدول نشان داده شده است، بی‌شینه باقی مانده توان‌های اکتیو و راکتیو در هر تکرار کاهش یافته است و حل بعد از ۱۳ تکرار به جواب نهایی همگرا شده است.

جدول ۲: تعداد تکرارها و باقی‌مانده توان در سیستم قدرت دو شین

تعداد تکرار	$Max\{\Delta P, \Delta Q\}$
۱	۳/۰۰۰۰
۲	۳۹/۰۲۲۴
۳	۸/۸۵۹۷
۴	۲/۸۲۷۱
۵	۳/۱۷۰۷
۶	۳/۳۰۳۰
۷	۱/۶۲۷۲
۸	۰/۸۷۹۳
۹	۰/۱۶۰۰
۱۰	۰/۰۲۸۲
۱۱	$۵/۴۱۱ * ۱۰^{-۴}$
۱۲	$۱/۱۵۱۹ * ۱۰^{-۶}$
۱۳	$۲/۵۸۰۶ * ۱۰^{-۱۲}$

۲-۶- سایر سیستم‌های مورد مطالعه: سیستم توزیع ۱۱ شین،

سیستم‌های قدرت ۱۴ شین و ۱۱۸ شین IEEE

سیستم‌های توزیع به دلیل نسبت بالای T/x ، در بسیاری از موارد با استفاده از روش‌های متداول مبتنی بر نیوتون-رافسون قابل حل نمی‌باشند. به منظور بررسی کارایی روش پیشنهادی در حل شبکه‌های توزیع، این روش بر روی یک شبکه توزیع ۱۱ شین مورد ارزیابی قرار گرفت.

جدول ۳، بیشینه باقی‌مانده توان در سیستم توزیع ۱۱ شین را نمایش می‌دهد. روش ارائه‌شده توانسته است در طی پنج تکرار، به جواب نهایی همگرا شود.

جدول ۳: بیشینه باقی‌مانده توان در سیستم توزیع ۱۱ شین

تعداد تکرار	$Max\{ \Delta P , \Delta Q \}$
۱	۰/۱۶۵۰
۲	۰/۰۲۲۰
۳	۰/۰۰۲۳
۴	$۷/۳ * ۱۰^{-۶}$
۵	$۶/۷ * ۱۰^{-۱۱}$

سیستم‌های ۱۴ و ۱۱۸ شین IEEE دو سیستم قدرت مورد مطالعه شاخص هستند که در مطالعات پخش توان مورد استفاده قرار گرفته‌اند [۳۵]. این سیستم‌ها به صورت طبیعی قابل حل هستند اما با تغییر بعضی از پارامترها به سیستم‌های قدرت غیر قابل حل تبدیل می‌شوند. در سیستم ۱۴ شین مقدار X_{line} بین خطوط ۷-۴ و ۵-۶ از $X_{line} > 0$ تا X_{line} منفی تغییر داده می‌شود. این تغییرات را با اضافه کردن عناصر جریان‌کننده به خطوط می‌توان اعمال کرد [۳۴]. برای تغییر ساختار سیستم ۱۱۸ شین از سیستم قابل حل به یک سیستم غیر قابل حل، توان‌های اکتیو و راکتیو بار را در شین ۱۱۶ به $p.u.$ تغییر یافته و

مقدار X_{line} بین شین‌های ۱۲-۱۱ و ۱۳-۱۱ از $X_{line} > 0$ به X_{line} منفی تغییر داده می‌شوند [۱۷].

جدول ۴ نتایج مقدار عدد و وضعیت سیستم (ζ_{kn}) در هر تکرار را برای سیستم ۱۴ شین IEEE نشان می‌دهد. علاوه بر آن بیشینه باقی‌مانده توان در هر تکرار در این جدول گزارش شده است. در جدول ۵ اطلاعات پخش توان با روش ارائه شده برای سیستم ۱۴ شین IEEE گزارش شده است. عدد شرایط سیستم (ζ_{kn}) و بیشینه باقی‌مانده توان در سیستم ۱۱۸ شین به‌ازای تکرارهای مختلف در جدول ۶ آورده شده است. همان‌طور که جدول‌های ۴ و ۶ گزارش شده است روش پیشنهادی برای سیستم‌های ۱۴ و ۱۱۸ شین IEEE به ترتیب در ۱۵ و ۸ تکرار به جواب می‌رسد. توجه شود که روش‌های معمول برای حل این مسئله پخش توان واگرا می‌شوند.

برای برآورد تأثیر پارامتر δ در زمان محاسبات، جدول ۷ تعداد تکرارها و زمان انجام محاسبات را با تغییر پارامتر همگرایی (δ) در سیستم ۱۱۸ شین مقایسه کرده است. همان‌طور که در جدول ۷ نشان داده شده است، از بین مجموعه مناسبی از پارامتر همگرایی، یکی از آن‌ها تعداد تکرار و زمان رسیدن به همگرایی را کاهش می‌دهد. همان‌طور که در این جدول نشان داده شده است، مقدار مناسب δ ، ۰/۴ است. این مقدار بهترین مقدار پارامتر همگرایی (δ_{best}) نامیده می‌شود. باید به خاطر داشت که با انتخاب مقدار نامطلوب برای پارامتر همگرایی ممکن است مسئله پخش توان واگرا شود اما اگر مقدار این پارامتر کمی بد انتخاب شود، حل به دست می‌آید.

جهت بررسی کارایی روش پیشنهادی، این روش با روش ضرب‌کننده بهینه (μ) [۱۸] مقایسه شده است. جدول ۸ بهترین پارامترهای همگرایی را در سیستم‌های مورد مطالعه مختلف نشان می‌دهد. در این جدول، همچنین تعداد تکرارها و زمان پردازش اطلاعات در مقایسه با روش ضرب‌کننده بهینه (μ) نیز گزارش شده است. همان‌طور که در جدول ۸ نشان داده شده است روش ارائه‌شده در مقایسه با روش ضرب‌کننده بهینه، تعداد تکرارها را در سیستم‌های ۱۴ و ۱۱۸ شین به ترتیب از ۲۲ و ۱۱۴ به ۱۵ و ۷ کاهش داده است.

زمان پردازش اطلاعات روش پیشنهادی در سیستم‌های کوچک (سیستم‌های ۲ شین، ۱۱ شین و ۱۴ شین) تقریباً با روش ضرب‌کننده بهینه برابر است اما در سیستم‌های بزرگ (۱۱۸ شین)، زمان انجام محاسبات در مقایسه با روش ضرب‌کننده بهینه ۸۹٪ کاهش یافته است.

جدول ۴: عدد شرایط (ζ_{kn}) و بیشینه باقی‌مانده توان در سیستم ۱۴ شین

تعداد تکرار	عدد شرایط سیستم (ζ_{kn})	$Max\{ \Delta P , \Delta Q \}$
۱	۳۸/۰۵۶۹	۰/۸۸۳۸۰
۲	۶۹/۵۷۰۵	۰/۴۵۰۷۰
۳	۷۸۳/۵۹۸۰	۰/۱۷۰۵۰
۴	۱۲۷/۹۱۸۳	۰/۸۴۰۹۰
۵	۲۱۳/۴۵۹۱	۱/۲۳۰۱۰

۲/۱۱	۱/۱۱۳۸	۸
۱/۱۱	۱/۰۹۵۹	۹
۱/۳۹	۱/۰۸۳۵	۱۰
۲/۷۵	۱/۰۷۲۸	۱۱
۳/۴۷	۱/۰۵۸۵	۱۲
۳/۱۵	۱/۰۵۵۷	۱۳
۱/۰۲	۱/۰۶۰۵	۱۴

۰/۷۲۴۱۰	۵۴۳/۵۱۲۵	۶
۰/۶۰۷۸۰	۳۵۶/۴۹۷۸	۷
۰/۶۱۴۱۰	۳۶۷/۳۳۴۵	۸
۰/۵۴۶۶۰	۳۳۶/۶۳۲۲	۹
۰/۶۸۱۷۰	۳۲۴/۷۱۸۹	۱۰
۰/۲۲۹۳۰	۲۷۶/۳۷۹۸	۱۱
۰/۰۵۳۷۰	۲۸۸/۴۱۶۸	۱۲
۰/۰۰۱۹۰	۲۸۷/۵۸۹۹	۱۳
$۲/۸۷ * ۱۰^{-۶}$	۲۸۷/۴۳۶۶	۱۴
$۱/۳۹ * ۱۰^{-۱۱}$	۲۸۷/۴۳۶۷	۱۵

جدول ۶: عدد شرایط (ζ_{kn}) و بیشینه باقی‌مانده توان در سیستم ۱۱۸ شین

تعداد تکرار	عدد شرایط سیستم (ζ_{kn})	$\text{Max}\{ \Delta P , \Delta Q \}$
۱	$\sim ۱۰^۵$	۵/۸۷۰۶۰
۲	$\sim ۱۰^۴$	۶/۶۰۸۳۰
۳	$\sim ۱۰^۴$	۱/۳۸۷۳۰
۴	$\sim ۱۰^۴$	۵/۰۰۸۶۵
۵	$\sim ۱۰^۴$	۰/۷۶۳۷۰
۶	$\sim ۱۰^۴$	۰/۰۴۵۴۰
۷	$\sim ۱۰^۴$	$۲/۳۲۵۲ * ۱۰^{-۴}$
۸	$\sim ۱۰^۴$	$۶/۸۸۰۹ * ۱۰^{-۹}$

جدول ۵: نتایج پخش توان با روش ارائه‌شده برای سیستم ۱۴ شین

شین	$ V $	(δ)
۱	۱/۰۶	۰
۲	۱/۰۴۵	-۵/۸۵
۳	۱/۰۱	-۲۶/۱۶
۴	۱/۰۷	۴/۴۸
۵	۱/۰۹	۲/۱۱
۶	۰/۹۴۶۳	-۳/۰۲
۷	۱/۰۸۱۹	-۸/۰۷

جدول ۸: مقایسه روش پیشنهادی با روش ضرب‌کننده بهینه

روش ضرب‌کننده بهینه			روش پیشنهادی		
مدت زمان هم‌گرایی (ثانیه)		تعداد تکرار	مدت زمان هم‌گرایی (ثانیه)		تعداد تکرار
۰/۰۹۹۹۳۶		۱	۰/۰۹۸۱۳۸		۱۳
۰/۰۸۷۴۹۹		۱۳	۰/۱۰۰۱۴۶		۵
۰/۱۵۲۱۱۴		۲۲	۰/۱۵۳۲۴۵		۱۵
۷/۱۵۷۸۸۲		۱۱۴	۰/۷۹۳۰۷۹		۷

جدول ۷: نتایج شبیه‌سازی با پارامتر هم‌گرایی متفاوت در سیستم ۱۱۸ شین

۸	۰/۸۶۹۰۸۸	$\delta = ۰/۳۵$
۷	۰/۷۹۳۰۷۹	$\delta = ۰/۴۰$
۸	۰/۸۹۹۵۰۴	$\delta = ۰/۴۵$
۸	۰/۸۸۴۲۱۴	$\delta = ۰/۵۰$
۸	۰/۹۰۸۵۹۳	$\delta = ۰/۶۰$
۸	۰/۹۱۲۷۱۸	$\delta = ۰/۷۰$
۸	۰/۹۲۵۸۵۰	$\delta = ۰/۸۰$
۸	۰/۹۳۳۷۶۳	$\delta = ۰/۹۰$
واگرا	-----	$\delta = ۱/۰۰$

پارامتر هم‌گرایی δ	مدت زمان هم‌گرایی (ثانیه)	تعداد تکرار
$\delta = ۰/۰۱$	----	واگرا
$\delta = ۰/۰۵$	----	واگرا
$\delta = ۰/۱۰$	----	واگرا
$\delta = ۰/۱۵$	----	واگرا
$\delta = ۰/۲۰$	۱/۰۱۶۸۸۲	۹
$\delta = ۰/۲۵$	۱/۰۲۲۲۴۳	۹
$\delta = ۰/۳۰$	۰/۹۴۱۹۱۷	۹

۷- نتیجه‌گیری

در سیستم‌های قدرت غیرقابل حل یا نزدیک به شرایط غیرقابل حل، روش‌های معمول مثل روش‌های نیوتن پیوسته یا شبه‌نیوتن منجر به واگرایی می‌شود. این شرایط در اثر تکین شدن ماتریس ژاکوبین این سیستم‌ها رخ می‌دهد. در این مقاله، یک فرمول‌بندی جدید برای حل مسائل پخش توان در سیستم‌های قدرت غیرقابل حل ارائه شد. در این روش معکوس ماتریس ژاکوبین با یک ماتریس قطری غیرتکین تلفیق می‌شود. براساس فرمول‌بندی ارائه شده، الگوریتم مناسب ارائه و بر روی سیستم‌های دو شین، ۱۱ شین توزیع، ۱۴ شین IEEE و ۱۱۸ شین IEEE آزمایش گردید. نشان داده شد که انتخاب مناسب پارامتر همگرایی δ به کاهش تعداد تکرارها و زمان محاسبات کمک می‌کند. بنابراین قابلیت عمده فرمول‌بندی و الگوریتم ارائه شده به صورت زیر خلاصه می‌شود:

- قابلیت روش پیشنهادی در حل سیستم‌های قدرت غیرقابل حل
- کاهش قابل ملاحظه تعداد تکرارها در مقایسه با روش‌های شاخص و کلاسیک پخش توان
- کاهش قابل ملاحظه زمان محاسبات برای سیستم‌های قدرت متوسط و بزرگ

مراجع

- [10] T. H. Jung, K. J. Kim and F. L. Alvarado, "A marginal analysis of voltage stability with load variations," 10th PSCC, Graz, Austria, Aug. 1990.
- [11] I. Dobson and L. Lu, "Computing an optimum direction in control space to avoid saddle node bifurcation and voltage collapse in electric power systems," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 37, np. 10, pp. 1616-1620, 1992.
- [12] M. M. M. El-Arini, "Decoupled power flow solution method for well-conditioned and ill-conditioned power systems," *Proc. IEE-C*, vol. 140, no. 1, pp. 7-10, 1993.
- [13] Y. Chen and C. Shen, "A Jacobian-free Newton-GMRES(m) method with adaptive preconditioner and its application for power flow calculations," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 3, pp. 1096-1103, Aug. 2006.
- [14] R.S. Salgado and A. F. Zeitune, "Power flow solutions through tensor methods," *IET Gen. Trans. Distr.*, vol. 3, no. 5, pp. 413-424, 2009.
- [15] Y. S. Zhang and H. D. Chiang, "Fast Newton-FGMRES solver for large-scale power flow study," *IEEE Trans. Power Syst.*, 25, (2), pp. 769-776, 2010.
- [16] M. Pirnia, C. Cañizares and K. Bhattacharya, "Revisiting the power flow problem based on a mixed complementarity formulation approach," *IET Gen. Trans. Distr.*, vol. 7, no.11, pp. 1194-1201, 2013.
- [17] S. Y. Derakhshandeh and R. Pourbagher, "Application of high order Newton-like methods to solve power flow equations," *IET Gen. Trans. Dist.*, vol. 10, no. 8, pp. 1853-1859, 2016.
- [18] S. Iwamoto, Y. Tamura, "A load flow calculation method for ill conditioned power Systems," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-100, no. 4, pp. 1736-1743, Apr. 1981.
- [19] S. C. Tripathy, G. D. Prasad, O. P. Malik, and G. S. Hope, "Load flow solutions for ill-conditioned power systems by a Newton-like method," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-101, pp. 3648-3657, Oct. 1982.
- [20] P. J. Lagace, "Power Flow Methods for Improving Convergence," *IECON 2012-38th Annual Conf. on IEEE Industrial Electronics Society*, pp. 1387-1392, 2012.
- [21] R. Pourbagher and S.Y. Derakhshandeh, "Application of High-Order Levenberg-Marquardt method for solving the power flow problem in the ill-conditioned systems," *IET Gen. Trans. Distr.*, vol. 10, no. 12, pp. 3017-3022, 2016.
- [22] R. Pourbagher and S.Y. Derakhshandeh, "A powerful method for solving the power flow problem in the ill-conditioned systems," *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 94, no. 1, pp. 88-96, 2018.
- [23] T. J. Overbye, "A power flow measure for unsolvable cases," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, no. 3, pp. 1359-1365, Aug. 1994.
- [24] T. J. Overbye, "Computation of a practical method to restore power flow solvability," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 10, no. 1, pp. 280-287, Feb. 1995.
- [25] A. Pama and G. A Radman, "new approach for estimating voltage collapse point based on quadratic approximation of PV-curves," *Elec. Power Syst. Res.*, vol. 79, pp. 653-659, 2009.
- [26] P. J. Lagace, M. H. Vuong and I. Kamwa, "Improving Power Flow Convergence by Newton-Raphson with a Levenberg Marquardt Method," *IEEE Power and Energy Society General Meeting - Conversion and Delivery of Electrical Energy in the 21st Century, Conf.*, Pittsburgh, PA, pp. 1-6, 2008.
- [27] N. V Acharya and P. S. N Rao, "A new voltage stability index based on the tangent vector of the power flow
- [1] عباس ربیعی و مرتضی محمدی «پخش بار بهینه احتمالی مقید به پایداری گذرا: زهیاقت برنامه‌ریزی تصادفی»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۶، شماره ۱، بهار ۹۵.
- [2] علی حسامی نقشبندی و هیوا شمس «پخش بار مقید به پایداری سیگنال کوچک با استفاده از الگوریتم ژنتیک»، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جلد ۴۷، شماره ۳، پاییز ۹۶.
- [3] R. Barrett, M. Berry, T. F. Chan, J. Demmel, J. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine, and H. Van der Vorst, *Templates for the Solution of Linear Systems: Building Blocks for Iterative Methods*. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.
- [4] W. F. Tinney and C. E. Hart, "Power flow solution by Newton's method," *IEEE Trans. Power App. Syst.*, vol. PAS-86, pp. 1449-1460, Nov. 1967.
- [5] B. Stott, "Review of load-flow calculation methods," *Proc. IEEE*, vol. 62, pp. 916-929, Jul. 1974.
- [6] J. B. Ward and H. W. Hale, "Digital computer solution of power-flow problems," *AIEE Trans. Power App. and Syst.*, vol. 75, pp. 398404, June 1956.
- [7] A. Brameller and J. K. Demnead, "Some improved methods for digital network analysis," *Proc. IEE*, vol. 109, no. 43, pp. 109-116, 1962.
- [8] S. T. Despotovic, B. S. Babic and V. P. Mastilovic, "A Rapid and Reliable Method for Solving Load Flow Problems," *IEEE Trans.*, vol. PAS-90, no. 1, pp.123-130, 1971.
- [9] F. Milano, "Continuous Newton's method for power flow analysis," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, no. 1, pp. 50-57, Feb. 2009.

- equations,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 174, no. 2, pp. 846-853, 2006.
- [32] X. Wu, “Note on the improvement of Newton’s method for systems of nonlinear equations,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 189, no. 2, pp. 1476–1479, 2007.
- [33] S. Singh, “A System of Nonlinear Equations with Singular Jacobian,” *International Journal of Innovative Research in Science, Engineering and Technology*, vol. 2, no. 7, pp. 2650-2653, 2013.
- [34] X. F. Wang, Y. Song and M. Irving, *Modern Power Systems* Springer Science Business Media, LLC, 2008.
- [35] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sanchez and R. J. Thomas, “MATPOWER: Steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 26, no. 1, pp.12-19, 2010.
- Jacobian,” *Asia: Innovative Smart Grid Technologies*, pp. 1-6, 2013.
- [28] X. Yang and X. Zhou, “Application of asymptotic numerical method with homotopy techniques to power flow problems,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 57, no. 1, pp. 375–383, May 2014.
- [29] D. Mehta, H. D. Nguyen and K. Turitsyn, “Numerical polynomial homotopy continuation method to locate all the power flow solutions,” *IET Gen. Trans. Distr.*, vol. 10, no. 12, pp. 2972-2980, 2016.
- [30] J. L. Hueso, E. Martínez, and J. R. Torregrosa, “Modified Newton’s method for systems of nonlinear equations with singular Jacobian,” *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 224, no. 1, pp. 77–83, 2009.
- [31] J. Kou, Y. Li and X. Wang, “Efficient continuation Newton-like method for solving systems of non-linear

زیر نویس ها

⁴ Ill-conditioned power systems

⁵ Condition number

⁶ Thyristor-controlled series capacitor

¹ Solvable power systems

² Unsolvable power systems

³ Well-conditioned power systems